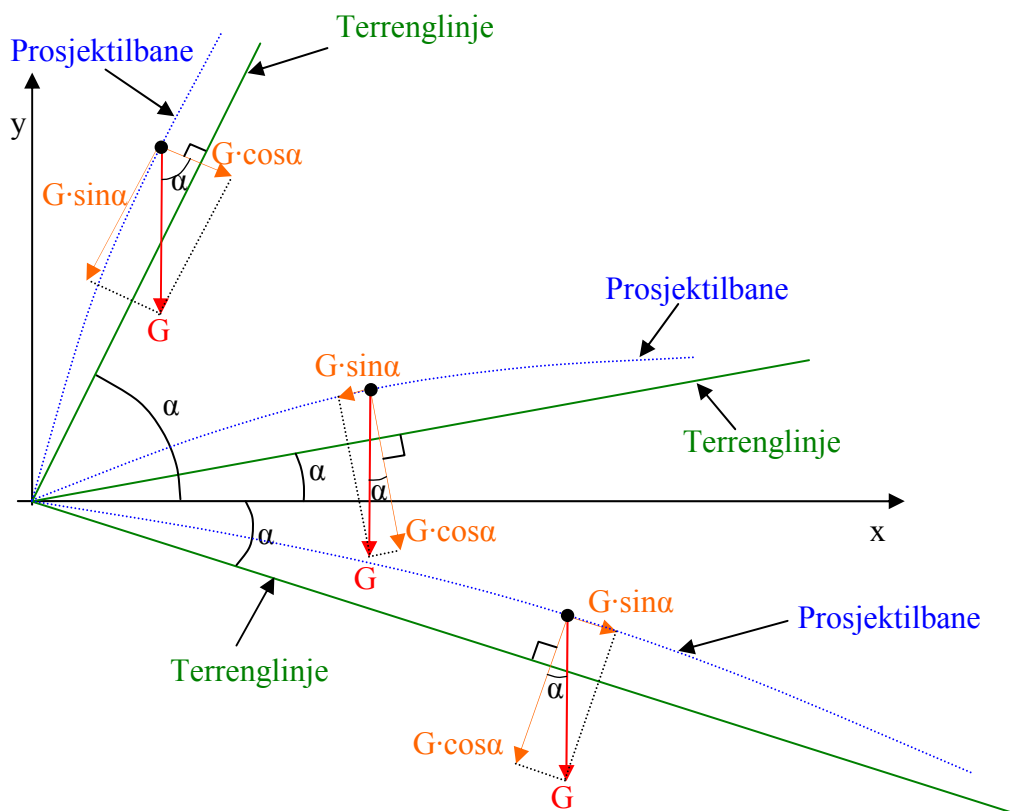




## SKYTING I SKRÅTT TERRENG





**FORSVARET**  
Krigsskolen

KS FAGRAPPORT

3/2010

## **SKYTING I SKRÅTT TERRENG**

HALVARD HOLTANE



<b>Tittel</b> Skyting i skrått terreng	<b>Antall sider</b> 153	<b>Dato</b> 03.07.2010
<b>Title</b> Inclined Fire	<b>ISBN</b> 978-82-93091-00-4 (trykt utg.) 978-82-93091-01-1 (el. utg.)	<b>ISSN</b>
<b>Forfatter</b> Halvard Holtane	<b>Faglig ansvarlig</b> Trond Sagen	<b>Dekan</b> Reidar Skaug
<b>Oppdragsgiver</b> Krigsskolen		
<p><b>Sammendrag</b></p> <p>Hensikten med denne rapporten er å gi bidrag til forståelsen av hva som i hovedsak forårsaker endringer i prosjektilbanens form ved skyting i skrått terreng og forslag til hvordan en kan ta hensyn til dette i felt. Første del av rapporten (kapittel 2) gir enkle grafiske forklaringer med lite matematikk. Neste del (kapittel 3) er en sammenfatning av temaet prosjektilbevegelse i vakuum. Her presenteres noen aspekter som det ikke ser ut til å ha blitt publisert tidligere. I dette kapitlet er diskutert "Rifleman's Rule" til korreksjon av oppsatsvinkel. I denne forbindelse avdekkes noen feil i annen litteratur om temaet. Det er utarbeidet et enkelt simuleringsprogram til prosjektilbaneberegning basert på "massepunktmodellen". I kapittel 4 er dette benyttet til en rekke baneberegninger for følgende våpen/ammunisjon: 12,7 mm MP, 7,62 mm skarpskyttergevær, 40 mm AGL og GUR. Det blir bl.a. undersøkt hvordan endringer i temperatur og trykk påvirker kulebanen, og i hvor stor grad feil i bedømmelse av retning og avstand til målet, kan gi bom. Til sist presenteres en ny korreksjonsmodell til bruk i felt.</p>		
<p><b>Summary</b></p> <p>The purpose of this report is to contribute to an understanding of what is the main cause of changes in the trajectory of a projectile when firing in steep terrain, and to suggest how one can take it into account in the field. The first part of the report (chapter 2) gives simple graphic explanations with little mathematics. The next part (chapter 3) is a summary of the theme of a projectile's movement in a vacuum. Here some aspects are presented that do not seem to have been published before. In the chapter, "the Rifleman's Rule" to the correction of the angle of elevation is discussed. In this connection, some mistakes in other literature on the topic are revealed. A simple simulation program for the calculation of projectile trajectory based on "the point mass model" is developed. In chapter 4, this program is used for a number of trajectory calculations for the following weapons / ammunition: 12.7 mm MP, 7.62 mm sniper rifle, 40 mm AGL and 40 mm under-slung grenade launcher. There is an investigation of how changes in temperature and barometric pressure influence the bullet's trajectory, and how much mistakes in the calculation of direction and distance to the target can contribute to a miss. In conclusion, a new correction model for use in the field is presented.</p>		
<p><b>Stikkord</b></p> <p>Ytreballistikk, skyting i skrått terreng, Rifleman's Rule</p>		
<p><b>Keywords</b></p> <p>External ballistics, shooting uphill or downhill, inclined fire, Rifleman's Rule</p>		

## FORORD

Foreliggende tema, som også er aktuelt i undervisningen i Militærteknologi på Krigsskolen, ble det interessant å se nærmere på etter et spørsmål fra en tidligere kadett ved KS.

Vedkommende hadde et lite notat om saken utarbeidet for et par år siden av undertegnede. Ønsket var å få utdypet sammenhengen mellom den intuitive grafiske forklaringen og den såkalte ”*Rifleman’s Rule*”. Da forfatteren undersøkte hva som er skrevet om dette i Wikipedia, ([1] og [2]), viste det seg at det der var noen uklårheter/feil i forbindelse med utledningen av nevnte formel. Den var også unødvendig ”kronglete” utledet<sup>1</sup>.

Da det dessuten så ut til å være noen mulige unøyaktigheter i Forsvarets reglementer (bl.a. [4]) og skytetabeller utarbeidet av andre [5], og som Forsvaret bruker, ble det litt mer presserende å skrive om dette.

Det finnes mange til dels dyptpløyende bøker om ytreballistikk, og enkelte av dem omhandler også temaet prosjektilbevegelse i vakuum ganske grundig. En av disse, og som har fått en helt uvanlig god omtale av mange lesere og betegnet som ”The Bible on Ballistics” [6], er Robert McCoy’s *Moderen Exterior Ballistics* (1999) [7]. I denne rapporten ser vi litt nærmere på noe som kan oppfattes som mangelfullt i nevnte bok når det gjelder ytreballistikk i vakuum.

Jeg har ikke greid, selv etter relativt grundig litteraturgranskning, å finne en bok som inneholder en forholdsvis komplett fremstilling av prosjektilbevegelse i vakuum, noe en kunne forvente å finne i større bøker om temaet. Foreliggende rapport er derfor blitt utvidet til også å gi en kortfattet samlet presentasjon av dette temaet. Mye av dette kan en finne *spredt* andre steder, men noe av stoffet har jeg ikke greid å oppspore i annen litteratur. På Internett er det også tilgjengelig en rekke artikler og diskusjonssider om temaet ”*inclined fire*”. Det finnes flere alternative korreksjonsverktøy for siktejustering ved skyting i skrått terreng. Ikke alle er like velegnet rent feltmessig, slik det nevnes i [8]. Det har derfor vært maktpåliggende å finne fram til en enkel korreksjonsmetode som kan benyttes i felt. I kapittel 6 presenteres en slik metode. Undertegnede har ikke registrert noen som har presentert noe liknende andre steder i litteraturen. Ikke minst derfor vil han sette stor pris på å få tilbakemeldinger på foreliggende forslag.

Siden *Rifleman’s Rule* baserer seg på bevegelse i *vakuum*, blir det i notatet også tatt med et eksempel på våpen som gir moderat prosjektilhastighet, hvilket innebærer relativt liten luftmotstand (40 mm granatkaster HK79).

Notatet presenterer en enklere utledning av ”*Rifleman’s Rule*” (RR) enn den som er gitt i Wikipediaartiklene om temaet. Det er også laget grafiske forklaringer som forhåpentligvis gjør det lettere å forstå fenomenet uten formler. Forfatteren har siden egen skolegang vært opptatt av å kunne forstå og forklare fysiske fenomener på en intuitiv begripbar måte, og ikke kun begrunne lovmessigheter matematisk. Mitt inntrykk er at det i litt for liten grad lages intuitive forklaringer. Det ser ut til å være lettere for enkelte fagpersoner å ty til matematiske verktøy<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Jeg har valgt å ta Wikipedia seriøst, bl.a. fordi ”alle” bruker dette Internettleksikonet. Det ser ut til å ha etablert en rimelig høy status etter hvert. Mange artikler holder faktisk et høyt faglig nivå sammenlignet med mange store konvensjonelle leksika. (Jf. [3] side 43). Artiklene relatert til ballistikk har en rekke linker til den ganske store ”ballistics community” med svært mange høyt kompetente personer.

<sup>2</sup> Jeg har en fetter som er professor i mekanikk. Han sa til meg for mange år siden at han syntes det var lettere å fremstille fenomener innen sitt fagfelt matematisk enn å bruke intuitive forklaringer. Tilsvarende utsagn refereres det til i en artikkel som omtales i foreliggende notat. Etter min oppfatning er imidlertid svært mange mekanikk-/fysikkfenomener langt på vei mulige å forklare ved hjelp av ”tegn-og-fortell”-metoden.

Kjennskap til hvordan terrengets/siktelinjens vinkel med horisontalen påvirker treffpunktet i en bestemt avstand, og hvor mye siktet bør justeres, kan i mange ”skarpe” situasjoner være helt avgjørende. Utledninger av ”Rifleman’s Rule” baserer seg på bevegelse uten luftmotstand (i vakuum). I bl.a. Forsvarets reglement UD 6-5-2 ”Våpentjeneste skarpskyttergevær 7,62 mm x 51 NM 149” [4], avsnitt XVIII-4, ”Skyting oppover og nedover bakke”, er korregeringsanvisningen med omregningsfaktor kun basert på nevnte regel. Det er naturligvis ikke opplagt at denne er brukelig i ”det virkelige liv”, der luftmotstanden i høy grad påvirker prosjektilbevegelsen. For å kontrollere dette nærmere ble et regnemaskinprogram laget for å simulere prosjektilbevegelse med ulike inngangsverdier. Resultatene av simuleringer med 12,7 mm MP blir i dette notatet sammenlignet med NAMMOs skytetabeller basert på testskyting på Hjerkin i 2004. Utfallet av dette og spørsmålet om hvorvidt ”Rifleman’s Rule” er brukelig som siktejusteringsregel i de nevnte tilfellene, er besvart i denne rapporten.

Det antas at leseren har kjennskap til de våpentyper som nevnes i rapporten, men dette har ikke noen avgjørende betydning for å forstå de grunnleggende fysiske forhold som blir forklart.

Av hensyn til lesere som primært ønsker ”ikke-matematiske” forklaringer, starter notatet etter en kort introduksjon, med enkle, geometriske betraktninger med få formler. Deretter gjennomgås hovedpunktene i temaet prosjektilbevegelse i vakuum. I tilknytning til dette presenteres og drøftes enkelte relevante momenter beskrevet i annen litteratur. Videre diskuteres gyldigheten av RR som korreksjonsregel. I siste del av notatet presenteres resultater av simuleringer med aktuelle ammunisjonstyper, og sammenligninger mellom simuleringer og offisielle skytetabeller basert på testskyting. Mest mulig av de matematiske utledningene er plassert i egne vedlegg til slutt.

Siden notatet benytter dokumenter fra Forsvaret og norsk forsvarsindustri (NAMMO) og påpeker noen unøyaktigheter i disse, er det mest naturlig å gi det ut i form av en *intern-rapport*. Forfatteren håper at denne kan være til nytte for dem i Forsvaret som er opptatt av den aktuelle tematikken.

Jeg vil takke NAMMO for at de har latt meg få undersøke og kommentere deres skytetabeller for 12,7 mm MP ammunisjon. Jeg vil også takke forsker Øyvind Grandum ved FFI for at han på forespørsel gjennomførte noen beregninger av banekrumning og sendte meg resultatet av disse, slik at jeg kunne sjekke mine simuleringresultater. Det at hans resultater var i meget god overensstemmelse med mine egne, ble en oppmuntring til å jobbe videre med rapporten. Jeg vil også takke ham for kritisk gjennomlesing av rapporten og hans tilbakemeldinger på denne. Til sist vil jeg gjerne få takke min kone som har vist stor tålmodighet, da jeg for å kunne få rapporten ferdig innen rimelig tid, har måttet nedprioritere arbeidet på ”hjemmefronten”. Det har blitt mange sene kvelder for å ferdigstille denne rapporten. Dette skyldes også i stor grad de relativt knappe personellressurser ved Krigsskolen når det gjelder undervisning innen fagområdet militærteknologi.

Jeg ønsker i all ydmykhet å dedikere notatet til forrige skolesjef, oberst Odin Johannessen, som har vært en inspirator for undertegnede. Bl.a. har han i taler til skolens ansatte og i andre sammenhenger understreket viktigheten av at det undervises i ballistikk ved Krigsskolen. Notatet er forhåpentligvis skrevet såpass ”pedagogisk” at noe av det også derved kan brukes som del av pensumlitteraturen i emnet militærteknologi ved KS.

Krigsskolen, desember 2010

Halvard Holtane

## Innholdsfortegnelse

	<b>Forord.....</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>Innledning.....</b>	<b>8</b>
1.1	Bakgrunn.....	8
1.2	Hensikt.....	9
<b>2</b>	<b>Enkle grafiske betraktninger.....</b>	<b>10</b>
2.1	Fundamentale lover.....	10
2.2	Prosjektilbevegelse i vakuum.....	10
2.3	Prosjektilbevegelse med luftmotstand.....	13
2.3.1	Hva luftmotstanden avhenger av.....	13
2.3.2	Elevasjonsvinkel og maksimal rekkevidde.....	14
<b>3</b>	<b>Prosjektilbevegelse i vakuum.....</b>	<b>15</b>
3.1	Innledning.....	15
3.2	Grunnleggende forhold.....	15
3.2.1	Bevegelseslikninger for prosjektilbevegelsen.....	15
3.2.2	Alternative utledninger med vektorregning.....	17
3.2.3	Et par ”quizes”.....	19
3.3	Horisontalt terreng.....	21
3.3.1	Symmetriegenskaper.....	21
3.3.2	Rekkevidde.....	21
3.3.3	Banehøyde.....	22
3.3.4	Sammenhengen mellom elevasjonsvinkel og treffpunkt.....	23
3.3.5	Omhyllingskurven.....	24
3.4	Skrått terreng.....	26
3.4.1	Rekkevidde.....	26
3.4.2	Nedslagshastighet.....	27
3.4.3	Maksimal rekkevidde.....	28
3.4.4	Banens toppunkt.....	31
3.4.5	Fallvinkel.....	33
3.4.6	Fallvinkel ved maksimal rekkevidde.....	34
3.4.7	Sammenfatning av symmetriegenskaper ved maksimal rekkevidde.....	36
3.4.8	Banekrumning.....	36
3.5	”Rifleman’s Rule”.....	41
3.5.1	En introduksjon.....	41
3.5.2	Utledningen i Wikipedia.....	42
3.5.3	Forholdet mellom tilnærmet og ”eksakt” Riflemans’ Rule.....	42
3.6	Noen feiloppfatninger angående skyting i skrått terreng.....	49
3.6.1	Uheldig generalisering i Forsvarets reglementer.....	49
3.6.2	På Internett.....	50
3.6.3	Noen upresisheter i anerkjente ballistikkbøker.....	52
3.6.4	Oppsatsbegrensninger.....	54
<b>4</b>	<b>Prosjektilbaneberegninger i luft.....</b>	<b>57</b>
4.1	Innledning.....	57
4.2	Simuleringsprogrammet.....	57
4.3	En liten kontroll.....	59
4.4	7,62 mm skarpskyttergevær.....	62

4.4.1	Innledning.....	62
4.4.2	Simuleringer for å teste Rifleman's Rule.....	62
4.4.3	Bom på grunn av avvik i utgangshastighet.....	65
4.4.4	Bom på grunn av feil estimering av avstand.....	66
4.4.5	Bom på grunn av feil estimering av terrengvinkel.....	68
<b>4.5</b>	<b>12,7 mm Multi Purpose (MP).....</b>	<b>69</b>
4.5.1	Innledning.....	69
4.5.2	Simuleringer for å teste Rifleman's Rule.....	69
4.5.3	Banekrumningen.....	75
4.5.4	Sammenlikninger mellom ulike simuleringer.....	76
<b>4.6</b>	<b>40 mm AGL.....</b>	<b>80</b>
<b>4.7</b>	<b>40 mm GUR.....</b>	<b>85</b>
4.7.1	Prosjektbaner.....	85
4.7.2	Anvendelse og testing av tommelfingerregel.....	88
<b>5.</b>	<b>En alternativ korreksjonsmodell.....</b>	<b>90</b>
5.1	En bedre korreksjonsregel enn Rifleman's Rule.....	90
5.2	Litt om innskyting.....	92
<b>6.</b>	<b>En korreksjonsmodell til feltbruk.....</b>	<b>94</b>
6.1	Alternativer.....	94
6.2	Beskrivelse av modellen.....	94
6.3	Drøfting av modellen.....	96
<b>7.</b>	<b>Sammendrag og konklusjoner.....</b>	<b>97</b>
	<b>Referanser.....</b>	<b>98</b>
<b>Vedlegg A</b>	<b>"Rifleman's Rule".....</b>	<b>101</b>
A.1	Utledninger i Wikipedia.....	101
A.2	En alternativ utledning.....	103
<b>Vedlegg B</b>	<b>Konstruksjon av omhyllingskurven.....</b>	<b>106</b>
<b>Vedlegg C</b>	<b>Modell for prosjektilbaneberegning.....</b>	<b>107</b>
C.1	Massepunktmodellen.....	107
C.2	Simuleringsprogrammet.....	108
C.3	Beregning av banehøyde.....	109
<b>Vedlegg D</b>	<b>Grunnlagsdata – C<sub>D</sub>-verdier.....</b>	<b>110</b>
D.1	7,62 mm.....	110
D.2	12,7 mm MP.....	111
D.3	40 mm AGL.....	112
D.4	40 mm GUR.....	112
D.5	ICAO-atmosfære.....	112
<b>Vedlegg E</b>	<b>NAMMOs skytetabeller.....</b>	<b>114</b>
<b>Vedlegg F1</b>	<b>7,62 mm – tillegg.....</b>	<b>116</b>
<b>Vedlegg F2</b>	<b>12,7 mm MP – tillegg.....</b>	<b>123</b>

Vedlegg F3	40 mm AGL – tillegg.....	135
Vedlegg F4	40 mm GUR – tillegg.....	139
Vedlegg F5	Alternativ til RR – tillegg.....	140
Vedlegg F6	En korrekjonsmodell til feltbruk – tillegg.....	141
Vedlegg G	Hvilke vinkler gir samme rekkevidde?.....	144
Vedlegg H	Maksimal rekkevidde.....	146
H.1	Hvilken elevasjonsvinkel gir maksimal rekkevidde?.....	146
H.2	Maksimalrekkevidden.....	147
H.3	En alternativ utledning.....	147
Vedlegg I	Nedslagsretning .....	149
I.1	Nedslagsvinkel i forhold til horisontalplanet.....	149
I.2	Nedslagsretningen ved maksimal rekkevidde.....	150
Vedlegg J	McCoys likning.....	151
Vedlegg K	E-post fra FFI.....	155



# SKYTING I SKRÅTT TERRENG

## 1 Innledning

### 1.1 Bakgrunn

Problemstillinger knyttet til det å skyte i skrått terreng har vært relevante siden skytevåpen ble tatt i bruk, både militært og i forbindelse med jakt, ikke minst i Norge med mye bratt lende. Norske styrkers deltagelse i operasjoner utenlands, for eksempel i Afghanistan, har ytterligere aktualisert dette temaet. Kanskje er dette bakgrunnen for at undertegnede har fått en del spørsmål om temaet fra tidligere kadetter ved Krigsskolen. (Jf. forordet).

Det har lenge vært kjent både ut fra teori og empiri at dersom en skyter på et mål som befinner seg enten høyere eller lavere enn utgangsnivået, og bruker en oppsats (elevasjon) basert på horisontal innskyting av våpenet på samme avstand, vil prosjektilet i mange tilfeller gå over målet. Dette temaet er mye diskutert og beskrevet i litteraturen og på Internett. Noe av dette kommer vi nærmere tilbake til. Innledningsvis nevnes en artikkel fra 1983 i tidsskriftet "The Physics Teacher"<sup>3</sup> med tittelen "A puzzle in elementary ballistics" som er skrevet av førstelektor Ole Anton Haugland ved universitetet i Tromsø, institutt for lærerutdanning og pedagogikk. Han starter med å sitere et spørsmål fra en av studentene og skriver ([9] side 246):

*"Is it true that you always hit too high when shooting uphill?" The student who asked was an active marksman. The next question naturally was: What happens when shooting downhill?*

Haugland skriver at han stilte spørsmålet til en rekke personer og:

*We even were in contact with instructors at a military academy, but they could not help us.*<sup>4</sup>

Artikkelen til Haugland ender med en konklusjon tilsvarende det Rifleman's Rule går ut på. Det kan også nevnes at Hauglands artikkel er utgangspunkt for en oppgave i et stort internasjonalt læreverk i fysikk. (Se [10] side 67).

Det finnes en rekke tabeller og regnemaskinprogrammer bl.a. på Internett som kan benyttes til å korrigere oppsatsvinkelen ved skyting i skrått terreng. En del av disse bygger imidlertid på mange parametre som er mer eller mindre ukjente eller tungvinte å få tak i. Det er naturligvis mange faktorer som virker inn på prosjektilbevegelsen. Det er ikke smart i felt å gjøre seg helt *avhengig* av å ha med en ballistisk computer, eller for den saks skyld andre avanserte tekniske hjelpemidler, for å finne riktig siktekorreksjon for flatbanevåpen. I soldat- og offisersutdanning er det viktig å få fram hvilke faktorer som har *størst* innflytelse på prosjektilbanen, og hvordan en enklest kan justere for endringer i disse. Da er det ikke nok bare å "pugge" noen regler, som til og med i enkelte tilfeller kan virke mot sin hensikt, slik vi dokumenterer senere i denne rapporten. Det er også her viktig å ha et visst minimum av grunnleggende forståelse for å kunne ta de rette avgjørelser under tidspress, når faktorer som påvirker kulebanen endrer seg.

<sup>3</sup> Dette anerkjente tidsskriftet har for øvrig publisert en god del artikler om ballistikk.

<sup>4</sup> Jeg har spurt tidligere kolleger som var ansatt ved Krigsskolen på den aktuelle tiden om de kunne huske å ha fått spørsmålet fra O M Haugland. De mente de ikke hadde det. Han kan enten ha vært i kontakt med en av de andre krigsskolene, eller kanskje mest sannsynlig ha spurt en av de militære instruktørene ved KS.

Siden en del av basisforståelsen bygger på prosjektilbevegelse i *vakuum*, er dette viet en relativt stor plass i notatet. Mange som kan ha interesse og nytte av notatets hovedtema, ønsker ikke å bruke tiden på matematiske utledninger. Det er derfor helt forrest plassert et lite kapittel som forklarer på en relativt enkel ”intuitivt forståelig” måte en del grunnleggende forhold angående skyting i skrått lende.

## 1.2 Hensikt

Under lesingen av bøker og artikler om ballistikk, spesielt angående skyting i skrått terreng, dukket det opp en rekke behov for klargjøring og nærmere granskning av temaet. Disse er i stikkordsform listet opp som hensiktsformuleringer.

Hensikten med denne rapporten er å:

- forsøke å gi en relativt enkel, grafisk (”intuitiv”) forklaring på hva som i hovedsak bestemmer prosjektilbanens form,
- gi en kortfattet, men samtidig noe mer fullstendig og samlet fremstilling av temaet prosjektilbevegelse i vakuum enn den som er funnet i annen litteratur om temaet, og å supplere med noen ”nyoppdagede” momenter,
- korrigere noen prinsipielle feil i kilder som er mye benyttet av interesserte i ballistikk, herunder utledningen av ”*Rifleman’s Rule*” gitt i Wikipedia, og å presentere en enklere utledning av denne,
- påvise og kommentere noen avvik mellom på den ene side en skytetabell utarbeidet for Forsvaret, og på den annen side simuleringer gjort av FFI og undertegnede uavhengige av hverandre,
- presentere et simuleringsprogram til å beregne prosjektilbaner, og å benytte dette til å belyse hvordan ulike terrengvinkler påvirker relevante parametere for prosjektilbevegelse,
- foreslå en alternativ ”cosinusregel” til ”*Riflemans’s Rule*”.
- introdusere en enkel og rask korreksjonsmetode for siktejustering i felt, uten bruk av matematiske beregninger. (Senere i rapporten benevnes den ”Feltmetoden”).

Den ”røde tråd” gjennom notatet er altså drøfting av relevante momenter knyttet til forståelsen av prosjektilbevegelse i skrått terreng. En sammenfatning av hensiktsformuleringene og en ”problemstilling/arbeidstittel” for rapporten er da:

*Bidrag til forståelsen av hva som i hovedsak forårsaker endringer i prosjektilbanens form ved skyting i skrått terreng, og forslag til hvordan en kan ta hensyn til dette i felt.*

## 2 Enkle grafiske betraktninger

### 2.1 Fundamentale lover

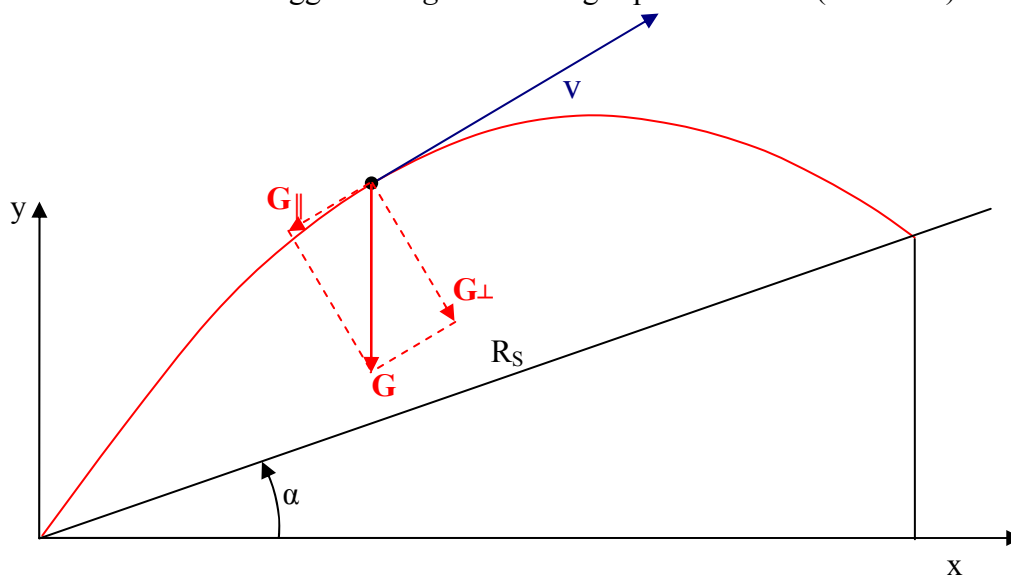
Et grunnleggende og relativt intuitivt forståelig forhold som gjelder all bevegelse, er at dersom farten skal endre retning, må det virke en kraft på tvers av denne. Dersom det ikke virker noen kraft på tvers av fartsretningen, vil legemet bevege seg rett fram uten krumning. (En kan her minne om Newtons 1. lov, for de av leserne som husker denne fra tidligere skolegang). Det er en fordel å ha kjennskap til hva som forårsaker selve *krumningen* av prosjektilbanen, for å kunne foreta en best mulig siktejustering ved skyting i skrått terreng.

Det er i hovedsak **to krefter** som påvirker prosjektillets bevegelse etter at det er skutt ut, nemlig **tyngden** og **luftmotstanden**. Siden luftmotstanden pr definisjon kun virker rett mot fartsretningen og derved *ikke* har noen komponent på tvers av denne, er det altså kun tyngden (gravitasjonskraften  $G$ , jf figur 2.1 nedenfor) som er direkte årsak til prosjektilbanens krumning. Selv blant enkelte som har jobbet mye med disse problemstillingene og har utviklet modeller og programmer for siktejustering i skrått terreng, finnes det misoppfatninger her. (Jf. bl.a. [8] side 8). Dette kommer vi nærmere tilbake til i avsnitt 3.6.

Siden det altså **kun er tyngden  $G$**  som direkte påvirker banekrumningen, og siden  $G$  er den samme i luft som i vakuum, er det naturligvis nyttig og interessant *først* å studere prosjektilbevegelsen i *vakuum*, der nettopp *kun* tyngden virker.

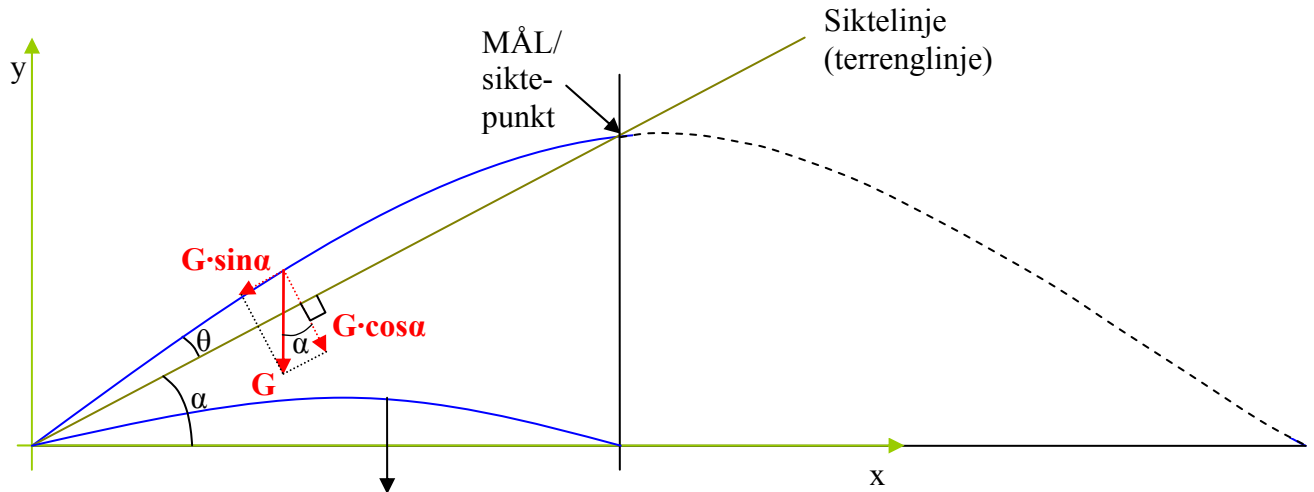
### 2.2 Prosjektilbevegelse i vakuum

I figur 2.1 er tyngden  $G$  delt opp i en komponent *langs* fartsretningen,  $G_{\parallel}$ , og en komponent på *tvers*,  $G_{\perp}$ . *Hvor mye* banen krummer pr lengdeenhet i et gitt punkt, er naturligvis også avhengig av *hastigheten*. Desto større hastighet, jo mindre rekker tyngden å endre retningen i løpet av en viss banestrekning. (Dette kommer vi nærmere tilbake til i bl.a. neste avsnitt og avsnitt 3.4.8). Banen er mest krum i høyeste punkt. Like før prosjektillet starter nedoverbevegelsen, er banen (dvs. fartsretningen) helt *horisontal*. Da virker tyngden  $G$  i sin *helhet* på tvers av banen. I tillegg er *hastigheten* der også på det *laveste* (i vakuum).



**Figur 2.1** Kun tyngdens komponent *vinkelrett på fartsretningen* ( $G_{\perp}$ ) virker til å krumme banen i forhold til siktelinjen.

For flate baner, hvilket er aktuelt for vanlige håndvåpen som studeres i denne rapporten, er det mer vanlig å dekomponere tyngden  $G$  i to komponenter henholdsvis på langs og på tvers av *terrenget*. (Jf figur 2.2). Siden banen er ganske flat (dvs. liten oppsatsvinkel), er det minimal forskjell på de to måtene å dele opp  $G$  på. (Det er imidlertid førstnevnte metode som er den mest generelle med tanke på forklaring av *krumningen*).



**Figur 2.2** Kun tyngdens komponent ( $G \cdot \cos\alpha$ ) vinkelrett på siktelinjen (mer presist fartsretningen) virker til å krumme banen i forhold til siktelinjen.

I figur 2.2 (og tilsvarende figurer i rapporten), er for enkelhets skyld siktet og prosjektilets utgangspunkt sammenfallende. Dette har overhodet ingen betydning for forståelsen av de grunnleggende aspekter vi tar opp i denne rapporten. (Det er en enkel sak senere å ta hensyn til siktets høyde i forhold til våpenets kjernelinje, når skytetabeller skal utarbeides).

I figur 2.2 er *terrenglinjen* definert som den rette linjen mellom våpenmunningen og målet. (Betegnelsene "terrenget" og "terrenglinjen" brukes synonymt i rapporten). Vinkelen  $\alpha$  kalles *terrengvinkel* eller *høydevinkel*. Denne faller her sammen med *siktelinjen* ut fra siktets plassering nevnt foran. Vinkelen  $\theta$  er den såkalte *oppsats(vinkel)*, på engelsk kalt *superelevation*, og er vinkelen mellom siktelinjen og våpenets *kjernelinje*<sup>5</sup>.

Tilsvarende som forklart i forbindelse med figur 2.1, vil bare tyngdens komponent ( $G \cdot \cos\alpha$ , markert i figur 2.2) vinkelrett på den skrå siktelinjen virke til å krumme banen i forhold til terrenget. (Vi regner her at banen hele veien er så flat at den er tilnærmet parallell med terrenget, slik vi nevnte ovenfor). **Desto større terrengvinkelen  $\alpha$  er (oppover eller nedover), jo mindre bidrar tyngden  $G$  til å krumme banen.** (I intervallet  $[-90^\circ, 90^\circ]$  avtar  $\cos\alpha$  når  $|\alpha|$  blir større). Dette er illustrert i figur 2.3 nedenfor. Uten korreksjon av oppsatsvinkelen i forhold til horisontal innskyting, kan dette altså føre til at en vil skyte *over* målet (dersom avstanden til målet ikke er for lang).

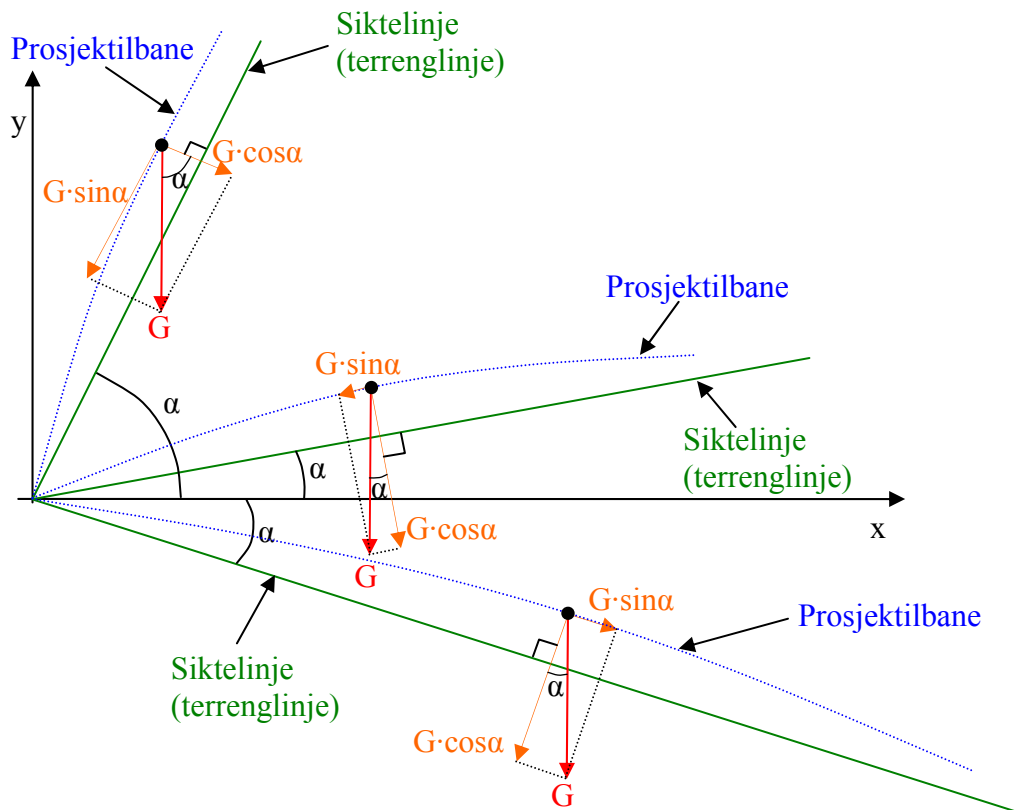
For å "teste ut" fysiske påstander, kan det ofte være lurt å tenke i "det ekstreme". De fleste vil skjønne at det blir feil å bruke samme oppsats brukt horisontalt når en skyter mot et mål i luften rett over hodet på en. Da skal en jo ikke ha noen oppsats, for da virker ikke tyngden  $G$  i

<sup>5</sup> I følgende bøker kan en finne oversiktligge begrepsforklaringer (på forståelig svensk): KA Artlära [11] side 69ff og Skjutära för armén [12] side 7ff.

det hele tatt til å krumme banen. (Vi ser her bort fra jordrotasjonen, og den såkalte Coriolis-akselerasjonen som følge av denne).

Figuren nedenfor illustrerer at tyngdens ”krummingskomponent” vinkelrett på terrenget,  $G \cdot \cos\alpha$ , avtar med økende terrenghelning, både i oppover- og nedoverbakke.

Når det gjelder tyngdens *parallellkomponent*  $G \cdot \sin\alpha$ , blir denne *større* for økende vinkler  $\alpha$ . Ved skyting *oppoverbakke* bidrar denne til å *bremse på farten*. Det fører til at ”overskytingen” blir noe mindre enn den ellers ville blitt. Dette kommer vi nærmere tilbake til i forbindelse med korreksjonsregelen *Rifleman's Rule*.



**Figur 2.3** Tyngdens komponenter langs ( $G \cdot \sin\alpha$ ) og vinkelrett på ( $G \cdot \cos\alpha$ ) siktelinjen er avhengig av siktelinjens vinkel ( $\alpha$ ) med horisontalplanet.

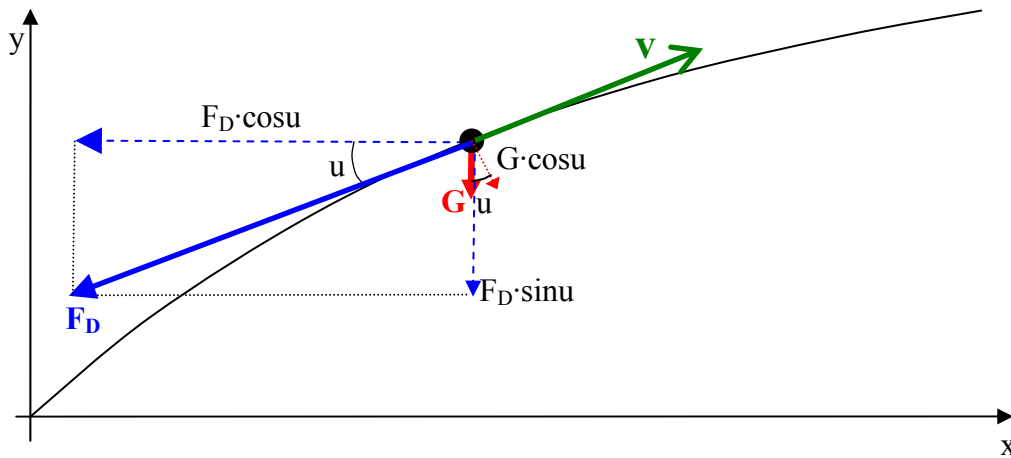
Ved skyting *nedoverbakke* derimot, har *parallellkomponenten*  $G \cdot \sin\alpha$  *samme* retning som hastighetsvektoren. I nedoverbakke virker dette altså til å *øke* farten. Større fart gir mindre krumme baner. Dette forsterker altså ”overskytingen” ytterligere i nedoverbakke.

I avsnitt 3.4.8 blir det presentert en tabell med beregninger av banens krumning som funksjon av terrengvinkel.

Neste avsnitt tar for seg rent intuitivt hvordan *luftmotstanden* påvirker prosjektilbevegelsen.

## 2.3 Prosjektilbevegelse med luftmotstand

### 2.3.1 Hva luftmotstanden avhenger av



**Figur 2.4** Følgende to krefter virker på et prosjektil i ethvert punkt i banen: **tyngden  $G$**  (rød pil i figuren) loddrett mot horisontalen og **luftmotstanden  $F_D$**  (blå pil). Denne er rett motsatt av **hastighetsretningen** (grønn pil), som til enhver tid er langs tangenten til banen.

I massepunktmodellen antas at prosjektillets kjernelinje hele tiden er parallell med hastighetsvektoren, slik at det ikke oppstår andre krefter fra luften enn luftmotstanden. En kan da betrakte prosjektillet som en kule med hele massen samlet i massesenteret. I reelle tilfeller danner prosjektillets kjernelinje gjerne en liten vinkel, den såkalte likevekts-yaw, med hastighetsvektoren. For *flatbanevåpen* medfører dette helt marginale avvik. De har ingen betydning for denne rapportens hovedanliggende og de konklusjoner som blir trukket her.

I Vedlegg C er bevegelseslikningene basert på denne modellen utledet. Der er det også vist et regneeksempel med kaliber 12,7 mm MØR. Der ser en at luftmotstanden i dette tilfellet er ca 35 ganger større enn tyngden, og derfor har den desidert største innvirkning på prosjektilbevegelsen.

Siden luftmotstanden kun virker *langs* banetangenten, har den ingen *direkte* innvirkning på banekrumningen. Den har imidlertid en *indirekte* virkning på denne ved at flygetiden fram til målet blir lengre, og at tyngdens komponent vinkelrett på banetangenten,  $G \cdot \cos u$  (figur 2.4), derfor får lengre tid til å virke. (Det er under de gitte forutsetninger, som nevnt ovenfor, kun *denne* tyngdekomponenten som *direkte* bidrar til krumningen av banen. Jo brattere banen er, desto mindre bidrar denne komponenten til dette). Dette fører til en brattere nedstigning og en større krumning i siste del av banen enn i første del.

Ved skyting i skrått terreng med rekkevidde mer enn noen hundre meter, og om krav til nøyaktighet er meget stor ("sniper"-skyting og maksimalt avvik på eksempelvis ca 10 cm fra siktepunktet), må en ta hensyn til at lufttettheten endrer seg med høyden. Dette får naturligvis innvirkning på luftmotstanden  $F_D$ , slik likning (2.1) viser:

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho A v^2 \quad (2.1)$$

der  $C_D$  er den såkalte luftmotstandskoeffisienten,  $\rho$  er lufttettheten,  $v$  er hastigheten og  $A$  er prosjektillets tverrsnittareal gitt ved kaliberet c:

$$A = \pi \left( \frac{c}{2} \right)^2 \quad (2.2)$$

$C_D$ -koeffisienten er i hovedsak<sup>6</sup> avhengig av prosjektillets form (aerodynamiske egenskaper), og defineres ved likning (2.1). Den kan i hvert enkelt tilfelle beregnes ved denne likningen når de andre parametrene er kjent. (Luftmotstanden  $F_D$  kan enten direkte måles i en vindtunnel, eller indirekte ved å måle prosjektillets hastighetsendring for eksempel ved hjelp av radar).

$C_D$ -koeffisienten er hastighetsavhengig. Eksempel på et diagram som illustrerer dette, er vist i Vedlegg D2.

Dersom en lar være å ta hensyn til lufttetthets endring med høyden, innføres en *systematisk* feil. Denne kommer i tillegg til spredning på grunn av *tilfeldige* feil, som uansett vil være der. (Systematiske feil større enn summen<sup>7</sup> av de tilfeldige feil, bør unngås).

I foregående avsnitt så vi at tyngdens komponent parallelt med terrenget virker til å bremse på farten i oppoverbakke, og til å øke farten i nedoverbakke, begge deler i økende grad med økende terrenghelning. Det at lufttettheten avtar med økende høyde over havet, kan ved skyting med flatbanevåpen på relativt lange hold i mange tilfeller langt på vei ”kompensere for” påvirkningen som tyngdekomponenten  $G \cdot \sin \alpha$  har på prosjektilbevegelsen. I slike tilfeller kan en da forvente at flyvetid og endehastighet ikke er vesentlig forskjellig fra verdiene ved skyting horisontalt. NAMMOs skytetabeller [5] og simuleringer som er gjennomført i denne rapporten angående 12,7 mm MØR, bekrefter dette.

### 2.3.2 Elevasjonsvinkel og maksimal rekkevidde

Det er to faktorer som bestemmer rekkevidden for et prosjektil med en gitt utgangshastighet, nemlig flygetiden  $t$  og gjennomsnittsfarten  $\bar{v}$  langs terrenget. (I Grunnskolen lærer en at strekning = gjennomsnittsfart · tid,  $s = \bar{v} \cdot t$ ). Med gitt utgangshastighet og terrengvinkel  $\alpha$  er det oppsatsvinkelen  $\theta$  som bestemmer  $t$  og  $\bar{v}$ .

La oss for enkelthets skyld betrakte skyting i horisontalt terreng. Med fast utgangshastighet vil flygetiden være *større* desto større elevasjonsvinkelen er. (Desto større denne er, jo høyere når prosjektillet og lengre tid befinner det seg i lufta). På den annen side blir middel- hastigheten  $\bar{v}$  langs bakken *mindre* når elevasjonsvinkelen blir større. Vi ser altså at elevasjonsvinkelen påvirker  $t$  og  $\bar{v}$  motsatt vei. Når den første faktoren blir større, blir den andre mindre og omvendt. I neste kapittel skal vi se at maksimal rekkevidde i vakuum oppnås når oppsatsvinkelen er ”midt på treet”, dvs. når utskyttningsretningen ligger midt mellom terrenglinjen og vertikalretningen. *I luft viser det seg at den oppsatsvinkelen som gir maksimal rekkevidde er litt mindre enn tilsvarende i vaku*um. (Jf. tabell 4.8 side 82). Det kommer av at banen faller brattere (krummer mer) i siste del av bevegelsen, som nevnt på forrige side. Dette kan kompenseres ved en litt mindre elevasjonsvinkel, slik at nedstigningen ikke blir fullt så bratt. Selv om dette også reduserer flygetiden noe, gjør dette et mindre utslag relativt sett enn den gunstige innvirkningen økt middelfart langs terrenget gir når det gjelder rekkevidden.

<sup>6</sup>  $C_D$ -koeffisienten kan når den enkle formelen (2.1) benyttes, i prinsippet justeres slik at den ”inkluderer” andre marginale faktorer, som for eksempel yaw-vinkelens innvirkning på luftmotstanden.

<sup>7</sup> Med summen menes kvadratsummen (engelsk ”root mean square”)  $S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + \dots + S_n^2}$ , der  $S_1, S_2, \dots, S_n$  er standardavvik for  $n$  *uavhengige* tilfeldige feilbidrag til den totale spredningen.

### 3 Prosjektilbevegelse i vakuum

#### 3.1 Innledning

Selv om prosjektilbevegelse med luftmotstand i mange tilfeller skiller seg mye fra hva den ville ha vært i vakuum, er det allikevel interessant å se på en del grunnleggende lovmessigheter for prosjektilbevegelse der kun tyngden virker. I reelle tilfeller kan en da gå ut fra at verdier for maksimal rekkevidde, maksimal banehøyde osv ikke kan overskride de tilsvarende ”vakuumverdiene”. En skjønsmessig nedjustering av disse verdiene kan i mange tilfeller representere en brukbar tilnærming for de virkelige verdiene.

I avsnittene nedenfor presenteres noen likninger som gjelder i vakuum. For å redusere omfanget av matematikk i hoveddelen av notatet er enkelte av utledningene plassert i vedlegg. Flere av likningene finnes merkelig nok ikke i noen av de mange ellers gode bøker i ballistikk forfatteren har vært borti, selv ikke de største og mest anerkjente som også tar for seg mange interessante aspekter ved ”vakuummodellen”. (Det vil opplyses hvilke likninger dette gjelder).

I beregningene nedenfor forutsettes at tyngdeakselerasjonen  $g$  er konstant ( $\approx 9,8 \text{ m/s}^2$ ), hvilket gjelder med god tilnærming så lenge banens maksimale høyde over bakkenivå er moderat. Det forutsettes også at rekkevidden ikke er større enn at en kan se bort fra jordkrumningen. En ser også bort fra jordrotasjonens innvirkning.

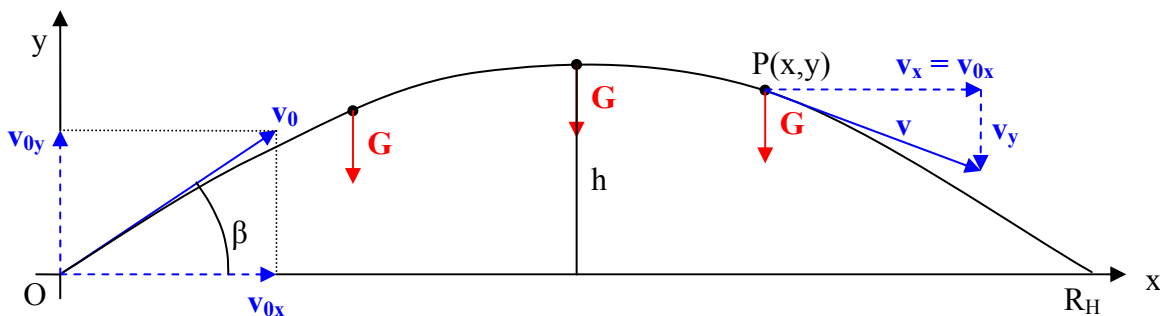
En kan utlede de grunnleggende lovmessigheter for prosjektilbevegelse i vakuum på flere måter. Vi presenterer i denne rapporten et par varianter for å få fram noen flere aspekter ved prosjektilbevegelsen.

Før vi tar for oss hovedtemaet ”skyting i skrått terreng”, er det naturlig først å ta utgangspunkt i problemstillinger knyttet til skyting i horisontalt terreng. Første del skal være velkjent stoff i den videregående skoles fysikkpensum.

#### 3.2 Grunnleggende forhold

##### 3.2.1 Bevegelseslikninger for prosjektilbevegelsen

I vakuum er det kun tyngden (gravitasjonen  $G$ ) som virker på prosjektilet. Denne er alltid rettet nedover mot jordsentret, i negativ  $y$ -retning slik fig. 3.1 illustrerer.



**Figur 3.1** Prosjektilbane i vakuum. Kun tyngden  $G$  virker på prosjektilet.

Siden det kun er tyngden som virker, og denne virker vertikalt, er det naturlig å dele prosjektilbevegelsen i en horisontal ( $x$ -retningen) og en vertikal ( $y$ -retningen) komponent.



a) Siden ingen krefter virker i x-retningen, skjer bevegelsen horisontalt med konstant fart. (Jfr. Newtons 1. lov). Dvs.  $v_x = v_{0x}$ .

b) Siden tyngden (dersom prosjektilet ikke beveger seg svært høyt) kan betraktes som konstant, skjer bevegelsen i y-retningen iflg. Newtons 2 lov med konstant akselerasjon

$$a = -\frac{G}{m} = -g \quad (\approx -9,8 \text{ m/s}^2)..$$

**Merk:**

Akselerasjonen er negativ,  $a = -g$ , fordi den er motsatt rettet valgt positiv y-retning.

Følgende ligninger kan da settes opp (jf. figur 3.1):

1. Horisontalt:

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \beta \quad (3.1)$$

$$x = v_0 \cdot \cos \beta \cdot t \quad (3.2)$$

2. Vertikalt:

$$v_y = v_{0y} - gt = v_0 \sin \beta - gt \quad (3.3)$$

$$y = v_0 \sin \beta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (3.4)$$

Lign. (3.2) løst med hensyn på t gir:

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \beta} \quad (3.5)$$

som innsatt i (3.4) gir:

$$y = \tan \beta \cdot x - \frac{g}{2(v_0 \cos \beta)^2} \cdot x^2$$

⇕

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cos \beta} - \frac{1}{2} g \left( \frac{x}{v_0 \cos \beta} \right)^2$$

⇕

$$y = \tan \beta \cdot x - \frac{g}{2(v_0 \cos \beta)^2} \cdot x^2$$

⇕

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \beta} \cdot x^2 + x \cdot \tan \beta \quad (3.6)$$

Denne likningen kalles stundom "kanonlikningen". Denne gir koordinatene for et vilkårlig punkt P(x,y) i banen når utgangshastighet  $v_0$  og elevasjonsvinkel  $\beta$  er gitt. Likningen viser at prosjekttilbanen i vakuum er en parabel (2.gradskurve).

Banehastigheten er gitt ved:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (3.7)$$

der  $v_x$  og  $v_y$  er gitt ved (3.1) og (3.3) henholdsvis. Hastigheten med gitte startbetingelser (utgangshastighet  $v_0$  og elevasjonsvinkel  $\beta$ ), kan da uttrykkes som en funksjon av tiden.

Energiloven (total energi er konstant) gir at bevegelsesenergien  $E_K$  i et vilkårlig punkt  $P(x,y)$  i banen uttrykt ved utgangsenergien  $E_{K0}$  og potensiell energi i høyde  $h = y$  over horisontalplanet gjennom munningen,  $E_p = mgh$ , er:

$$E_K = E_{K0} - mgy.$$

Innsetting av uttrykkene for bevegelsesenergi  $E_K = \frac{1}{2} mv^2$  og  $E_{K0} = \frac{1}{2} m_0 v_0^2$  og forenkling, gir med en gitt utgangshastighet  $v_0$  følgende enkle uttrykk for banehastigheten som funksjon av banehøyden  $y$ :

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gy} \quad (3.8)$$

Innsetting av uttrykket (3.6) for  $y$  inn i (3.8) gir hastigheten (med gitt  $v_0$  og  $\beta$ ) som funksjon av horisontalposisjonen  $x$ :

$$v = \sqrt{v_0^2 + \frac{g^2}{v_0^2 \cos^2 \beta} x^2 - 2gx \tan \beta} \quad (3.9)$$

**Hastigheten  $v$  er til enhver tid rettet langs tangenten til banen, slik figur 3.1 illustrerer.**

### 3.2.2 Alternative utledninger med vektorregning.

Newtons 2. lov på vektorform

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad (3.10)$$

gir (siden kun tyngden  $G$  virker på prosjektilet i vakuum og denne antas konstant), følgende konstante akselerasjon:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g} \quad (3.11)$$

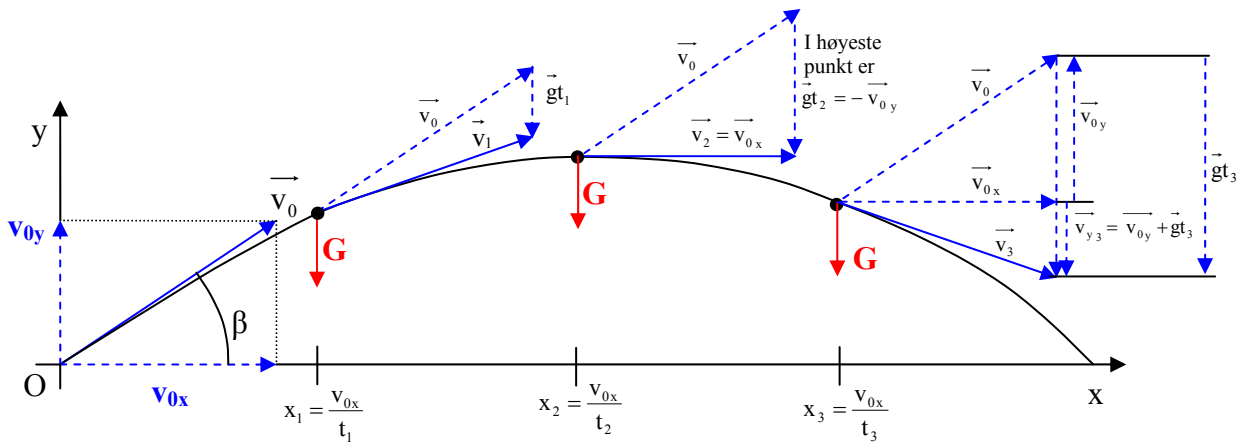
Hastigheten kan finnes definisjonsmessig ved integrasjon:

$$\int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_0^t \vec{g} dt \quad (3.12)$$

som videre gir følgende uttrykk for hastigheten ved tiden  $t$ :

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t \quad (3.13)$$

Figur 3.2 viser hastighetsvektor  $\vec{v}$  ved start (utgangshastighet  $\vec{v}_0$  ved  $t = 0$ ) og ved tre tidspunkter  $t_1$ ,  $t_2$ , og  $t_3$  henholdsvis, uttrykt ved likning (3.13). Denne likningen er en sammenstilling av likningene (3.1) og (3.3), slik det også fremgår av figur 3.2. (Bl.a. trekanten lengst til høyre i figur 3.2 illustrerer at  $\vec{v}_0 = \vec{v}_{0x} + \vec{v}_{0y}$ ).

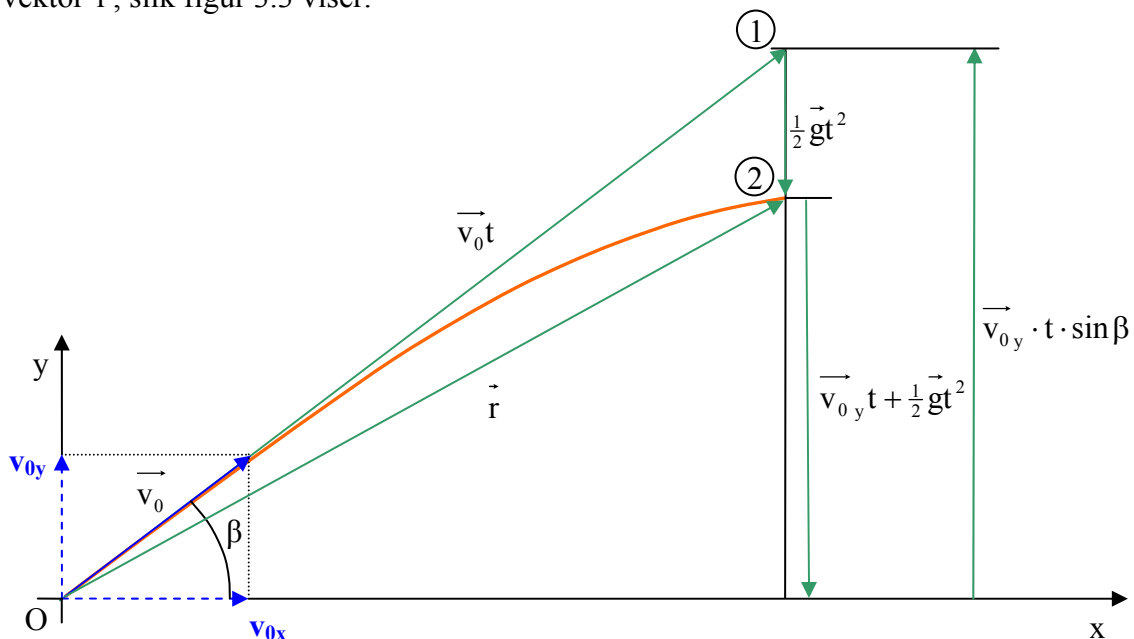


**Figur 3.2** Endringen  $\vec{g}t$  i vertikalhastigheten er proporsjonal med tiden, mens horisontal hastighetskomponent er konstant, fordi det kun er en konstant kraft (tyngden  $G$ ) som virker vertikalt nedover på prosjektilet.

Siden det ikke virker krefter horisontalt, skjer forflytningen parallelt med x-aksen med konstant fart, dvs. like lange strekninger i like store tidsrom. I figur 3.2 er  $t_2 = 2 \cdot t_1$  og  $t_3 = 3 \cdot t_1$ .

Dersom det ikke hadde virket noen krefter på prosjektilet, ville det ha fortsatt rett fram langs  $v_0$ -retningen. (Se også figur 3.3). Fallbevegelsen starter straks prosjektilet er ute av løpet, og endringen  $gt$  i fallhastigheten øker proporsjonalt med tiden, i samsvar med likning (3.13). Ved start har prosjektilet en hastighetskomponent  $v_{0y}$  oppover. Når  $gt$ , dvs. endringen (minkingen) i vertikalhastigheten er blitt like stor som  $v_{0y}$  oppover, er hastighetsvektor horisontal. Dette skjer på toppen av banen (tidspunkt  $t_2$  i figur 3.2).

Prosjektilets *posisjon* sett fra utskytningsstedet (munningen O) kan angis med en posisjonsvektor  $\vec{r}$ , slik figur 3.3 viser.



**Figur 3.3** Prosjektilet faller  $\frac{1}{2} \vec{g} t^2$  i løpet av tiden  $t$  til posisjon 2 fra posisjon 1, hvor det ville ha vært dersom det ikke hadde virket krefter på det.

Fallet fra punkt 1 til 2 kalles i ballistikkitteraturen gjerne ”drop”. (Dette kommer vi nærmere tilbake til). Selve figuren betegnes stundom for ”fiskestangprinsippet”. (Se for eksempel [13] side 142). Det er fordi prosjektilkurven/fiskestangen krummer mer og mer utover i banen/mot tuppen av fiskestangen.

Hastighetsvektor er pr definisjon gitt ved:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (3.14)$$

Posisjonsvektor  $\vec{r}$  kan da finnes ved integrasjon:

$$\int_0^t \vec{v} dt = \int_0^t (\vec{v}_0 + \vec{g}t) dt \quad (3.15)$$

der likning (3.13) er innsatt for  $\vec{v}$ . Fullføring av integrasjonen gir følgende uttrykk for posisjonsvektoren  $\vec{r}$ :

$$\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{g} t^2 \quad (3.16)$$

Dersom det ikke hadde virket krefter på prosjektillet, ville likningen kun hatt det første leddet på høyre side av likhetstegnet. Avstanden fra utskytningsstedet ville da økt proporsjonalt med tiden langs en rett linje parallell med (og gjennom)  $v_0$ -vektor.

### 3.2.3 Et par ”quizes”

I forlengelsen av det foregående er det naturlig å ta med noen ”quizes”. Figur 3.3 kan brukes som illustrasjon på en klassisk problemstilling som er kalt ”apekatten og jegeren” (”Monkey and the Hunter”. Se for eksempel [14]). Oppgaven går ut på følgende: En jeger er ute i jungelen for å skyte en bedøvelsespil mot en ape som henger i en gren. Utgangsretningen til pilen er rett mot apen. Akkurat i det øyeblikk skuddet går, slipper apen taket i grenen og faller fritt nedover.

Oppgavens spørsmål er: a) Vil apen bli truffet av pilen, og b) spiller utgangshastigheten til pilen noen rolle? (Vi antar at hastigheten ikke er så stor at luftmotstanden virker inn på bevegelsen, og at pilen ikke har rukket å bevege seg før apen slipper taket).

Svarene på oppgaven er følgende:

a) Som det fremgår av figur 3.3, vil pilen underveis ha en like stor akselerasjon ( $g$ ) vertikalt mot bakken som apen får. Siden akselerasjonen virker i like lang tid på begge, vil den vertikale forskyvningen i forhold til den grenen apen hang i, også bli like store for begge. Apen vil derfor bli truffet av pilen.

b) Med de gitte forutsetninger vil ikke hastigheten til pilen ha noen betydning med hensyn til om den vil treffe apen eller ikke. Desto lavere hastighet, jo lengre tid tar det før pilen er fremme. Banen blir da krummere, samtidig med at apen faller lenger ned. Den vil bli truffet så lenge pilen skytes rett mot apen i grenen, og så sant hastigheten er høy nok til at pilen når frem før apen treffer bakken.

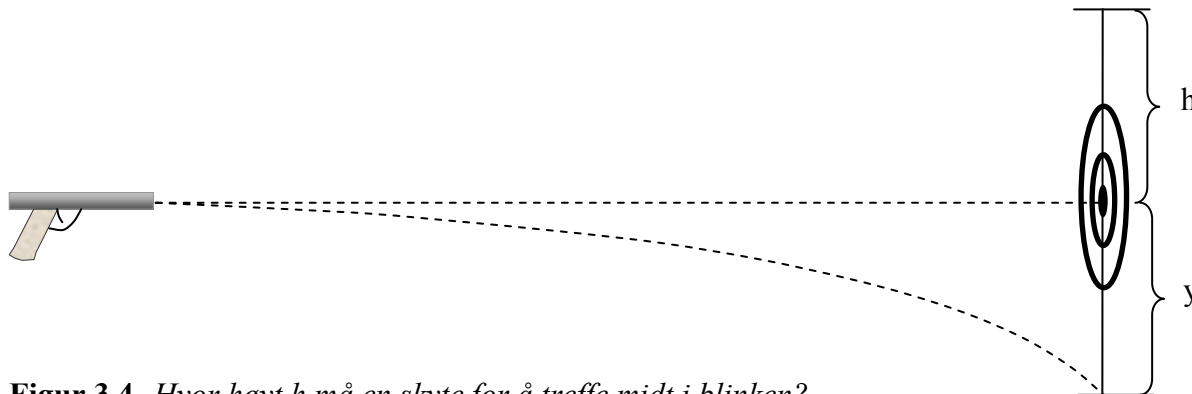
Et paradoks er at det under de gitte forutsetninger vil være lettere å treffe et mål som faller fritt på denne måten enn et stasjonært mål. Dersom målet er stasjonært, må våpenet rettes mot

et høyere punkt enn dette, og oppsatsen må være beregnet ut fra avstanden og pilens hastighet.

Det finnes for øvrig på Internett en rekke animasjonsdemoer og videoer som illustrerer ”apekatten og jegeren” på en meget god og underholdende måte. Se for eksempel [15], [16], [17], [18] og [19].

### Neste ”quiz”

I tidsskriftet The Physics Teacher, [20] side 328, under tidsskriftets faste og meget artige spalte ”Figuring Physics”, er det presentert følgende oppgave illustrert ved figur 3.4:



**Figur 3.4** Hvor høyt  $h$  må en skyte for å treffe midt i blinken?

Problemstillingen er følgende:

En skyter mot en målskive med elevasjonsvinkel  $0^\circ$ . Kula vil da treffe en høyde  $y$  lavere enn blinken. For å treffe midt i blinken må i stedet prosjektilets utgangsretning være mot et punkt som ligger en høyde  $h$  over blinken, som er

- nøyaktig =  $y$
- litt mindre enn  $y$
- litt større enn  $y$

I samme tidsskrift året etter, [21], har John Pratt tatt for seg denne problemstillingen. Han presenterer en ren *matematisk* utledning og begrunnelse for svaret fordi, som han uttrykker det: ”On the basis that there is no better defense of the correct answer c) than an ironclad mathematical analysis”.

John Pratt tar i sin artikkel utgangspunkt i de generelle bevegelseslikningene for prosjektilbevegelse i vakuum (jf. likningene (3.1) til (3.4)).

Etter min (og jeg tror mange andre leseres mening) er imidlertid oftest de mest ”elegante” løsninger de som blir gitt som en enkel ”tegn og fortell forklaring”. I tråd med betraktningene i kapittel 2 lanserer vi i stedet følgende løsning på problemet:

Svaralternativ c) er det riktige. Det er fordi tyngden  $G$  har en komponent som virker *mot* fartsretningen når prosjektillet går *oppover*. (Tilsvarende virker tyngdekomponenten *med* fartsretningen når prosjektillet beveger seg med retning *under* horisontalen). Dette vil bevirke at prosjektillet underveis *oppover* vil få en noe *lavere banehastighet og bruke litt lengre tid* frem mot blinkens horisontalposisjon. Prosjektillet *rekker derfor å falle litt lengre vertikalt* enn når det blir skutt rett horisontalt mot blinken.

For øvrig kan det nevnes at John Pratt i sin artikkel (ibid.) utleder et par andre interessante relasjoner for akkurat denne spesielle ”quizen”.

### 3.3 Horisontalt terreng

#### 3.3.1 Symmetriegenskaper

Som nevnt er det kun tyngden som virker på prosjektilet. I vakuum er det ingen friksjon (luftmotstand). Dette medfører altså at banen er en parabel. Dette gir følgende symmetriegenskaper (jf figur 3.1):

1. Hele banen ligger i vertikalplanet gjennom utskytningsvektor.
2. Banen er symmetrisk om en vertikal linje gjennom banens høyeste punkt.
3. Nedslagsvinkel = elevasjonsvinkel. (Nedslagsretning like mye *under* horisontalen som utskytningsretningen ligger *over*).
4. Nedslagshastigheten = utgangshastigheten.

I øverste punkt i banen er vertikalhastigheten blitt null. (Hastigheten er der horisontal). Setter vi  $v_y = 0$  i lign. (3.3), får vi:

$$v_y = v_0 \sin \beta - gt = 0 \quad \Rightarrow$$

Tiden opp til høyeste punkt i banen er da gitt ved:

$$t = \frac{v_0 \sin \beta}{g} \quad (3.17)$$

Det er samme kraften (tyngden) som virker på prosjektilet både under bevegelsen opp mot høyeste banepunkt og nedover igjen. Dersom prosjektilet lander på samme høydenivå som utgangsnivået, og kun da, gjelder at:

$$\mathbf{TID\ OPP = TID\ NED}$$

Total flygetid i slike tilfeller er da iflg. lign. (3.17) gitt ved:

$$T = \frac{2 v_0 \sin \beta}{g} \quad (3.18)$$

#### 3.3.2 Rekkevidde

For å finne rekkevidden horisontalt setter vi  $y = 0$  i likning (3.6). Dette gir følgende likning:

$$x \cdot \left( \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \beta} \cdot x - \tan \beta \right) = 0$$

$x = 0$  er en trivilløsning (gjelder utskytningsstedet origo). Ved å sette parentes = 0, bruke at  $\tan \beta = \sin \beta / \cos \beta$ , forkorte med felles faktor  $\cos \beta$  og bruke at  $2 \sin \beta \cos \beta = \sin 2\beta$ , får vi at rekkevidden horisontalt er:

$$R_H = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\beta \quad (3.19)$$

Denne likningen gir hvor lang den horisontale rekkevidden  $R_H$  blir med en gitt utgangshastighet  $v_0$  og elevasjonsvinkel  $\beta$ . Den gir for eksempel også hvilken elevasjonsvinkel  $\beta$  en må ha for å få en ønsket rekkevidde  $R_H$  med en gitt utgangshastighet  $v_0$ .

Siden sinus har maksimalverdi for vinkel =  $90^\circ$ , viser likning (3.19) at:

- **Maksimal rekkevidde horisontalt oppnås når elevasjonsvinkelen  $\beta = 45^\circ$ .**
- Den **maksimale rekkevidden horisontalt** er gitt ved:

$$R_{\text{Maks}} = \frac{v_0^2}{g} \quad (3.20)$$

Av punkt 3 øverst på forrige side og fordi elevasjonsvinkelen er  $45^\circ$  ved maksimal rekkevidde, er nedslagsretningen vinkelrett på utgangsretningen ved maksimal horisontal rekkevidde. I avsnitt 3.4.6 skal vi se at dette gjelder ved maksimal rekkevidde også i *skrått* terreng.

Rekkevidden maksimalt i *reelle* tilfeller med luftmotstand, vil naturligvis ikke kunne overstige verdien gitt i likning (3.20). I avsnitt 4.6 er det vist et diagram der en realistisk prosjektilbane kan sammenlignes med "vakuumbanen".

Som likning (3.19) viser, er det unntatt for  $\beta = 45^\circ$ , to vinkler med verdier like mye over som under  $45^\circ$  som gir hver sin bane med samme rekkevidde. For eksempel  $\beta = 15^\circ$  og  $\beta = 75^\circ$  gir begge  $R_H = v_0^2/2g$ . Dette kommer vi nærmere tilbake til i avsnittene 3.3.4 og 3.3.5.

En alternativ metode til å beregne horisontal rekkevidde, er å sette likning (3.18) inn i likning (3.2) for horisontalbevegelsen. Dette gir, når landingspunktet ligger på samme høydenivå som utgangsnivået:

$$R = v_0 \cos \beta \cdot \frac{2 v_0 \sin \beta}{g} = v_0 \cdot \frac{2 \sin \beta \cos \beta}{g}$$

og som ved relasjonen  $2 \sin \beta \cdot \cos \beta = \sin 2\beta$  gir lign. (3.19) ovenfor.

### 3.3.3 Banehøyde

Det er flere måter å utlede likningen for høyden  $y = h$  til prosjektilbanens toppunkt. (Dette kan gjøres med videregående skoles matematikk-/fysikkpensum). Her tar vi en snarvei, der vi peker på at alle parabler er symmetriske, slik den som er gitt ved likning (3.6) er et eksempel på, i dette tilfellet om en vertikal linje gjennom toppunktet (slik grafen i figur 3.1 illustrerer). X-verdien til toppunktet er derfor halvparten av horisontal rekkevidde gitt ved likning (3.19). Settes nevnte x-verdi inn i likning (3.6), er det enkelt å regne ut at banens høyde over horisontalnivå (utskytningsnivået) er gitt ved:

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \beta}{2g} \quad (3.21)$$

Den elevasjonsvinkel  $\beta$  som gir aller størst høyde, er naturligvis  $90^\circ$ , dvs. når det skytes rett opp. Dette sees også av likning (3.21). Ved å sette  $\beta = 90^\circ$  inn i denne likningen, får vi at den aller største høyde som en med en gitt utgangshastighet kan få, er:

$$y_{\text{Maks}} (\text{vertikalt}) = \frac{v_0^2}{2g} \quad (3.22)$$

Dvs. aller største høyde er halvparten av maksimal rekkevidde horisontalt. (Jf likning (3.20)).

Setter vi inn  $\beta = 45^\circ$  i (3.21) og benytter (3.20), får vi følgende sammenheng:

Ved skyting på maksimal rekkevidde horisontalt er **toppunktshøyden =  $\frac{1}{4}$  av rekkevidden.**

### 3.3.4 Sammenhengen mellom elevasjonsvinkel og treffpunkt

Vi tar utgangspunkt i figur 3.1 og spør: Hvilken elevasjonsvinkel  $\beta$  må en ha for at prosjektilet skal gå gjennom et bestemt punkt med gitte koordinater  $(x,y)$ ? (Dette punktet kan for eksempel befinne seg på bakken i skrått eller horisontalt terreng, eller det kan være et luftmål med de gitte koordinater).

Dersom vi setter relasjonen  $1/\cos^2\beta = 1 + \tan^2\beta$  inn i likning (3.6) og multipliserer denne med  $\frac{2v_0^2}{gx^2}$ , får vi etter ordning av leddene følgende likning:

$$\tan^2 \beta - \frac{2v_0^2}{gx} \tan \beta + \frac{2v_0^2 y}{gx^2} + 1 = 0 \quad (3.23)$$

Likning (3.23) har følgende løsninger for  $\tan\beta$ :

$$\tan \beta = \frac{v_0^2}{gx} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0^2}{gx}\right)^2 - \left(\frac{2v_0^2 y}{gx^2} + 1\right)} \quad (3.24)$$

Aktuelle elevasjonsvinkler  $\beta$  er da gitt ved:

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{v_0^2}{gx} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0^2}{gx}\right)^2 - \left(\frac{2v_0^2 y}{gx^2} + 1\right)} \right) \quad (3.25)$$

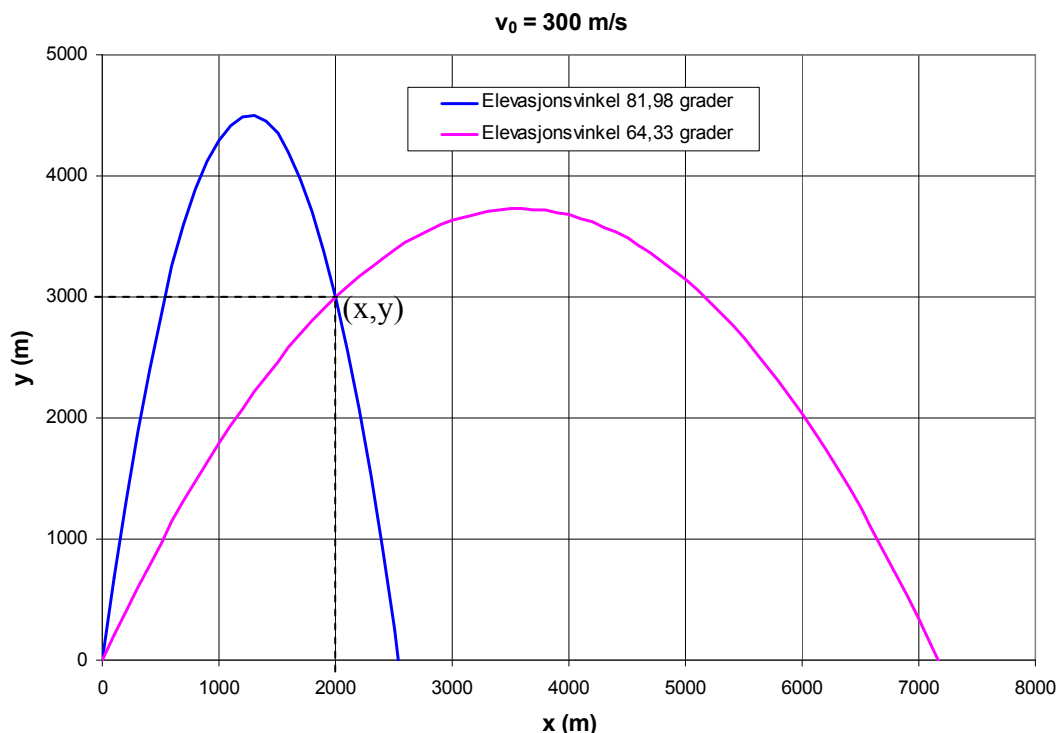
For hvert punkt  $(x,y)$  som gir radikanden større enn 1, har likning (3.25) to løsninger for elevasjonsvinkelen  $\beta$  i intervallet  $\langle 0^\circ, 90^\circ \rangle$  gitt ved henholdsvis pluss- og minustegnet foran rottegnet. I figur 3.5 nedenfor er det vist et eksempel med et prosjektile med utgangshastighet  $v_0 = 300$  m/s, og der likningen er løst basert på et krav om at banen eksempelvis skal gå gjennom punktet med koordinater  $x = 2000$  m og  $y = 3000$  m. Dette gir de to elevasjonsvinklene angitt i diagrammet. Disse er deretter satt inn i "kanonlikningen" (3.6) og banene beregnet med et Excelprogram.

Setter vi  $y = 0$  (horisontaltliggende treffpunkt) inn i likning (3.25), får vi:

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{v_0^2}{gx} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0^2}{gx}\right)^2 - 1} \right) \quad (3.26)$$

Siden radikanden må være  $\geq 0$ , får vi  $v_0^2 \geq gx$ . Dette innebærer at største horisontale rekkevidde  $R_{\text{Maks}} = x_{\text{Maks}} = v_0^2/g$  i samsvar med likning (3.20).





**Figur 3.5** To prosjektilbaner som går gjennom samme punkt  $(x,y) = (2000m, 3000m)$ .

### 3.3.5 Omhyllingskurven

Omhyllingskurven er relevant særlig i forbindelse med krumbaneskyting. Også ved flatere baner kan den være aktuell når det skytes i bratt oppoverbakke. Forfatteren av foreliggende rapport har ikke funnet noen skikkelig utledning av likningen for denne kurven i noen av de mange til dels omfattende og meget anerkjente bøker i ballistikk som relativt grundig tar for seg også prosjektilbevegelse i vakuum<sup>8</sup>. Det vises derfor her en utledning av nevnte formel ved følgende enkle resonnement:

Vi tar utgangspunkt i likning (3.25) og figur 3.5. Ved å velge en fast verdi for  $x$  og la samtidig  $y$  endre seg slik at radikanden nærmer seg mer og mer null i verdi, vil de to elevasjonsvinklene og tilhørende prosjektilbaner nærme seg hverandre. Skjæringspunktet mellom de to kurvene vil da flytte seg oppover. Når radikanden = 0, er det for hver aktuell  $x$ -verdi kun én elevasjonsvinkel og én prosjektilbane. Denne elevasjonsvinkelen er da den høyeste  $y$ -verdien med den gitte  $x$ -verdi. (Dette er også vist matematisk ved enkel derivasjon i Vedlegg H). Samlingen av alle slike punkter  $(x,y)$  beskriver en kurve som har fått navnet *omhyllingskurven*, fordi den *tangerer ytterkanten* av alle mulig prosjektilbaner med en gitt utgangshastighet. Punktene på denne kurven representerer de høyeste som kan nås i en gitt horisontalavstand, og de fjernest liggende mål det er mulig å treffe i en gitt sikteretning fra utskytningspunktet. (Dette kommer vi tilbake til i neste avsnitt).

<sup>8</sup> I Handbook on Weaponry, en klassisk og utbredt bok blant ballistikere, [13], står likningen oppført (side 139), men ikke utledet, på tross av at de ellers utleder de fleste formlene. I [7] side 23 står den også oppført, men der er den heller ikke utledet fordi: "The derivation is rather long and tedious, and is therefore omitted". I [22] er den på "sett og vis" utledet side 198, men utledningen er merkelig kronglete og inneholder flere trykkfeil og mangler. Den er heller ikke pr. d.d. vist i Wikipedia, som for øvrig har en rekke relativt omfattende artikler om prosjektilbevegelse. I [23] side 53 er likningen gitt som svar på en oppgave der det er gitt et "hint".

Ved å la  $x$  variere mellom 0 og maksimal rekkevidde horisontalt gitt ved likning (3.20), og regne ut den tilhørende  $y$ -verdi som gir radikanden i likning (3.25) = 0, fåes altså likningen for den såkalte *omhyllingskurven*.

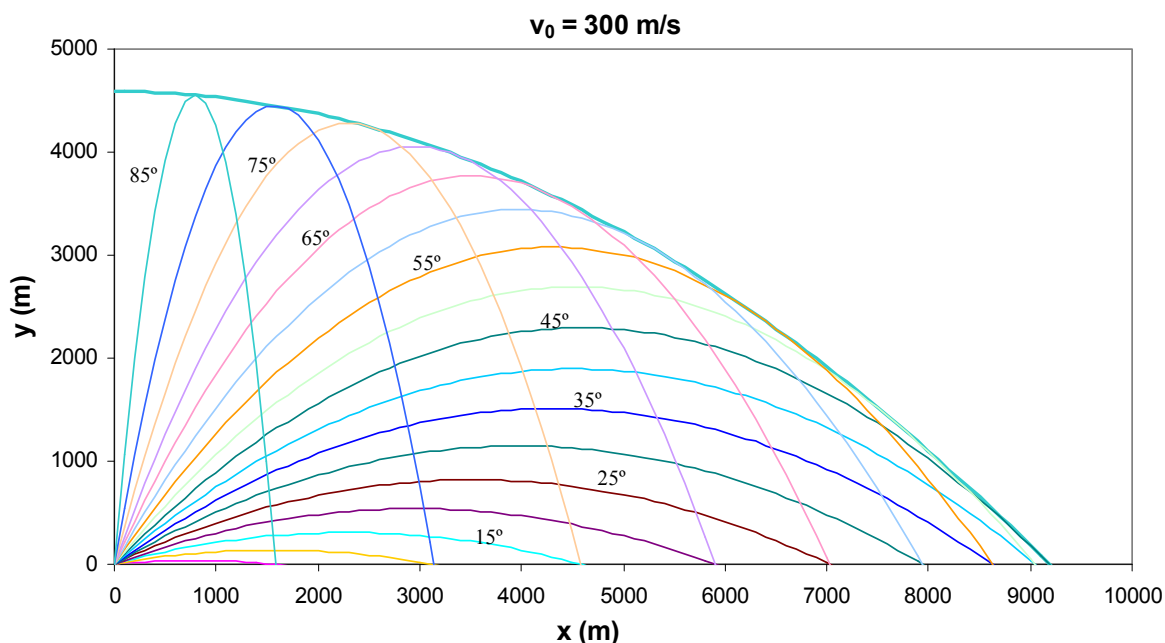
Radikanden:

$$\left(\frac{v_0^2}{gx}\right)^2 - \left(\frac{2v_0^2 y}{gx^2} + 1\right) = 0 \Rightarrow \frac{v_0^4}{g^2 x^2} - \frac{2v_0^2 y}{gx^2} - 1 = 0 \cdot \frac{gx^2}{2v_0^2} \Rightarrow$$

likningen for omhyllingskurven:

$$y = -\frac{g}{2v_0^2} x^2 + \frac{v_0^2}{2g} \quad (3.27)$$

Denne er tegnet inn i figur 3.6 sammen med en rekke prosjektilbanekurver med samme utgangshastighet. Som likning (3.27) viser, er omhyllingskurven en del av en 2.gradskurve (parabel).



**Figur 3.6** Omhyllingskurven (øverst) og prosjektilbaner med elevasjonsvinkel i 5° graders intervall. (Noen av dem markert med elevasjonsvinkel).

Desto kortere rekkevidde, jo større forskjell er det på de to elevasjonsvinklene og banene som gir samme rekkevidde. Når den horisontale rekkevidden nærmer seg 0, nærmer elevasjonsvinkelen for den flateste banen seg  $0^\circ$ , mens den for det bratteste alternativet nærmer seg  $90^\circ$ . Når rekkevidden horisontalt er den *minste* den kan være, dvs.  $x = 0$ , skytes det enten rett opp ( $\beta = 90^\circ$ ) eller vannrett ( $\beta = 0^\circ$ ), dvs. skuddet treffer bakken med en gang det går ut av munningen. *Største høyde* oppnås naturligvis når det skytes rett opp. Ved å sette  $x = 0$  inn i likning (3.27) for omhyllingskurven, får vi at  $y_{\text{maks}} = v_0^2/2g$  er største mulige høyde prosjektilet kan komme med gitt  $v_0$ , i overensstemmelse med likning (3.22).

Desto lengre rekkevidde, jo mer nærmer de to mulige elevasjonsvinklene seg hverandre. Som figur 3.6 antyder, vil de to prosjektilbanene falle sammen når elevasjonsvinkelen er  $45^\circ$ , og gi største rekkevidde horisontalt. Ved å sette  $y = 0$  i likning (3.27) for omhyllingskurven, får vi

hvor denne skjærer x-aksen ved *maksimal rekkevidde horisontalt*. Dette gir én positiv løsning for  $x$ , nemlig den som er gitt ved likning (3.20).

Figur 3.6 antyder også at elevasjonsvinkler som ligger like mye på hver side av  $45^\circ$ , dvs.

$$\beta = 45^\circ \pm \psi, \quad \psi \in [0^\circ, 45^\circ] \quad (3.28)$$

gir samme rekkevidde.

Som vi skal se i neste avsnitt, gjelder denne symmetrien også i skrått terreng.

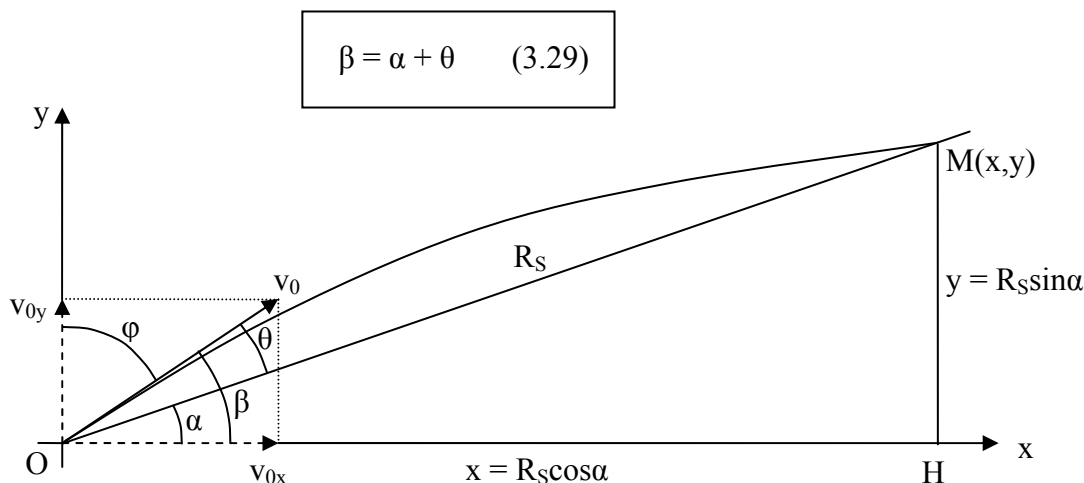
Som nevnt i avsnitt 3.3.3, er største høyde (rett opp) halvparten av maksimalrekkevidden, slik det også fremgår av figur 3.6. Settes verdien  $v_0 = 300$  m/s i foreliggende eksempel inn i likning (3.20) og (3.22), for henholdsvis maksimal rekkevidde og maksimal høyde, får vi verdiene:  $R_{H\text{maks}} = \underline{9177 \text{ m}}$  og  $y_{\text{maks}} = (9177:2) \text{ m} \approx \underline{4589 \text{ m}}$ . (Jf figur 3.6).

På engelsk kalles omhyllingskurven gjerne ”*envelope of (vacuum) trajectories*” ([7] side 45), ”*trajectory envelope*” ([22] side 199) eller ”*parabola of safety*” ([13] side 139). Sistnevnte uttrykk benyttes gjerne for å angi **trygg flygehøyde over et område der det skytes krumbane**.

## 3.4 Skrått terreng

### 3.4.1 Rekkevidde

I figuren nedenfor er sikteretning  $\alpha =$  terrengvinkel, dvs. gjennomsnittlig terrenghelning mot målet  $M(x,y)$ . Elevasjonsvinkelen  $= \beta$ , som pr definisjon er vinkelen  $v_0$  danner med horisontalplanet. Oppsatsvinkelen  $\theta$  er vinkelen som  $v_0$  danner med sikteretningen, på engelsk kalt ”*superelevation angle*”. Av figuren ser vi at:



**Figur 3.7** Skyting i skrått terreng.

Vi vil finne et uttrykk for skrårekkevidden  $R_s$  til et mål  $M(x,y)$  som befinner seg på bakken i et terreng med (gjennomsnittlig) helningsvinkel  $\alpha$ . Dersom vi setter  $x = R_s \cdot \cos \alpha$ ,  $y = R_s \cdot \sin \alpha$  og  $y/x = \tan \alpha$  inn i likning (3.6) og løser denne med hensyn på  $R_s$ , får vi følgende uttrykk for skrårekkevidden som funksjon av (bl.a.) elevasjonsvinkel  $\beta$ :

$$R_s = \frac{2v_0^2}{g \cos \alpha} \cdot \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan^2 \beta} \quad (3.30)$$

Spesialtilfellet horisontalt terreng:

Ved å bruke identitetene  $1/\cos^2\beta = 1 + \tan^2\beta$ ,  $\tan\beta = \sin\beta/\cos\beta$  og  $2\sin\beta\cos\beta = \sin 2\beta$  i (3.30) og sette terrengvinkel  $\alpha = 0$ , blir likningen omformet til likning (3.19) for horisontalt terreng.

Tilsvarende som nevnt i avsnitt 3.3.2 og 3.3.5 for horisontalt terreng, vil det også ved skyting i skrått terreng være to forskjellige elevasjonsvinkler  $\beta$  som kan gi en ønsket skrårekkevidde  $R_S$  (unntatt naturligvis for maksimal rekkevidde, der det kun er én mulig vinkel). Disse er gitt ved:

$$\begin{aligned} \beta^+ &= 45^\circ + \alpha/2 + \psi \\ \beta^- &= 45^\circ + \alpha/2 - \psi \end{aligned} \quad (3.31)$$

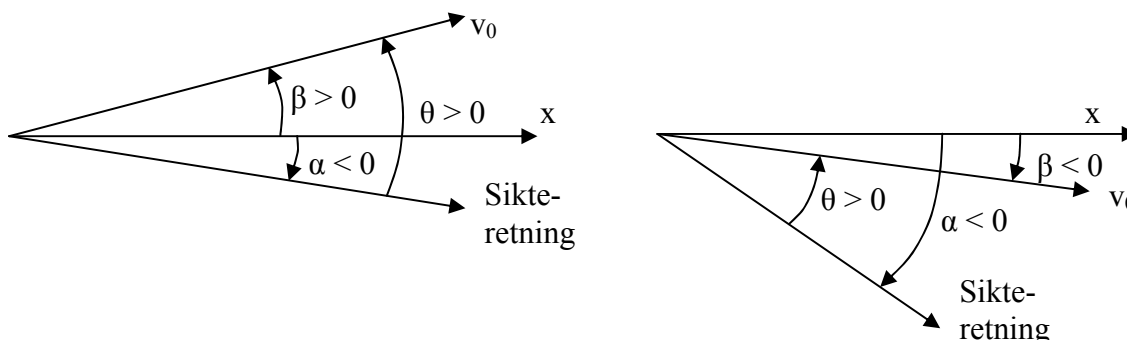
Dette er bevist<sup>9</sup> i Vedlegg G.

Dersom vi løser likning (3.30) med hensyn på elevasjonsvinkel  $\beta$ , får vi en tilsvarende likning som (3.25), men med  $x$  og  $y$  byttet ut med skrårekkevidden  $R_S$  og terrengvinkelen  $\alpha$ :

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{v_0^2}{gR_S \cos \alpha} \pm \sqrt{\left( \frac{v_0^2}{gR_S \cos \alpha} \right)^2 - \left( \frac{2v_0^2 \tan \alpha}{gR_S \cos \alpha} + 1 \right)} \right) \quad (3.32)$$

Som vi ser av figur 3.7, er  $x = R_S \cos \alpha$  og  $y = R_S \sin \alpha$ . De to løsningene i (3.32) representerer henholdsvis overgrader (plusstegnet) og undergrader (minustegnet). (Jf figur 3.6). Likning (3.32) kan brukes til å finne hvilken elevasjonsvinkel  $\beta$  (i vakuum) som en må ha for å treffe i en gitt skråavstand  $R_S$  i et terreng som danner en vinkel  $\alpha$  med horisontalen.

Likningene ovenfor gjelder også ved skyting i nedoverbakke. Da er terrengvinkelen  $\alpha < 0$ . Oppsatsvinkelen  $\theta$  er alltid positiv. Elevasjonsvinkelen  $\beta$  kan i noen tilfeller være positiv, i andre negativ. Figur 3.8 nedenfor illustrerer dette.



**Figur 3.8** Skyting i fallende terreng. Sikteretning langs terrengretningen,  $\alpha$  er negativ. Oppsatsvinkel  $\theta$  er alltid  $> 0$ . Elevasjonsvinkelen  $\beta$  kan ha forskjellig fortegn alt etter som utskytningsretningen ligger over ( $\beta > 0$ ) eller under ( $\beta < 0$ ) horisontalen. Positiv dreieretning for vinkler er pr definisjon mot klokka.

### 3.4.2 Nedslagshastighet

Hastigheten i et vilkårlig punkt i banen kan enkelt beregnes, siden den totale mekaniske energien i følge energiloven er konstant under prosjektilbevegelse i vakuum. Basert på denne loven og de velkjente ”skolelikningene” for kinetisk energi og potensiell energi i tyngdefeltet,

<sup>9</sup> Forfatteren har ikke funnet denne enkle sammenhengen publisert andre steder for skrått terreng. Kun for horisontalt terreng ( $\alpha = 0^\circ$ ) gir [24] i oppgave 26 side 70 en tilsvarende likning med referanse til Galileos ”Two New Sciences”.

har vi at hastigheten  $v$  i et vilkårlig punkt  $(x,y)$  er gitt ved<sup>10</sup>:

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gy} \quad (3.33)$$

Endehastigheten  $v_f$  i nedslagspunktet er da gitt ved:

$$v_f = \sqrt{v_0^2 - 2gR_s \sin \alpha} \quad (3.34)$$

Det er her benyttet at målpunktets høyde  $y = R_s \sin \alpha$ . (Jf. figur 3.7).

### 3.4.3 Maksimal rekkevidde

I avsnitt 3.3.5 ble det vist at omhyllingskurven representerer de fjernest liggende mål det er mulig å treffe i en gitt sikteretning (helningsvinkel  $\alpha$  i figur 3.7) fra utskytningspunktet.

For å finne hvilken elevasjonsvinkel  $\beta$  som gir *maksimal rekkevidde*, deriverer vi likning (3.30) med hensyn på  $\beta$  og får (jf. vedlegg H):

$$\frac{dR_s}{d\beta} = -\frac{2v_0^2}{g \cos \alpha} \cdot \frac{\tan^2 \beta - 2 \tan \alpha \tan \beta - 1}{1 + \tan^2 \beta} \quad (3.35)$$

Den deriverte = 0 for følgende verdier av  $\tan \beta$  (jf Vedlegg H):

$$\tan \beta = \frac{\sin \alpha + 1}{\cos \alpha} \quad (3.36)$$

Maksimal rekkevidde oppnås altså med elevasjonsvinkel  $\beta$  gitt ved:

$$\tan \beta = \frac{\sin \alpha + 1}{\cos \alpha} \text{ dvs. } \beta = \tan^{-1} \left( \frac{\sin \alpha + 1}{\cos \alpha} \right) \quad (3.37)$$

At denne verdien for  $\beta$  representerer et *maksimum* (og ikke et minimum) er vist i vedlegg H. For øvrig kan en argumentere for at uttrykket (3.37) *må* representere en *maksimalverdi* (og ikke en minimalverdi) for rekkevidden, siden det *må* finnes en slik for alle utgangshastigheter, mens minimumsverdien naturligvis er for  $x = 0$ .

Ved å sette uttrykket for  $\tan \beta$  som gir maksimum inn i formelen (3.30) for rekkevidde, får vi at maksimal rekkevidde  $R_s$  i skrått terreng med en gitt utgangshastighet er (jf Vedlegg H)

$$R_{\text{Smaks}} = \frac{v_0^2}{g(\sin \alpha + 1)} = \frac{R_{\text{Hmaks}}}{\sin \alpha + 1} \quad (3.38)$$

(I den siste overgangen er likning (3.20) for maksimal horisontal rekkevidde benyttet).

I samme vedlegg er det vist at maksimal rekkevidde oppnås dersom elevasjonsvinkelen  $\beta$  er gitt ved:

$$\beta = 45^\circ + \frac{\alpha}{2} \quad (3.39)$$

<sup>10</sup> Vi antar her, som tidligere forutsatt, at tyngdeakselerasjonen  $g$  er konstant.

Vi setter likning (3.29), som definerer sammenhengen mellom terrengvinkel  $\alpha$ , elevasjonsvinkel  $\beta$  og oppsatsvinkel  $\theta$ , inn i likning (3.39). Vi får da følgende uttrykk for hvilken *oppsatsvinkel* som ved en gitt terrengvinkel gir maksimal rekkevidde<sup>11</sup>:

$$\theta = 45^\circ - \frac{\alpha}{2} \quad (3.40)$$

Vinkelen mellom utskytningsretningen og vertikalretningen (jf. figur 3.7) er  $\varphi = 90^\circ - \beta$ . Ved  $R_{\text{maks}}$  har vi da (jf. likningene 3.39 og 3.40) at  $\underline{\theta} = 90^\circ - \beta = 45^\circ - \alpha/2 = \underline{\theta}$ . Dette innebærer at:

Den utskytningsretning som gir størst rekkevidde i vakuum ligger midt mellom terrenglinjen og vertikalretningen.

Den samme lovmessigheten som gjelder ved skyting i horisontalt terreng (jf. side 22 øverst), gjelder med andre ord også for skyting i *skrått* terreng<sup>12</sup>.

Vi setter første del av uttrykket for  $R_{\text{maks}}$  i likning (3.38) inn i likning (3.34) for endehastigheten. Etter omforming (v.h.a. 3. kvadratsetning og en enkel trigonometrisk relasjon) får vi ved å sammenligne med likning (3.37) følgende uttrykk<sup>13</sup>:

$$\tan \beta = \frac{v_0}{v_f} \quad (3.41)$$

Dette betyr at den elevasjonsvinkel som gir maksimal rekkevidde er gitt ved invers tangens til forholdet mellom utgangshastigheten og endehastigheten.

Omforming av likning (3.38) gir at maksimal skrårekkevidde  $R_{\text{Smaks}}$  kan skrives som:

$$R_{\text{Smaks}} = R_{\text{Hmaks}} - H \quad (3.42)$$

der  $H = R_{\text{Smaks}} \sin \alpha$  er nedslagspunktets høyde over horisontalen.

Dersom skrårekkevidden  $R_S$  i figur 3.7 er den *maksimale* ved den gitte terrengvinkel  $\alpha$ , må som nevnt, punkt M ligge på omhyllingskurven. I vedlegg C er det som en ren *kuriositet* fremstilt en ”mekanisk” modell for å tegne omhyllingskurven basert på likning (3.42).

Likningene (3.38) til (3.42) gjelder også ved skyting i *nedoverbakke*. For mål som ligger *lavere* enn utskytningsstedet, er terrengvinkelen  $\alpha$  og høyden  $H$  *negativ*. I følge likning (3.42) får vi da at skrårekkevidden blir tilsvarende *lengre* i forhold til den maksimale horisontalrekkevidde.

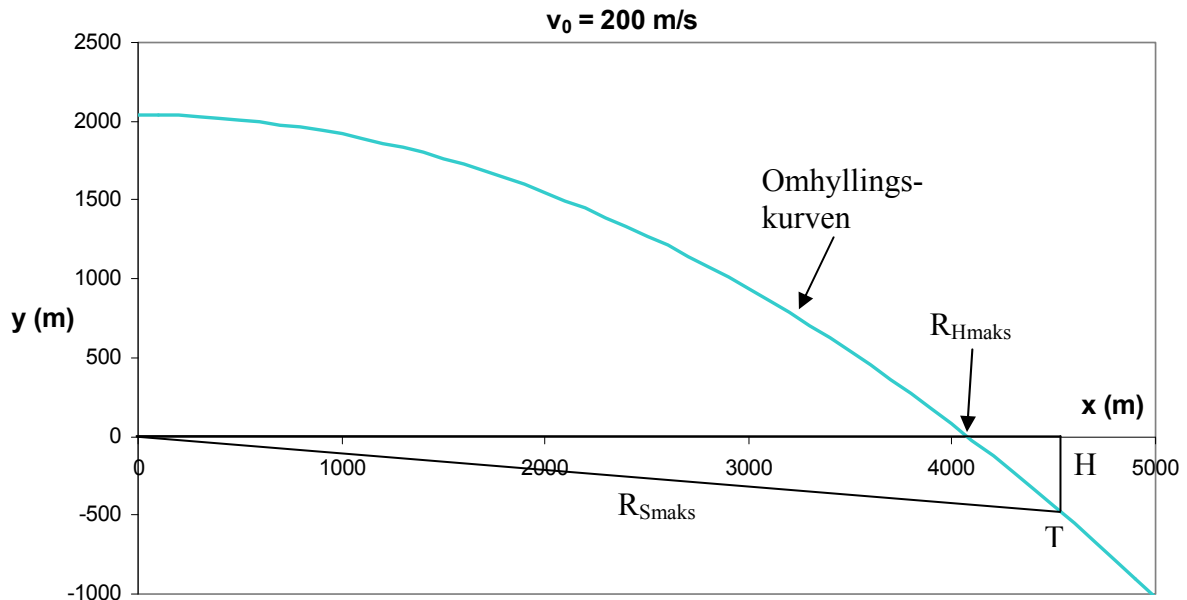
Treffpunktene T for maksimal rekkevidde for ulike terrengvinkler  $\alpha$  følger, som vi så i avsnitt 3.3.5, *omhyllingskurven*. Denne er i figur 3.9 vist med en  $v_0 = 200$  m/s som eksempel, og der grafen er forlenget videre *under* horisontalen (x-aksen) for treffpunkter med negativ y-verdi.

<sup>11</sup> Utledning av denne likningen er gitt som en oppgave i [23] side 53. Den er utledet på en alternativ måte av Ronald A. Brown (1992) i [25] side 344. For øvrig har ingen av de andre kildene i referanselisten vist denne likningen. Brown henviser til en artikkel av William S. Porter (1977) [26] og skriver: ”In 1977 Porter published in The Physics Teacher what is apparently the *first* treatment of the general problem”.

<sup>12</sup> Denne enkle regelen står ikke i noen av de kildene det er referert til i denne rapporten.

<sup>13</sup> Dette er utledet på en lignende måte i [27] side 169.

Merkelig nok har ingen av kildene det refereres til i denne rapporten, heller fremvist den enkle sammenhengen som likning (3.42) representerer<sup>14</sup>. For krumbanevåpen, som for eksempel 40 mm granatkaster til montering på håndvåpen, GUR<sup>15</sup>, der rekkevidden er relativt kort og luftmotstanden moderat, kan likning (3.42) ha en nytteverdi også rent feltmessig, særlig i scenarier der det er aktuelt å måtte bruke våpenet på lengste rekkevidde. Dersom en kjenner *maksimalrekkevidden horisontalt* for våpenet (hvilket vel alle brukere bør), kan man etter en rask estimering av målets høyde over utskytningsnivået og skråavstanden, beregne hvorvidt prosjektilet kan nå fram. Her er et lite eksempel som kan illustrere dette.



**Figur 3.9** *Maksimal skrårekkevidde i nedoverbakke = maksimal horisontalrekkevidde pluss absoluttverdien av treffpunktets høydenivå  $H$ , (som her er negativ).*

#### Eksempel:

40 mm granatutskytningsrør (GUR),  $v_0 = 78$  m/s.

Anta at et mål befinner seg i skråavstand 400 m unna. Vil granatene kunne nå fram til målet dersom det befinner seg i en høyde  $H = 100$  m

- høyere enn* utskytningsstedet?
- lavere enn* utskytningsstedet?

Dersom vi ser bort fra luftmotstanden, og beregner lengste *horisontale* rekkevidde ved hjelp av likning (3.20), får vi.

$$R_{Hmaks} = \frac{v_0^2}{g} = \frac{(78 \text{ m/s})^2}{9,80665 \text{ m/s}^2} = \underline{620 \text{ m}}$$

I praksis bør en også ved slike moderate hastigheter ta hensyn til luftmotstanden. I neste kapittel (avsnitt 4.7.2) vises det at  $R_{Hmaks}$  basert på simuleringer og målinger, er ca 440 m. Vi bruker derfor denne verdien i de videre beregninger:

$$\mathbf{R_{Hmaks} = 440 \text{ m}}$$

Den maksimale skråavstand målet kan bli truffet på når det befinner seg i høyde 100 m

- over* utskytningsstedet er:  $R_{Smaks} = 440 \text{ m} - 100 \text{ m} = \underline{340 \text{ m}}$ .

<sup>14</sup> Dette er muligens første gang også denne publiseres!

<sup>15</sup> GUR = granatutskytningsrør

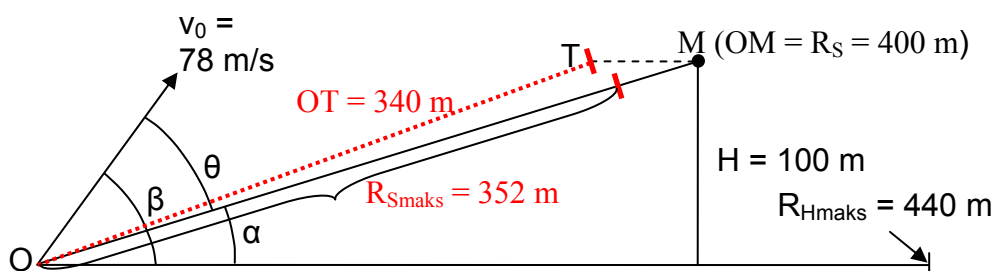
b) *under* utskytningsstedet er:  $R_{Smaks} = 440 \text{ m} + 100 \text{ m} = \underline{540 \text{ m}}$ .

**Konklusjon: I tilfelle a) vil ikke målet kunne nåes, mens det i tilfelle b) kan nåes med god margin.**

Situasjon a) er illustrert i figur 3.10. (M er målets posisjon og  $OT = 440 \text{ m} - 100 \text{ m} = \underline{340 \text{ m}}$  er største treffavstand i målets høydenivå).

Terrengvinkelen er:  $\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{H}{R_s}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{100 \text{ m}}{400 \text{ m}}\right) = \underline{14,5^\circ}$

Dersom vi setter denne verdien sammen med  $R_{Hmaks} = 440 \text{ m}$  inn i likning (3.38), får vi at største skråavstand langs terrenget er  $R_{Smaks} = \underline{352 \text{ m}}$ . (Denne oppnås i følge likningene (3.39) og (3.40) med elevasjonsvinkel  $\beta = 45^\circ + \alpha/2 = 52,2^\circ$  og oppsats  $\theta = 45^\circ - \alpha/2 = 37,8^\circ$ ).



**Figur 3.10** *Maksimal skrårekkevidde (til et gitt høydenivå) = maksimal horisontalrekkevidde minus treffpunktets høydenivå.*

I avsnitt 4.7.2 er den enkle tommelfingerregelen (3.42), som er ment som et hjelpemiddel til raskt å vurdere muligheten for å kunne nå fram til målet, ”testet” med simuleringsprogrammet.

### 3.4.4 Banens toppunkt

I det punkt der banen er høyest over bakken, er hastigheten parallell med terrenget (sikteretningen). (Jf figur 3.11). En måte å finne dette punktet på er derfor å derivere banelikningen  $y(x)$  gitt ved likning (3.6) med hensyn på  $x$  og sette den deriverte (stigningstallet) lik  $\tan \alpha$ , som er stigningstallet for terrenget. En alternativ måte er å finne maksimalverdien for  $\Delta y$  i figur 3.11. Dette gjør vi ved å finne et uttrykk for denne størrelsen, og deretter derivere denne med hensyn på  $x$ . Av banelikningen (3.6) og figur 3.11 ser vi at:

$$\Delta y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \beta} \cdot x^2 + x \cdot (\tan \beta - \tan \alpha) \quad (3.43) \quad \Rightarrow$$

$$\frac{d(\Delta y)}{dx} = -\frac{g}{v_0^2 \cos^2 \beta} \cdot x + \tan \beta - \tan \alpha$$

Den  $x$ -verdi som gir denne deriverte = 0, kaller vi  $x_T$  ( $x$ -verdien til toppunktet). Den er gitt ved:

$$x_T = \frac{v_0^2}{g} \cdot \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan^2 \beta} \quad (3.44) \quad (\text{Her er benyttet at } 1 + \tan^2 \beta = 1/\cos^2 \beta)$$

Ved å sammenlikne dette uttrykket med likning (3.30) for skrårekkevidden, og observere at  $X_M = R_S \cos \alpha$  (jf figur 3.11), får vi at

$$x_T = \frac{1}{2} X_M = \frac{1}{2} R_S \cos \alpha \quad (3.45)$$

Dette vil si at:



### Horisontalposisjonen til banens høyeste punkt over terrenget er halvparten av målets horisontalavstand<sup>16</sup>.

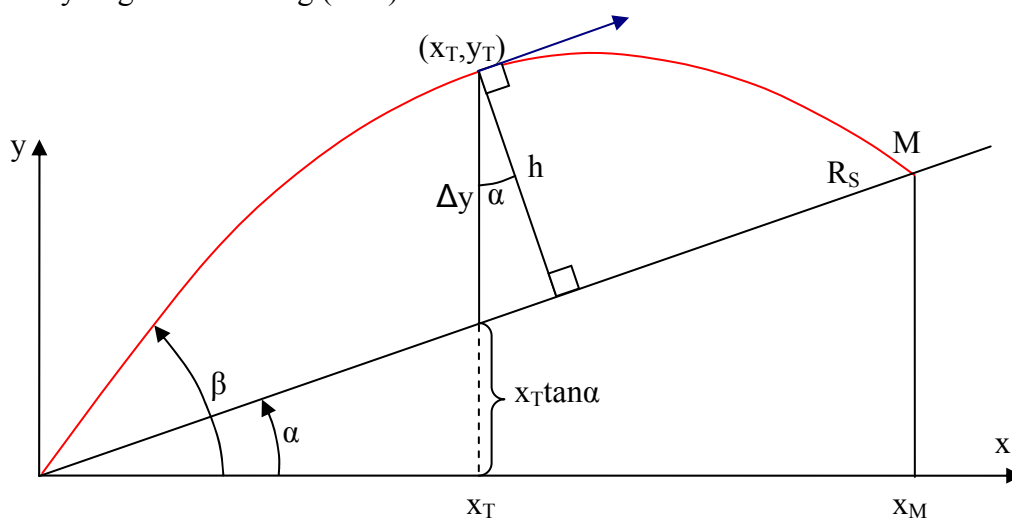
Ved å sette dette inn i likning (3.43), får vi etter enkel omforming at banens største vertikale høyde (dvs. loddrett på *horisontalplanet*) er:

$$\Delta y = \frac{1}{4} R_S \cos \alpha (\tan \beta - \tan \alpha) \quad \Leftrightarrow \quad \Delta y = \frac{1}{4} x_M (\tan \beta - \tan \alpha) \quad (3.46)$$

Av figur 3.11 ser vi at banens største høyde over terrenget *vinkelrett* på dette er:

$$h = \Delta y \cos \alpha \quad (3.47)$$

der  $\Delta y$  er gitt ved likning (3.46).



**Figur 3.11** Banens største høyde over bakken.

Setter vi likning (3.37) for  $\tan \beta$  ved maksimal rekkevidde inn i likning (3.46), og deretter resultatet inn i likning (3.47), får vi at<sup>17</sup>:

$$h_{\text{maks}} = \frac{1}{4} x_{\text{maks}} \quad (3.48)$$

Vi ser med andre ord at samme enkle relasjon som er nevnt ved slutten av avsnitt 3.3.3, gjelder generelt også for skyting på maksimal rekkevidde i skrått terreng.

Legg merke til at koordinatene til toppunktet ikke faller sammen med banens høyeste punkt i forhold til *horisontalplanet*. Dette inntreer *kun* når terrengvinkelen  $\alpha = 0$  (dvs. skyting i horisontalt terreng). Da er som nevnt banen symmetrisk om den vertikale linjen gjennom toppunktet, slik det ble nevnt i avsnitt 3.3.1.

Tabell 3.1 på neste side viser et eksempel der bl.a. toppunktshøyden  $h$  er regnet ut ved forskjellige terrengvinkler  $\alpha$  og med samme målavstand  $R_S$ . De andre størrelsene i tabellen er elevasjonsvinkelen  $\beta$ , oppsatsvinkelen  $\theta$ , toppunktets høyde  $\Delta y$  over terrenget (vertikalt på horisontalplanet), nedslagsvinkelen  $\gamma$  og banens krumning  $\kappa$ . (De to sistnevnte er forklart i avsnittene 3.4.5 og 3.4.8, og er tatt med her for lettere å kunne sammenholde de forskjellige størrelsene og deres endring ved skifte av terrengvinkel). I regneeksemplet er det valgt en målavstand  $R_S = 1000$  m og en utgangshastighet  $v_0 = 300$  m/s. (Tyngdeakselerasjonen  $g = 9,80665$  m/s<sup>2</sup>).

<sup>16</sup> Også dette er således en parallell til det som ble slått fast i avsnitt 3.3.1 angående skyting i *horisontalt* terreng. Men legg merke til at selve *toppunktet* i *skrått* terreng *ikke* ligger midt på *banekurven* over terrenget.

<sup>17</sup> **Likningene (3.45) og (3.48) ser ikke ut til å være publisert tidligere.**

**Tabell 3.1** Tabellen viser i hvilken grad viktige parametre endrer verdi når terrengvinkelen  $\alpha$  endres. (Symbolene er forklart i teksten ovenfor).

$\alpha$	$\beta$	$\theta$	$\Delta y$	$h$	$y$	$\kappa$
-60	-58,506	1,494	12,48	6,24	-61,370	2,864
-55	-53,282	1,718	12,54	7,19	-56,582	3,300
-50	-48,070	1,930	12,60	8,10	-51,787	3,717
-45	-42,870	2,130	12,68	8,97	-46,983	4,113
-40	-37,685	2,315	12,76	9,78	-42,168	4,484
-35	-32,515	2,485	12,85	10,53	-37,343	4,827
-30	-27,363	2,637	12,95	11,22	-32,504	5,141
-25	-22,229	2,771	13,06	11,83	-27,651	5,422
-20	-17,115	2,885	13,17	12,37	-22,783	5,669
-15	-12,021	2,979	13,28	12,83	-17,898	5,877
-10	-6,949	3,051	13,41	13,20	-12,995	6,046
-5	-1,899	3,101	13,53	13,48	-8,072	6,173
0	3,128	3,128	13,66	13,66	-3,128	6,256
5	8,131	3,131	13,79	13,74	1,839	6,292
10	13,110	3,110	13,93	13,71	6,829	6,281
15	18,065	3,065	14,06	13,58	11,845	6,220
20	22,996	2,996	14,19	13,34	16,886	6,110
25	27,903	2,903	14,32	12,98	21,954	5,949
30	32,786	2,786	14,45	12,52	27,049	5,737
35	37,646	2,646	14,58	11,94	32,171	5,475
40	42,485	2,485	14,70	11,26	37,320	5,164
45	47,302	2,302	14,81	10,47	42,497	4,805
50	52,100	2,100	14,91	9,59	47,699	4,401
55	56,880	1,880	15,01	8,61	52,926	3,954
60	61,643	1,643	15,09	7,55	58,175	3,468

Legg merke til at *største* toppunktshøyde, oppsatsvinkel  $\theta$  og krumning  $\kappa$  ikke inntreer når  $\alpha = 0^\circ$ , men når terrengvinkelen er litt større enn dette. (Jf. tabellen ved  $\alpha = 5^\circ$ ). Dette kommer av kombinasjonen av tyngdens komponent *mot* bevegelsen ( $G_{\parallel}$ ) som bremser farten, og tyngdens komponent *på tvers av* fartsretningen ( $G_{\perp}$ ) som krummer banen.

### 3.4.5 Fallvinkel

I avsnitt 3.3.1 angående skyting i *horisontalt* terreng ble det nevnt at fallvinkelen ligger like mye *under* horisontalen som elevasjonsvinkelen ligger *over* horisontalen. Dvs. fallvinkelen er negativ, men like stor i absoluttverdi som elevasjonsvinkelen. I *skrått* terreng er det rimeligvis ikke tilsvarende symmetrier, fordi prosjektilbanen generelt sett *ikke* er symmetrisk om en linje som står vinkelrett på og går gjennom midtpunktet av terrenglinjestykket  $R_S$ . Jf figur 3.11 (og kommentarene til denne), som viser at banens høyeste punkt over munningsplanet<sup>18</sup> ligger nærmere landingspunktet M enn startpunktet O.

Retningen til hastighetsvektor i et vilkårlig punkt i banen er gitt ved den deriverte med hensyn på  $x$  av uttrykket (3.6) for prosjektilbanen:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{g}{v^2 \cos^2 \beta} x + \tan \beta \quad (3.49)$$

Tangens til den vinkel som hastighetsvektor danner med horisontalen, er gitt ved  $dy/dx$ . I banens høyeste punkt  $(x_h, y_h)$  over *horisontalplanet* er  $dy/dx = 0$ . (Fartsretningen og banen er da horisontal<sup>19</sup>. Se figur 3.12). Ved å sette dette inn i likning (3.49) og deretter løse den

<sup>18</sup> Horisontalplanet gjennom våpenets munning.

<sup>19</sup> Det forutsettes her at prosjektillet ikke treffer bakken før dette punktet er passert.

resulterende likning med hensyn på  $x$ , får vi horisontalposisjonen  $x$  til banens høyeste punkt. Ved enkel omforming får vi:

$$x_h = \frac{v_0^2 \sin 2\beta}{2g} \quad (3.50)$$

Dette er identisk med likning (3.21), (siden prosjektilet naturligvis ikke "vet" om det skal lande i skrått eller horisontalt terreng).

Det er spesielt fallretningen i *nedslagspunktet* det er interessant å finne. (Særlig ved bruk av sprenggranater er dette relevant med henblikk på hvor stort skadeareal som kan forventes). Et uttrykk for fallvinkelen  $\gamma$  som funksjon av skråavstanden  $R_S$  kan også finnes ved å bruke likningene (3.1) og (3.3) for henholdsvis den horisontale og vertikale hastighetskomponenten:

$$\tan \gamma = \frac{v_{fy}}{v_{fx}} = \frac{v_{fy}}{v_{0x}} = \frac{v_{fy}}{v_0 \cos \beta} \quad (3.51)$$

der  $v_{fy}$  er slutfartens vertikalkomponent og  $v_{fx}$  er horisontalkomponenten, som er konstant = utgangshastighetens horisontalkomponent når det ikke er luftmotstand. (Jf avsnitt 3.2.1). I samsvar med likning (3.3) er vertikalkomponenten av terminalhastigheten gitt ved:

$$v_{fy} = v_0 \sin \beta - gt \quad (3.52)$$

Flygetiden ut til skråavstand  $R_S$  er gitt ved:

$$t = \frac{x}{v_{0x}} = \frac{R_S \cos \alpha}{v_0 \cos \beta} \quad (3.53)$$

Dette innsatt i likning (3.52) gir:

$$v_{fy} = v_0 \sin \beta - \frac{gR_S \cos \alpha}{v_0 \cos \beta} \quad (3.54)$$

som innsatt i (3.51), bruk av likning (3.30) for  $R_S$  og etter omforming (jf. vedlegg I) gir følgende uttrykk for fallvinkelen  $\gamma$ :

$$\gamma = \arctan(2 \tan \alpha - \tan \beta) \quad (3.55)$$

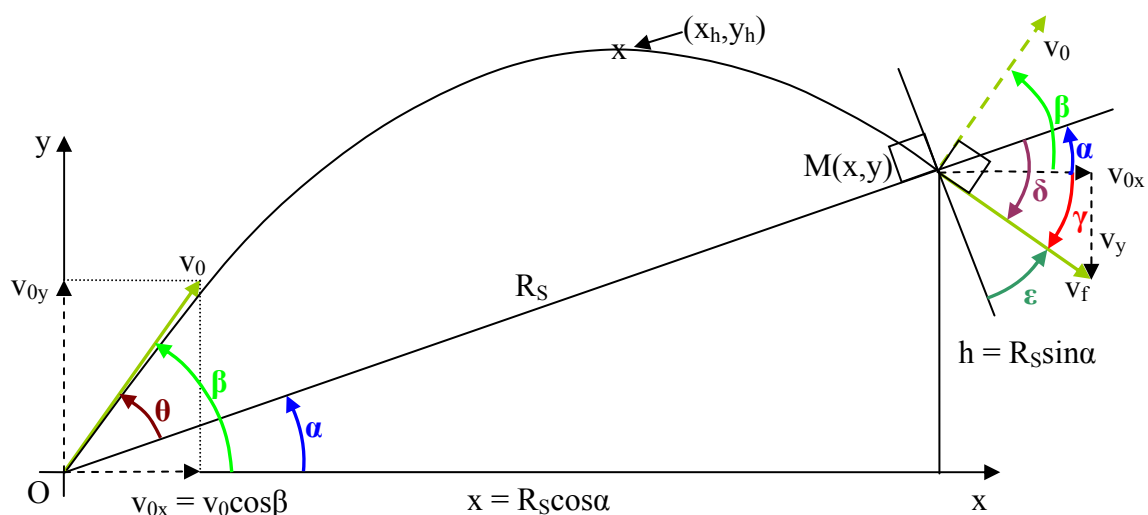
### 3.4.6 Fallvinkel ved maksimal rekkevidde

I avsnitt 3.3.2 for horisontalt terreng ble det nevnt at ved *maksimal* rekkevidde, dvs. ved elevasjonsvinkel  $45^\circ$ , er fallretningen vinkelrett på utskytningsretningen. I vedlegg I er det vist at dette også gjelder ved *maksimal* rekkevidde i *skrått* terreng. Da er elevasjonsvinkelen  $\beta$  gitt ved likning (3.39). Relasjonen mellom fallvinkelen  $\gamma$  i forhold til horisontalen og elevasjonsvinkelen  $\beta$  (jf figur 3.12 med vinkelmarkeringer i ulike farger) er ved maksimal rekkevidde altså gitt ved:

$$\gamma = \beta - 90^\circ \quad (3.56)$$

Innsetting av likning (3.39), som gjelder ved maksimal rekkevidde, i (3.56) gir at fallvinkel  $\gamma$  i forhold til horisontalen er gitt ved:

$$\gamma = \frac{\alpha}{2} - 45^\circ \quad (3.57)$$



**Figur 3.12** Ved maksimal rekkevidde er fallretningen vinkelrett på utskytningsretningen.

Sammenlikner vi den siste likningen med likning (3.40), ser vi at  $-\gamma = \theta$ . Det vil si at ved maksimal rekkevidde gjelder at **nedslagsvinkelen  $\gamma$  i forhold til horisontalen er like stor (i absoluttverdi) som oppsatsvinkelen**. (Sammenlikn med vedlegg I side 149).

Likning (3.56) viser at fallvinkelen  $\gamma$  ved *maksimal* rekkevidde er *negativ* (fallretningen er under horisontalen) for *alle*<sup>20</sup> terrengvinkler  $\alpha$ . Når terrengvinkelen nærmer seg  $90^\circ$ , nærmer fallvinkelen seg  $0^\circ$ , dvs. horisontal fallretning (så vidt på undersiden av horisontalen). Når  $\alpha = 0^\circ$  (horisontalt terreng), er i følge likning (3.57) fallvinkelen  $\gamma = -45^\circ$  på maksimal rekkevidde, i samsvar med det som ble nevnt i avsnitt 3.3.2. Når terrenget heller nedover, er  $\alpha$  negativ og anslagsvinkelen *alltid* negativ, uansett rekkevidde. Fallvinkelen  $\gamma$  nærmer seg  $-90^\circ$  (fallretningen nærmer seg vertikalretning nedover) når terrengvinkelen og terrenget gjør det.

Fallvinkelen  $\delta$  i forhold til terrenget (jf figur 3.12) er gitt ved  $\delta = \gamma - \alpha$ . Likning (3.57) innsatt i denne gir at fallvinkelen  $\delta$  i forhold til terrenget ved *maksimal* rekkevidde er gitt ved:

$$\delta = -\frac{\alpha}{2} - 45^\circ \quad (3.58)$$

Setter vi  $\alpha = 0$ , får vi i samsvar med avsnittene 3.3.1 og 3.3.2 at  $\delta = -45^\circ$ .

Dersom det skytes på maksimal rekkevidde i *oppoverbakke*, vil fallretningen være brattere i forhold til terrenget desto brattere hellingen er. *Når terrengvinkelen  $\alpha$  nærmer seg  $90^\circ$ , nærmer nedslagsretningen ved maksimal rekkevidde seg horisontal retning*. (Fallvinkelen  $|\delta|$  nærmer seg  $90^\circ$  (jf. likning (3.58)) og fallvinkelen  $\gamma$  seg  $0^\circ$  (jf. likning (3.57)). Se figur 3.12). Dette er relevant kunnskap for eksempel ved skyting med 40 mm granater når rekkevidden er tøyd til det maksimale. Sprengvirkningen er nemlig vanligvis størst dersom granatene går av når de faller vinkelrett mot bakken. (På kortere hold og/eller ved svakere terrenghelning, må en i stedet benytte alternativet med overgrader for å få til en bratt nedstigning).

Sammenlikner vi likning (3.58) med likning (3.39), får vi at:

$$\delta = -\beta \quad (3.59)$$

<sup>20</sup> Dette gjelder naturligvis bare når det skytes på *maksimal* rekkevidde og *ikke* generelt. Ved alle *positive* terrengvinkler er det i prinsippet mulig å ha positiv nedslagsvinkel (fallretning over horisontalen).

Det vil si at ved *maksimal* rekkevidde er fallretningen like mye *under terrenget* som elevasjonsvinkelen er *over horisontalen*.

I figur 3.12 er det markert en linje som står vinkelrett på terrenget. Fallretningen til høyre for denne er angitt ved vinkelen  $\varepsilon$ . Av figuren ser vi at  $\varepsilon = 90^\circ - |\delta| = 90^\circ + \delta$ , siden  $\delta$  er negativ. Av (3.59) får vi da at  $\varepsilon = 90^\circ - \beta$ . Sammenligner ved dette med likning (3.56), ser vi da at:

$$\varepsilon = -\gamma = |\gamma| \quad (3.60)$$

Dvs. at fallretningen ligger midt mellom horisontalen og en linje vinkelrett på terrenget. (Se figur 3.12). Også dette er en tilsvarende symmetriegenskap som ved skyting på maksimal rekkevidde i horisontalt terreng.

### 3.4.7 Sammenfatning av symmetriegenskaper ved maksimal rekkevidde

I de foregående avsnitt har vi sett at mange av de samme symmetriegenskaper som gjelder ved **maksimal rekkevidde** i *horisontalt* terreng også gjelder på samme eller liknende måte i *skrått* terreng. Noen av disse listes opp her (jf. figurene 3.11 og 3.12):

- Horisontalposisjonen til banens høyeste punkt over terrenget er halvparten av horisontalavstanden til målet. ( $x_T = \frac{1}{2}x_M$ ).
- Banens største høyde over terrenget (vinkelrett på dette) er  $\frac{1}{4}$  av horisontalavstanden til målet. ( $h_{\text{maks}} = \frac{1}{4}x_M$ )
- Den utskytningsretning som gir størst rekkevidde i vakuum ligger midt mellom terrenget og vertikallretningen.
- Nedslagsretningen er vinkelrett på utskytningsretningen,  $\vec{v}_f \perp \vec{v}_0$
- Nedslagsvinkelen  $\delta$  i forhold til *terrenget* er like stor (i absoluttverdi) som elevasjonsvinkelen  $\beta$ . ( $|\delta| = \beta$ ).
- Nedslagsvinkelen  $\gamma$  i forhold til *horisontalen* er like stor (i absoluttverdi) som oppsatsvinkelen  $\theta$ . ( $|\gamma| = \theta$ )
- Nedslagsretningen ligger midt mellom horisontalretningen og en linje vinkelrett på terrenget. ( $\varepsilon = |\gamma|$ )

### 3.4.8 Banekrumning

Begrepet *krumning* er i geometrien definert på litt forskjellige måter, avhengig av den sammenheng dette brukes i. Krumningen,  $k$ , til en plan kurve i et *punkt*  $P$  er gjerne definert

som  $k = \lim_{P_1 \rightarrow P} \frac{\alpha(P, P_1)}{s(P, P_1)}$  der  $\alpha(P, P_1)$  er vinkelen mellom kurvens tangenter i punktene  $P$  og  $P_1$  og

$s(P, P_1)$  er buelengden mellom disse punktene, [28]. Av denne definisjonen følger enkelt at krumningen for en sirkel med radius  $r$  er  $1/r$ , dvs. krumningen avtar (plausibelt nok) proporsjonalt med radien. Denne radien betegnes gjerne *krumningsradius*. I mange praktiske tilfeller, for eksempel når det gjelder krumningen i en kurve på en veg, kan krumningen i et

bestemt punkt være gitt ved krumningsradius til den sirkelen som berører banen i punktet og best dekker denne i et lite område omkring punktet. (Dette er velkjent stoff som finnes i mange lærebøker i klassisk mekanikk. En enkel og lett tilgjengelig beskrivelse av dette finnes i [29]).

Prosjekttilbanen har forskjellig krumning underveis i banen. Det kunne derfor være et poeng å bruke begrepet *gjennomsnittlig krumning*, nemlig retningsendringen,  $\alpha$  (jf definisjon ovenfor), dividert med buelengden,  $s$ , mellom utgangspunktet og nedslagspunktet. Som en brukbar tilnærming for relativt flate baner kan, i stedet for buelengden, brukes den rette linjen (korden) mellom de to punktene i banen. (Denne er enklere å finne enn selve buelengden). Med en slik definisjon vil forskjellen i krumning mellom to prosjekttilbaner med samme rekkevidde kun være avhengig av forskjellene i endringen av retningen til hastighetsvektor mellom disse punktene. I denne rapporten er det derfor tilstrekkelig og mest formålstjenelig å kun bruke selve retningsendringen<sup>21</sup> som et mål for banens krumning. (Å sammenligne gjennomsnittlig krumning for prosjekttilbaner som representerer ulike rekkevidde, er irrelevant i forhold til det som studeres i denne rapporten).

Banekrumning defineres i denne rapporten altså som:

$$\kappa = \beta - \gamma \quad (3.61)$$

der  $\beta$  er elevasjonsvinkelen og  $\gamma$  er nedslagsvinkelen i forhold til horisontalen. (Jf figur 3.12)

Som nevnt bl.a. i kapittel 2, er det gravitasjonen  $G$  (tyngden av prosjektilet) som gjør at banen krummer. Jo lavere prosjekttilhastighet, desto lengre blir flygetiden fram til en gitt rekkevidde, slik at  $G$  derved får lengre tid til å virke. (Jf figur 3.3 som illustrerer droppet gitt ved  $\frac{1}{2}gt^2$ ). Krumningen blir derved større. Som kjent fra skolematematikken er krumningen i et punkt på grafen til en funksjon  $y = f(x)$  gitt ved den andrederiverte,  $f''$ , til funksjonen. Dersom vi dobbeltderiverer uttrykket for prosjekttilbanen gitt ved likning (3.6), får vi at  $y'' = -g/(v_0 \cos \beta)^2$ . Poenget med å ta med denne definisjonsvarianten av banekrumning er at sistnevnte uttrykk på en god måte illustrerer de to faktorene som påvirker krumningen, nemlig at:

**Krumningen øker proporsjonalt med gravitasjonen og avtar proporsjonalt med kvadratet av prosjektilets hastighet i horisontalretningen.**

Med sistnevnte definisjon er krumningen av grafen til prosjekttilbanen, som er en parabel i vakuum, konstant. Men som forklart tidligere i rapporten og som det fremgår av bl.a. figur 3.1, er retningsendringen størst øverst i banen, siden tyngdekraften da i sin helhet virker på tvers av fartsretningen. Forklaringen på denne tilsynelatende uoverensstemmelsen mellom de to utsagnene om krumning er enkel. Krumningen definert innledningsvis i dette avsnittet er gitt ved vinkeldreining pr (infinitesimale) ”stepp” langs *buen* (banen), mens krumningen av grafen til en funksjon gitt ved  $y = f(x)$  er basert på endring pr (infinitesimale) ”stepp” i *x-retningen*.

Som nevnt i avsnitt 3.3.4, finnes det to baner som kan treffe målet, så lenge det skytes kortere enn maksimal rekkevidde. Det er klart at den banen med høyest elevasjonsvinkel av de to mulige, er den som har størst krumning. Da har prosjektilet lengre flygetid, fordi prosjektilet

<sup>21</sup> Her brukes retningsendringen egentlig med motsatt fortegn, da positiv vinkeldreining gjerne defineres ”mot klokka”. Dette valget er gjort for å få *positive* verdier for krumningsvinkelen  $\kappa$ .

når større høyde og *horisontalkomponenten* av hastigheten er mindre enn for banen med lavere krumning.

I denne rapporten studerer vi primært flatbanevåpen, der skyting med overgrader er uaktuelt. Som nevnt også i kapittel 2, kan en vente mindre krumning desto brattere terrenget er, fordi  $G$  da i mindre grad virker på tvers av banen. Den uoverensstemmelse som ble nevnt i forordet når det gjelder krumningen i skytetabeller for 12,7 mm ammunisjon, gjelder nettopp dette. Det kommer vi nærmere tilbake til i avsnitt 4.5.

Det kan være interessant å beregne banekrumningen i vakuum, og sammenligne denne med simuleringer i luft. Dersom en benytter en prosjektilhastighet i vakuum, som gir samme flygetid som med et konkret våpen, er det å vente at krumningen blir omtrent den samme ved samme skuddvidde og terrengvinkel. Det er fordi selve luftmotstanden definisjonsmessig ikke har noen komponent på tvers av fartsretningen. Kun indirekte, slik vi nevnte det i kapittel 2, virker luftmotstanden på banekrumningen idet den fører til lengre flygetid.

Ved å beregne elevasjonsvinkelen  $\beta$  gitt ved likning (3.25) og nedslagsvinkelen  $\gamma$  gitt ved likning (3.55) og deretter sette disse verdiene inn i likning (3.61), får vi krumningen for en gitt utgangshastighet  $v_0$ , terrengvinkel  $\alpha$  og skråavstand  $R_S$ .

I tabell 3.1 på side 33 er det vist et eksempel der banekrumningen er beregnet for forskjellige terrengvinkler og skyting på samme skråavstand  $R_S$  langs terrenget. I dette eksemplet er det benyttet en utgangshastighet  $v_0 = 300$  m og  $R_S = 1000$  m. Dette gir litt større oppsatsvinkler enn det som er typisk for flatbanevåpen. I slike tilfeller inntreer største krumning for terrengvinkler litt større enn  $0^\circ$ , slik det fremgår av tabellen. En ser også at banen er noe flatere (mindre krumning) ved skyting i nedoverbakke sammenlignet med hva som gjelder i oppoverbakke, i samsvar med hva som er forklart tidligere. (Se for eksempel kapittel 2).

Tabell 3.2 nedenfor viser oppsats  $\theta$  og banekrumning  $\kappa$  i grader, og endring i banekrumning  $\Delta\kappa$  i streker (mils) i forhold til verdien i horisontalt terreng, for en rekke terrengvinkler  $\alpha$  gitt i grader. De respektive flygetider  $t$  i s er også angitt. I beregningene er det benyttet en utgangshastighet  $v_0 = 853$  m/s identisk med den som er gitt i NAMMOs skytetabeller. (Jf avsnitt 4.5).

*Endringen* i banekrumning,  $\Delta\kappa$ , i streker (mils)<sup>22</sup> er altså gitt ved:

$$\Delta\kappa = (\kappa(\alpha) - \kappa(\alpha=0^\circ)) \cdot \frac{6400}{360} \quad (3.62)$$

der krumningen  $\kappa$  er målt i grader.  $\Delta\kappa$  er fremstilt grafisk i figurene 3.13 og 3.14.

Det kan som nevnt være interessant å sammenligne verdier for krumning beregnet i *vakuum* med de som er simulert/gitt i skytetabeller for prosjektilbevegelse i *luft*. I tabell 3.3 er dette gjort med tanke på å sammenligne verdier for 12,7 mm MP. (Jf avsnitt 4.5). Siden banehastigheten og dermed flygetiden, som forklart foran, har avgjørende betydning for hvor stor banens krumning blir, er det i tillegg utført beregninger med en  $v_0$  som i horisontalt terreng gir samme flygetid som gitt i skytetabellene fra NAMMO. Disse verdiene er markert med gult i tabell 3.3.

<sup>22</sup> Sammenhengen mellom streker (*mils* på engelsk) og grader er vanligvis definert ved: streker = grader · 6400/360.

**Tabell 3.2** Oppsats  $\theta$  og krumning  $\kappa$  i grader og endring av krumning  $\Delta\kappa$  i streker (mils) i forhold til verdien i horisontalt terreng ( $\alpha = 0^\circ$ ). Det er benyttet samme  $v_0 = 853$  m/s som i NAMMOs skytetabeller.

R = 1000 m					R = 2000 m					R = 3000 m					R = 4000 m				
$\alpha$	$\theta^0$	$\kappa^0$	$\Delta\kappa^-$	t	$\alpha$	$\theta^0$	$\kappa^0$	$\Delta\kappa^-$	t	$\alpha$	$\theta^0$	$\kappa^0$	$\Delta\kappa^-$	t	$\alpha$	$\theta^0$	$\kappa^0$	$\Delta\kappa^-$	t
-60	0,192	0,38	-6,94	1,17	-60	0,382	0,75	-14,04	2,32	-60	0,570	1,12	-21,30	3,46	-60	0,755	1,48	-28,69	4,59
-55	0,220	0,44	-5,94	1,17	-55	0,438	0,87	-12,05	2,32	-55	0,654	1,29	-18,32	3,46	-55	0,868	1,70	-24,75	4,59
-50	0,247	0,49	-4,99	1,17	-50	0,491	0,97	-10,16	2,32	-50	0,734	1,45	-15,51	3,46	-50	0,974	1,91	-21,02	4,60
-45	0,272	0,54	-4,11	1,17	-45	0,541	1,07	-8,40	2,32	-45	0,808	1,59	-12,87	3,47	-45	1,073	2,11	-17,51	4,60
-40	0,295	0,59	-3,30	1,17	-40	0,587	1,16	-6,78	2,32	-40	0,877	1,73	-10,44	3,47	-40	1,164	2,29	-14,25	4,61
-35	0,315	0,63	-2,57	1,17	-35	0,628	1,25	-5,31	2,33	-35	0,939	1,86	-8,21	3,48	-35	1,247	2,46	-11,28	4,62
-30	0,333	0,66	-1,92	1,17	-30	0,664	1,32	-3,99	2,33	-30	0,994	1,97	-6,22	3,48	-30	1,321	2,61	-8,60	4,63
-25	0,349	0,70	-1,36	1,17	-25	0,696	1,38	-2,85	2,33	-25	1,042	2,07	-4,49	3,49	-25	1,385	2,74	-6,25	4,64
-20	0,362	0,72	-0,89	1,17	-20	0,722	1,44	-1,89	2,33	-20	1,082	2,15	-3,01	3,49	-20	1,439	2,85	-4,25	4,65
-15	0,372	0,74	-0,51	1,17	-15	0,743	1,48	-1,12	2,34	-15	1,114	2,22	-1,82	3,50	-15	1,483	2,95	-2,60	4,66
-10	0,380	0,76	-0,24	1,17	-10	0,759	1,51	-0,54	2,34	-10	1,137	2,27	-0,91	3,51	-10	1,515	3,02	-1,34	4,67
-5	0,384	0,77	-0,07	1,17	-5	0,768	1,54	-0,17	2,34	-5	1,153	2,30	-0,30	3,51	-5	1,536	3,07	-0,47	4,68
0	0,386	0,77	0,00	1,17	0	0,772	1,54	0,00	2,34	0	1,159	2,32	0,00	3,52	0	1,546	3,09	0,00	4,69
5	0,385	0,77	-0,04	1,17	5	0,770	1,54	-0,04	2,35	5	1,157	2,32	-0,01	3,52	5	1,543	3,09	0,05	4,70
10	0,381	0,76	-0,18	1,17	10	0,762	1,53	-0,29	2,35	10	1,145	2,30	-0,34	3,53	10	1,529	3,07	-0,32	4,71
15	0,374	0,75	-0,42	1,17	15	0,749	1,50	-0,75	2,35	15	1,125	2,26	-0,98	3,54	15	1,504	3,03	-1,12	4,72
20	0,364	0,73	-0,77	1,18	20	0,729	1,47	-1,42	2,36	20	1,097	2,21	-1,94	3,54	20	1,466	2,96	-2,34	4,73
25	0,351	0,70	-1,21	1,18	25	0,704	1,42	-2,28	2,36	25	1,060	2,14	-3,21	3,55	25	1,417	2,87	-3,98	4,75
30	0,336	0,67	-1,76	1,18	30	0,673	1,36	-3,35	2,36	30	1,014	2,05	-4,78	3,55	30	1,357	2,75	-6,03	4,76
35	0,318	0,64	-2,39	1,18	35	0,638	1,29	-4,61	2,36	35	0,961	1,94	-6,64	3,56	35	1,286	2,61	-8,48	4,77
40	0,297	0,60	-3,12	1,18	40	0,597	1,20	-6,05	2,37	40	0,900	1,82	-8,79	3,56	40	1,205	2,45	-11,33	4,77
45	0,274	0,55	-3,93	1,18	45	0,551	1,11	-7,66	2,37	45	0,832	1,69	-11,20	3,57	45	1,114	2,27	-14,53	4,78
50	0,249	0,50	-4,81	1,18	50	0,502	1,01	-9,43	2,37	50	0,757	1,54	-13,86	3,57	50	1,015	2,07	-18,09	4,79
55	0,223	0,45	-5,77	1,18	55	0,448	0,91	-11,35	2,37	55	0,676	1,38	-16,75	3,58	55	0,907	1,86	-21,95	4,80
60	0,194	0,39	-6,78	1,18	60	0,391	0,79	-13,40	2,37	60	0,590	1,20	-19,85	3,58	60	0,792	1,62	-26,11	4,80

**Tabell 3.3** Tilsvarende størrelser som i foregående tabell, men med flygetider identisk med verdiene i NAMMOs tabeller. Verdiene for  $v_0$  for hver terrengvinkel er justert for å gi angitte flygetid.

R = 1000 m					R = 2000 m					R = 3000 m					R = 4000 m								
$\alpha$	t	$v_0$	$\theta^0$	$\kappa^0$	$\Delta\kappa^-$	$\alpha$	t	$v_0$	$\theta^0$	$\kappa^0$	$\Delta\kappa^-$	$\alpha$	t	$v_0$	$\theta^0$	$\kappa^0$	$\Delta\kappa^-$	$\alpha$	t	$v_0$	$\theta^0$	$\kappa^0$	$\Delta\kappa^-$
-10	1,57	635,8	0,683	1,36	-0,48	-10	4,41	452,1	2,689	5,29	-3,02	-10	8,36	354,1	6,547	12,53	-12,31	-10	13,57	290,7	13,027	24,11	-39,90
-5	1,57	636,5	0,690	1,38	-0,15	-5	4,41	454,0	2,731	5,39	-1,16	-5	8,39	356,3	6,604	12,91	-5,44	-5	13,70	293,8	13,165	25,28	-19,16
0	1,57	637,1	0,692	1,39	0,00	0	4,41	455,9	2,730	5,46	0,00	0	8,42	358,7	6,610	13,22	0,00	0	13,82	297,3	13,176	26,35	0,00
5	1,57	637,7	0,689	1,38	-0,04	5	4,41	457,8	2,708	5,48	0,44	5	8,44	361,4	6,551	13,44	3,89	5	13,94	300,7	13,087	27,33	17,42
10	1,57	638,3	0,681	1,37	-0,27	10	4,41	459,6	2,666	5,47	0,14	10	8,46	364,1	6,442	13,56	6,11	10	14,08	303,8	12,932	28,21	32,97
15	1,57	638,9	0,667	1,35	-0,69	15	4,41	461,4	2,605	5,41	-0,92	15	8,49	366,4	6,301	13,59	6,56	15	14,22	306,8	12,679	28,95	46,20
20	1,57	639,5	0,648	1,31	-1,29	20	4,41	463,1	2,524	5,30	-2,76	20	8,51	368,9	6,101	13,51	5,08	20	14,37	309,6	12,348	29,55	56,82
25	1,57	640,1	0,625	1,27	-2,08	25	4,41	464,7	2,425	5,16	-5,36	25	8,54	371,0	5,872	13,31	1,60	25	14,53	312,2	11,938	29,98	64,41
30	1,57	640,7	0,596	1,21	-3,04	30	4,41	466,3	2,310	4,97	-8,74	30	8,56	373,2	5,589	12,99	-4,02	30	14,70	314,4	11,452	30,20	68,44
35	1,57	641,3	0,563	1,15	-4,17	35	4,41	467,7	2,177	4,73	-12,88	35	8,59	375,0	5,279	12,55	-11,84	35	14,87	316,5	10,878	30,19	68,19
40	1,57	641,9	0,526	1,08	-5,46	40	4,41	469,1	2,030	4,46	-17,76	40	8,61	377,0	4,922	11,98	-21,96	40	15,05	318,3	10,231	29,90	63,04
45	1,57	642,5	0,485	1,00	-6,91	45	4,41	470,3	1,868	4,14	-23,36	45	8,64	378,4	4,541	11,28	-34,40	45	15,23	319,8	9,503	29,28	51,97
50	1,57	643,0	0,441	0,91	-8,50	50	4,41	471,4	1,694	3,79	-29,63	50	8,66	379,9	4,120	10,45	-49,19	50	15,41	321,2	8,698	28,27	33,98

Av tabellene ovenfor kan vi se følgende:

- På korte/moderate avstander (for eksempel 1000 m) er banekrumningen,  $\kappa$ , omtrent den samme ved samme positive og negative terrenghelning. Det at den er marginalt større i

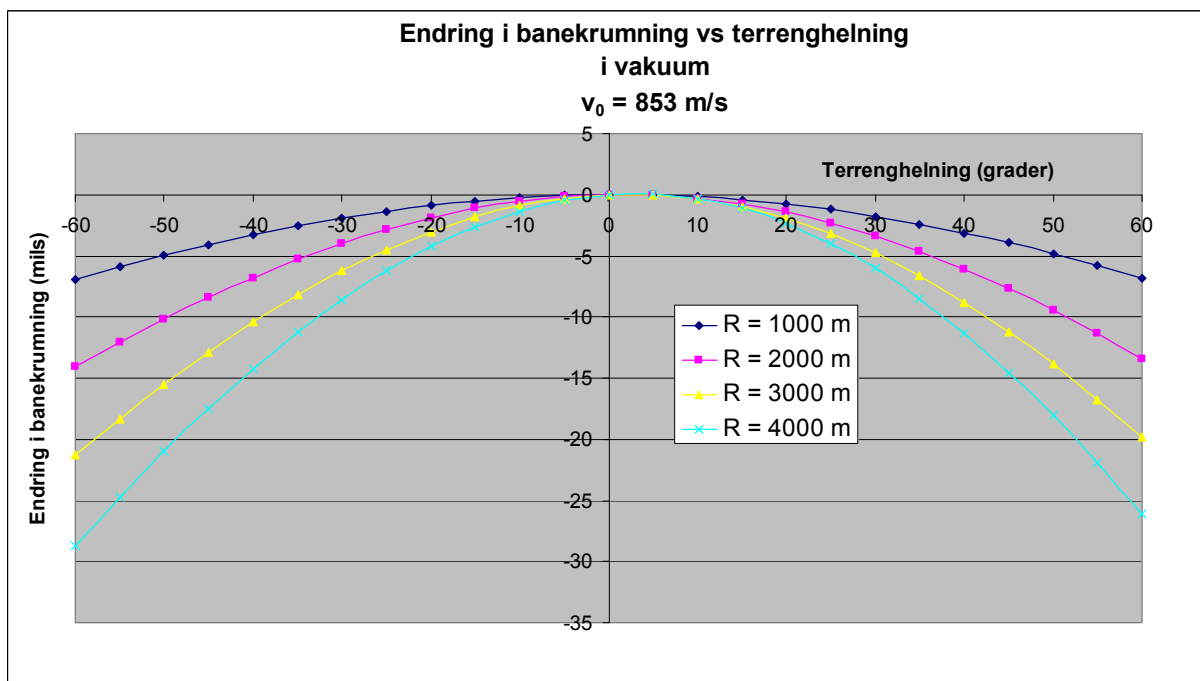


bratt oppoverbakke skyldes, som vi har forklart tidligere, tyngdens komponent med/mot fartsretningen i henholdsvis nedoverbakke/oppoverbakke. Tabellene viser at flygetidene på lengre hold i *nedoverbakke*, av samme årsak, rimeligvis er litt *kortere* enn i *oppoverbakke* når det skytes på samme avstand.

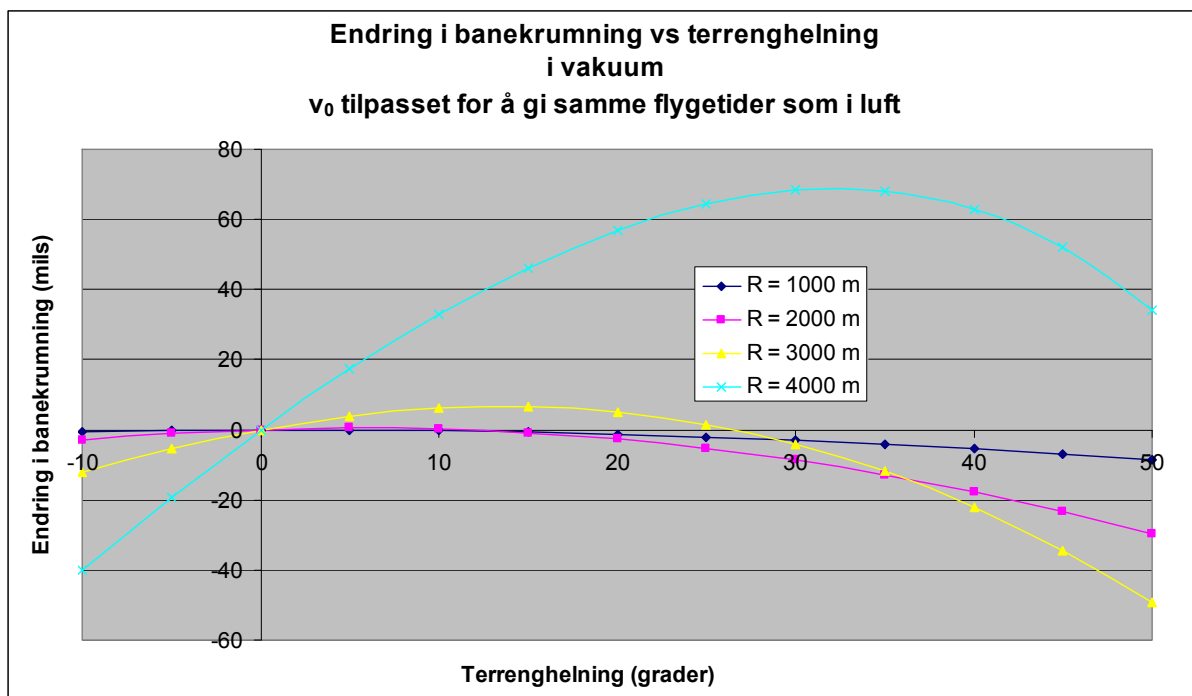
- På *korte* hold er den største krumningen  $\kappa$  (gr) ved *terrengvinkel*  $\alpha \approx 0^\circ$ . Dette skyldes at da virker tyngden  $G$  maksimalt på tvers av fartsretningen, slik vi har forklart tidligere. På *lengre* hold ser vi at maksimal krumning inntreer ved terrengvinkler litt *større enn*  $\alpha = 0^\circ$ , særlig i tilfellene med lengre flygetid og lavere banehastighet. Dette skyldes igjen at tyngden i oppoverbakke har en komponent *mot* fartsretningen som medfører lengre flygetid, og derved at tyngden får litt lengre tid til å krumme banen.
- På *lange* hold, særlig ser vi det på  $R = 4000$  m, er flygetiden så lang at tyngdekomponenten parallelt med fartsretningen gir en enda større forskjell i oppoverbakke enn i nedoverbakke. (Forskjellen blir ekstra stor med lavere banehastighet, slik verdiene på  $R = 4000$  m viser).

Figurene 3.13 og 3.14 fremstiller endring i banekrumning (i forhold til krumningen ved horisontalt terreng) som funksjon av terrengvinkel, basert på verdiene gitt i henholdsvis tabell 3.2 og 3.3. I førstnevnte tilfelle er det på grunn av de korte flygetidene (hastigheten holder seg høy i vakuum), at det er svært liten forskjell på banekrumningen i oppoverbakke og i nedoverbakke, selv på lange hold.

I tabell 3.3 og i tilhørende figur 3.14 ser vi at på lange hold (4000 m) blir krumningen større i oppoverbakke enn i nedoverbakke, på grunn av lengre flygetid. På så lange hold må naturligvis oppsatsen være desto større. Det er i slike tilfeller at korreksjonsregelen "Rifleman's Rule" stemmer dårlig. Dette kommer vi nærmere tilbake til i neste avsnitt.



**Figur 3.13** Endring i banekrumning i vakuum målt i streker (mils) i forhold til krumningen ved skyting i horisontalt terreng. Verdiene er hentet fra tabell 3.2. Diagrammet viser at det med små oppsatsvinkler blir avtagende krumning i forhold til krumningen i horisontalt terreng. Dvs. flatere baner desto brattere terrenget er oppover eller nedover.



**Figur 3.14** Endring i banekrumning i vakuum sammenlignet med krumningen ved skyting i horisontalt terreng. Her er det benyttet prosjekttilhastigheter som gir flytetider ut til de angitte avstander i samsvar med de som er oppgitt i skytetablell. ([5]). Diagrammet viser at krumningen på det lengste holdet da øker opp til terrengvinkel ca  $30^\circ$ .

### 3.5 Rifleman's Rule

#### 3.5.1 En introduksjon

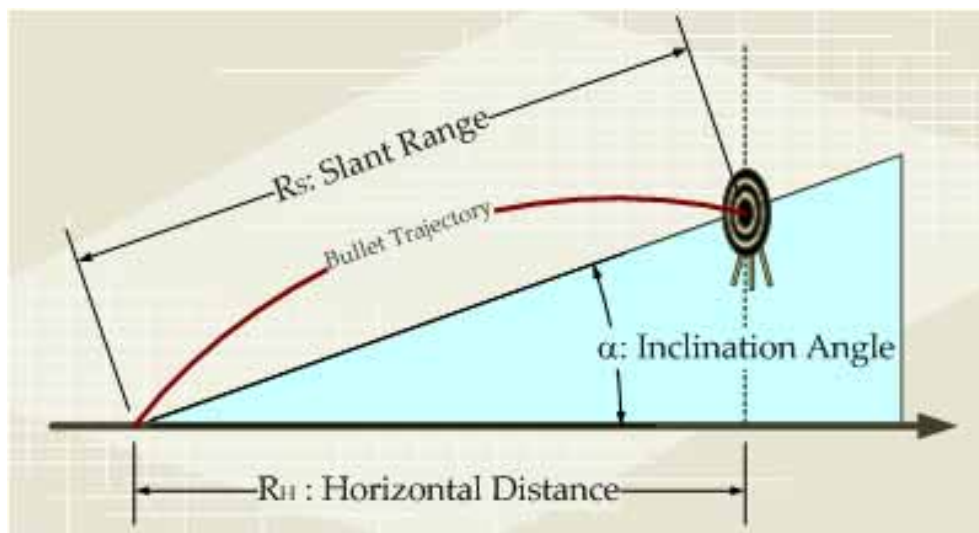
Det finnes som nevnt en rekke korreksjonsmetoder for å justere siktet ved skyting i skrått lende. En av de mest brukte er "Rifleman's Rule" (også kalt "cosinusregelen" i noen av Forsvarets reglementer). Denne regelen går ut på at en skal bruke *horisontalkomponenten*,  $R_H$ , av avstanden (jf. figur 3.15), i stedet for å basere innsiktingen på skråavstanden (engelsk: "slant range"),  $R_S$ :

$$R_H = R_S \cdot \cos\alpha \quad (3.63)$$

Som utledningen i Vedlegg A viser, er  $R_H$  den rekkevidde det vil bli i horisontalt terreng dersom en bruker samme oppsatsvinkel som i skrått lende. Denne regelen sier derved følgende:

*Dersom en skal treffe et mål i en gitt skråavstand, bruk samme oppsats som når våpenet er innskutt i en horisontalavstand = horisontalkomponenten av skråavstanden (dvs. skråavstanden multiplisert med cosinus til terrengvinkelen).*

*Med andre ord: "Lat som om skråavstanden er like lang som horisontalavstanden".*



**Figur 3.15** Illustrasjon av "Rifleman's Rule". (Figuren er kopiert fra [1])

Korreksjonsformelen som "Rifleman's Rule" baserer seg på, er følgende:

$$R_S = R_H \cdot (1 - \tan \alpha \tan \theta) \cdot \frac{1}{\cos \alpha} \quad (3.64)$$

$\theta$  (jf figur 3.7 side 26) er oppsatsvinkelen. For små vinkler  $\alpha$  og  $\theta$  er parentesene i likning (3.64)  $\approx 1$ . Herav følger "Rifleman's Rule", likning (3.63).

### 3.5.2 Utledningen i Wikipedia

I Wikipedia (referansene [1] og [2]) er likningene (3.63) og (3.64) utledet. Denne utledningen inneholder en feil og er unødvendig innfløkt. (Jf. også Wikipediaredaksjonens anmerkning om påpekte uoverensstemmelser, og leserkommentarer til artiklene). En alternativ utledning er vist i Vedlegg A.

Som nevnt i forbindelse med utledningen av "Rifleman's Rule" i vedlegg A, skyldes noe av "forvirringen" i Wikipedias utledning og leserkommentarer til denne, at to trigonometriske funksjoner er byttet om. Det henvises til vedlegg A for mer utførlig forklaring.

### 3.5.3 Forholdet mellom tilnærmet og "eksakt" Rifleman's Rule

Parentesen i den "eksakte" Rifleman's Rule likning (3.64), er alltid  $> 1$  når  $\alpha < 0$ , dvs. i nedoverbakke. Siden  $\cos \alpha < 1$  når  $\alpha \neq 0$  (altså i skrått lende), vil alltid  $R_S > R_H$  i nedoverbakke. Dette betyr at påstanden om overskyting uten siktekorreksjon (i vakuum) har allmenn gyldighet når terrenget heller nedover.

Når  $\alpha > 0$ , dvs. i oppoverbakke, er parentesene i likning (3.64) alltid  $< 1$  og kan i noen tilfeller, avhengig av oppsatsvinkelen  $\theta$ , være  $< 1/\cos \alpha$ . Da vil  $R_S < R_H$ , dvs. rekkevidden i oppoverbakke bli kortere enn horisontalt med samme oppsats. Det vil medføre at treffpunktet vil ligge lavere enn ved skyting i horisontalplanet!

I *noen* tilfeller kan rekkevidden med samme oppsats i oppoverbakke og i horisontalt terreng bli den *samme*. Dersom vi setter  $R_S = R_H$  i likning (3.64) og løser denne med hensyn på oppsatsvinkelen  $\theta$ , får vi

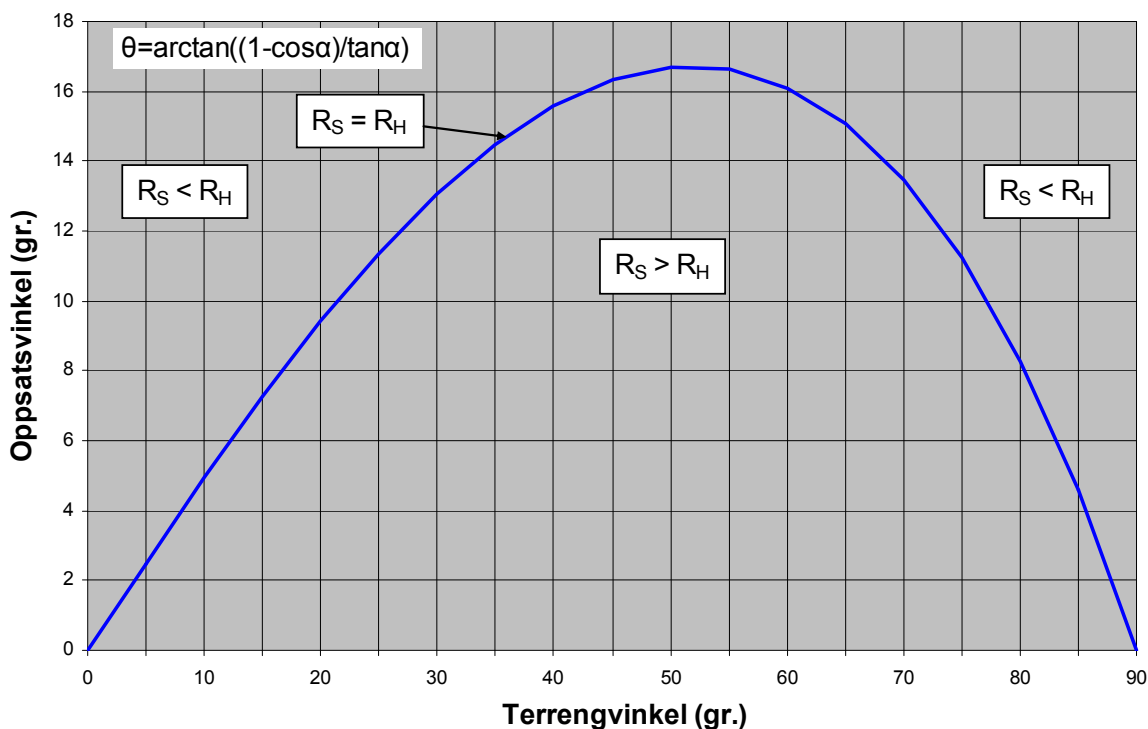
$$\theta = \arctan\left(\frac{1 - \cos \alpha}{\tan \alpha}\right) \quad (3.65)$$

I figur 3.16 er denne likningen fremstilt grafisk, og viser hvilke verdier av oppsatsvinkel  $\theta$  som funksjon av terrengvinkel  $\alpha$  som vil gi  $R_S = R_H$ , og i hvilke intervaller  $R_S > R_H$  og når  $R_S < R_H$ .

Grafen i figur 3.16 viser at det for samme oppsatsvinkel  $\theta$  er **to ulike terrengvinkler  $\alpha$  som vil gi samme rekkevidde ved skyting i oppoverbakke som ved skyting horisontalt**. For eksempel vil både terrengvinkel  $\alpha = 30^\circ$  og terrengvinkel  $\alpha \approx 71,023^\circ$  kreve samme oppsatsvinkel  $\theta = 13,064^\circ$  for å gi lik rekkevidde oppoverbakke og horisontalt.

Det er ett *unntak* fra regelen om to forskjellige terrengvinkler som gir  $R_S = R_H$  med samme oppsats. Det er den terrengvinkel som representerer *maksimum* på grafen. Deriverer man funksjonen grafen representerer og setter den deriverte lik 0, får man en 3.gradslikning. Løser man denne (analytisk eller numerisk), får en verdien  $\alpha \approx 51,827^\circ$ . Den korresponderende maksimale oppsatsvinkel gitt ved likning (3.65) er  $\theta \approx 16,714^\circ$ . Skyting med *større* oppsats enn dette vil medføre at rekkevidden alltid vil være kortere med samme oppsats, for *alle* terrengvinkler i oppoverbakke enn hva den er i horisontalt terreng.

Legg merke til at det her er snakk om de *relative* rekkeviddene (forholdet mellom  $R_S$  og  $R_H$ ) og ikke de absolute. Hvor store disse blir, er naturligvis avhengig av prosjektilets utgangshastighet. Likning (3.65) inneholder nemlig kun terrengvinkelen.

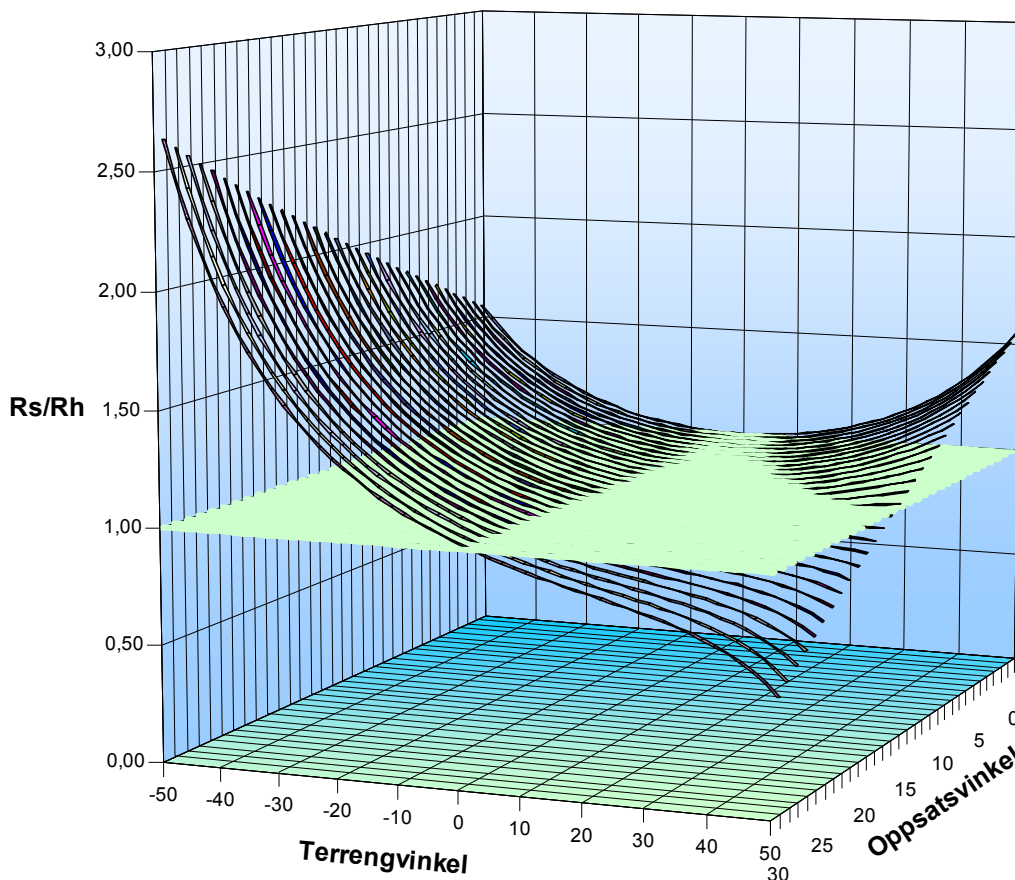


**Figur 3.16** Diagrammet viser hvilke kombinasjoner av terrengvinkel  $\alpha$  og oppsatsvinkel  $\theta$  som ved skyting i oppoverbakke gir lengre, like lang eller kortere skrårekkevidde enn hva rekkevidden blir med samme oppsats i horisontalt terreng.

Det kan sees av figur 3.16 at når terrengvinkelen øker utover verdien ca  $52^\circ$ , *avtar* oppsatsvinkelen som trengs for å gi samme skrårekkevidde som rekkevidden ved skyting med samme oppsats i horisontalt terreng. Dette er i samsvar med det som tidligere er forklart, nemlig at tyngden i avtagende grad virker på tvers av banen når denne blir brattere. En alternativ måte å formulere dette på er følgende: Den *bratteste* terrengvinkelen av de to tilfellene med samme oppsats som gir  $R_S/R_H = 1$ , ligger nærmere  $90^\circ$  enn hva den slakkeste gjør  $0^\circ$ .

Det er viktig å presisere at når det med utgangspunkt i figur 3.16 sies at det er to forskjellige terrengvinkler  $\alpha$  som med samme oppsatsvinkel gir samme skrårekkevidde som rekkevidden i horisontalt terreng (dvs.  $R_S/R_H = 1$ ), så betyr dette *ikke* at selve *rekkevidden* er den samme ved de to terrengvinklene. Rekkevidden horisontalt,  $R_H$ , er nemlig gitt ved likning (3.19), som viser at med samme utgangshastighet  $v_0$  er rekkevidden bestemt av elevasjonsvinkelen  $\beta = \alpha + \theta$ . La oss som et eksempel anta en  $v_0 = 200$  m/s og at tyngdeakselerasjonen  $g = 9,80665$  m/s<sup>2</sup>. Dersom vi i tillegg setter oppsatsvinkel  $\theta \approx 13,064^\circ$  fra eksemplet ovenfor (med de to korresponderende terrengvinklene  $\alpha = 30^\circ$  og  $\alpha = 71,023^\circ$ ) inn i (3.19), får vi rekkeviddene henholdsvis  $R_{S1} = R_{H1} \approx 1017$  m og  $R_{S2} = R_{H2} \approx 209$  m.

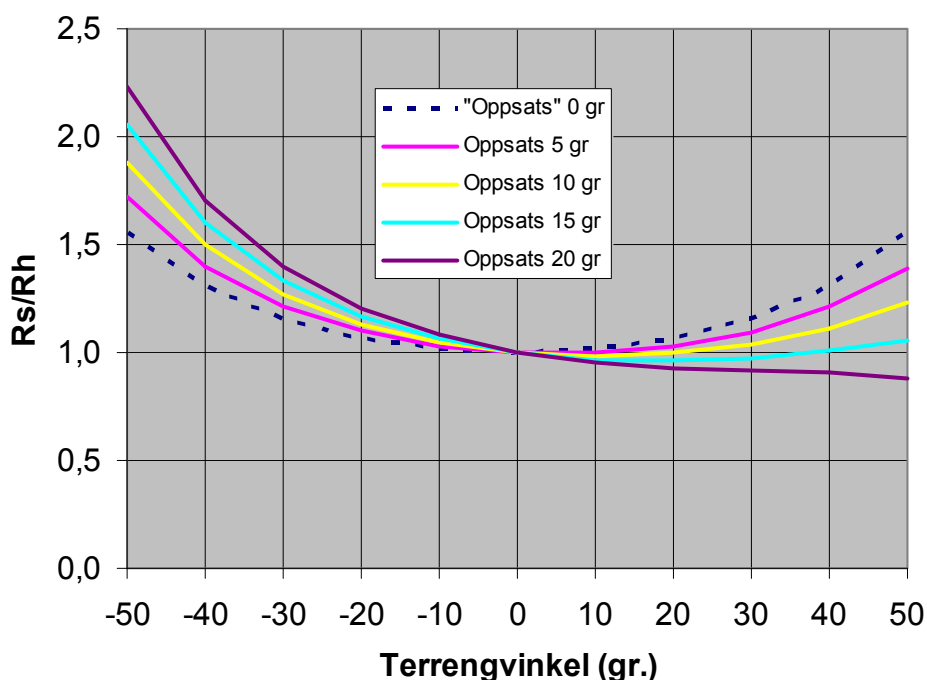
Som nevnt er rekkevidden alltid *større* i fallende terreng når oppsatsen er den samme som innskutt horisontalt på samme avstand. I figur 3.17 er forholdet  $R_S/R_H$  basert på likning (3.64) fremstilt tredimensjonalt også for negative terrengvinkler. En rekke kurver er inntegnet som funksjon av terrengvinkel. Der disse skjærer det grønnfargete planet som går gjennom verdien 1 på  $R_S/R_H$ -aksen, kan den terrengvinkel  $\alpha$  leses av som gir  $R_S = R_H$ .



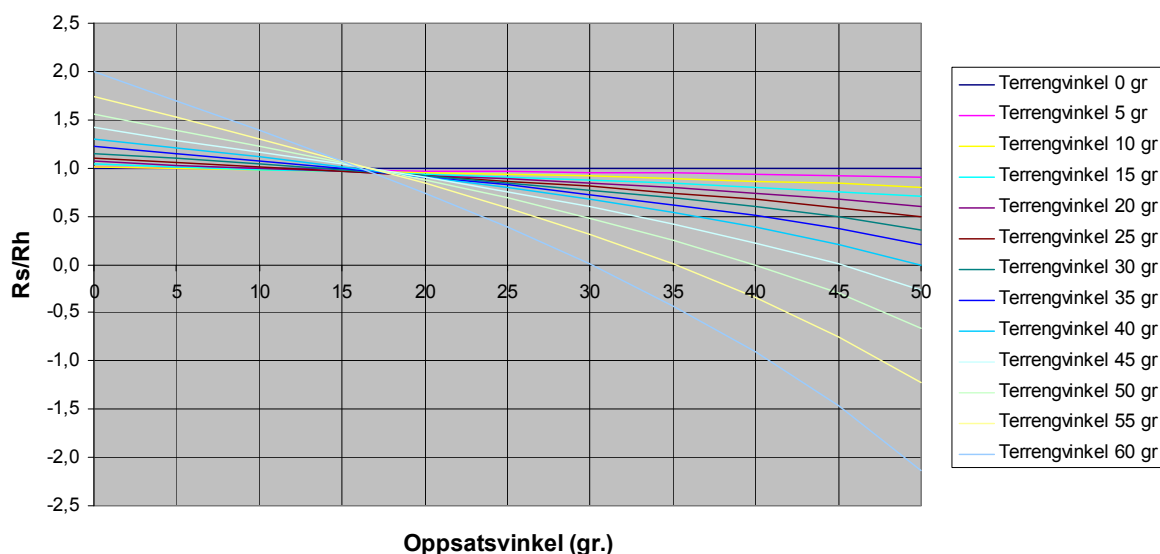
**Figur 3.17** Forholdet mellom rekkevidden  $R_S$  i skrått terreng og  $R_H$  i horisontalt terreng når det skytes med samme oppsats. Forholdet er tegnet inn for ulike kombinasjoner av terrengvinkel  $\alpha$  og oppsatsvinkel  $\theta$ .

Figur 3.17 viser bl.a. at skrårekkevidden  $R_S$  ved skyting i *nedoverbakke* alltid vil være lengre enn rekkevidden  $R_H$  horisontalt med samme oppsats, og at det derved (i hvert fall når det ikke er luftmotstand) skytes for høyt. Figuren viser tilsvarende som figur 3.16 at det ved skyting i *oppoverbakke* er to ulike terrengvinkler som kan gi  $R_S/R_H = 1$ , med samme oppsatsvinkel. Diagrammet viser også at desto brattere terreng og større oppsatsvinkler, jo større forskjell er det i rekkevidde med samme oppsats mellom oppoverbakke og nedoverbakke. Dette skyldes som tidligere forklart, tyngdens komponent henholdsvis mot/med fartsretningen. Denne effekten øker altså med økende oppsatsvinkel, dvs. når det skytes på lengre hold/med relativt liten  $v_0$  i forhold til avstanden det skytes på.

Figur 3.18 viser de samme forhold som nevnt ovenfor, for noen utvalgte oppsatsvinkler. Diagrammet viser at det å bytte ut den "eksakte" Rifleman's Rule (likning (3.64)) med den tilnærmete (likning (3.63)) gir liten endring så lenge terrengvinkelen er relativt liten.



**Figur 3.18** Forholdet  $R_S/R_H$  som funksjon av terrengvinkel for forskjellige oppsats.

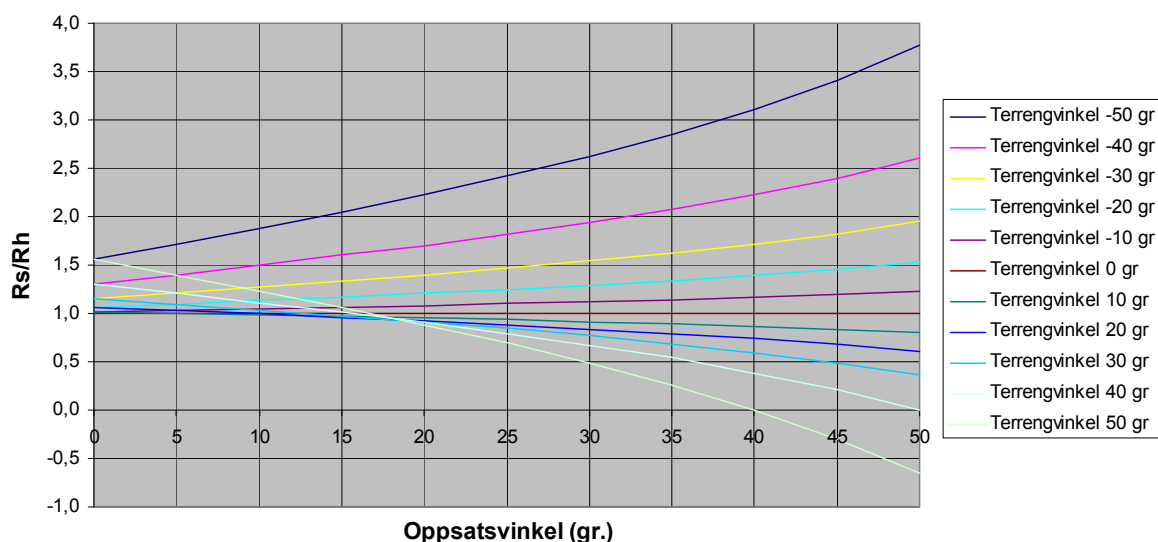


**Figur 3.19** Forholdet  $R_S/R_H$  som funksjon av oppsatsvinkel for forskjellige terrengvinkler.

Figur 3.19 fremstiller forholdet  $R_S/R_H$  også for svært høye oppsatser. Legg merke til at når summen av terrengvinkel og oppsatsvinkel overstiger  $90^\circ$ , blir  $R_S/R_H$  negativt. Det er naturligvis fordi prosjektet da lander ”bakenfor” (dvs. nedenfor) utskytningsstedet når det siktes oppoverbakke i forhold til *terrenget*.

Legg for øvrig merke til i figur 3.19 at for oppsatser større enn ca  $17^\circ$  ( $16,714^\circ$ ) er forholdet  $R_S/R_H$  mindre enn 1 (kortere rekkevidde enn horisontalt med samme oppsats) for alle (de viste) terrengvinkler, slik det også ble nevnt i kommentarene til figur 3.16.

Neste figur viser samme forholdet som funksjon av oppsats, men inkluderer også negative terrengvinkler. (Siden det i disse figurene kan være vanskelig å skille de enkelte fargekodene fra hverandre, kan det nevnes at dersom en ser lengst til høyre i diagrammene (store oppsatser), ligger kurven med høyest terrengvinkel lavest. Deretter ligger kurvene *over* hverandre etter tur med avtagende terrengvinkel med  $\alpha = 60^\circ$  nederst i figur 3.19 og  $\alpha = 50^\circ$  nederst i figur 3.20).



**Figur 3.20** Forholdet  $R_S/R_H$  som funksjon av oppsatsvinkel for forskjellige terrengvinkler: Bratteste nedoverbakke øverst, deretter etter hverandre til bratteste oppoverbakke nederst.

I figurene 3.19 og 3.20 kan en se at det allerede med moderate oppsatser kan bli betydelig overskyting ( $R_S/R_H$  vesentlig større enn 1) i bratt terreng (oppover eller nedover). Dette fremgår også av tabell 3.4 på neste side, beregnet ut fra ”vakuummодellen”. Tabellen viser hvor mye for høyt det skytes når ikke oppsatsvinkel justeres med tanke på terrengvinkelen  $\alpha$ .  $\theta_0$  angir beregnet oppsats i grader ved skyting horisontalt på avstanden  $R_H = R$ . Likning (3.19) løst med hensyn på  $\theta$  gir:

$$\theta_0 = 0,5 \arcsin \frac{gR_H}{v_0^2} \quad (3.66)$$

I beregningene er det benyttet verdien  $v_0 = 850$  m/s. Dette er den samme som for det nye skarpskytergeværet HK-417. (Jf [30] side 2-2).

Vertikalkoordinaten  $y_P$  til prosjektet i det det passerer målet (jf figur 3.21 side 48) er beregnet ved hjelp av likning (3.6) der elevasjonsvinkelen  $\beta = \alpha + \theta$ , dvs. summen av terrengvinkel og oppsats, og der  $x$  er gitt som horisontalkomponenten av skråavstanden til målet, dvs.  $x_M = R \cos \alpha$ . Målets vertikalkoordinat er  $y_M = R \sin \alpha$ .

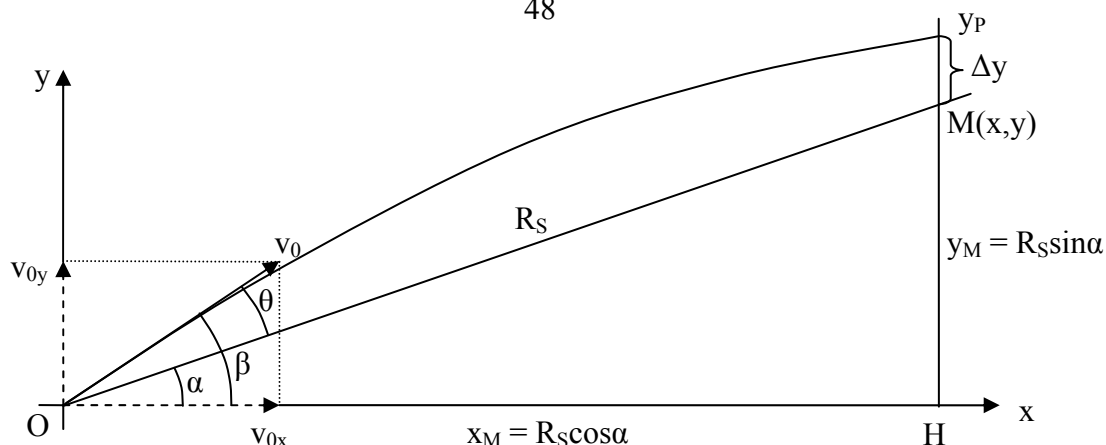
**Tabell 3.4** Overskyting  $\Delta y(m)$  for forskjellige terrengvinkler og avstander  $R$  med horisontalt innskutte oppsøter (angitt i grader) både uten korreksjon for terrengvinkel og korrigert med Rifleman's Rule.

$$v_{\theta} = 850 \text{ m/s}$$

$\alpha$	R = 100 m					R = 200 m					R = 300 m					R = 400 m					R = 500 m				
	$\theta_0$	$\Delta y_{likor}$	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkor}$	$\theta_0$	$\Delta y_{likor}$	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkor}$	$\theta_0$	$\Delta y_{likor}$	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkor}$	$\theta_0$	$\Delta y_{likor}$	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkor}$	$\theta_0$	$\Delta y_{likor}$	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkor}$	$\theta_0$	$\Delta y_{likor}$	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkor}$	
-50	0,0389	0,0377	0,0250	0,0000	0,0778	0,1511	0,0500	0,0003	0,1167	0,3401	0,0750	0,0009	0,1555	0,6050	0,1000	0,0022	0,1944	0,9459	0,1250	0,0044					
-40	0,0389	0,0208	0,0298	0,0000	0,0778	0,0831	0,0596	0,0002	0,1167	0,1873	0,0894	0,0008	0,1555	0,3333	0,1191	0,0019	0,1944	0,5215	0,1489	0,0037					
-30	0,0389	0,0105	0,0337	0,0000	0,0778	0,0422	0,0673	0,0002	0,1167	0,0951	0,1010	0,0006	0,1555	0,1694	0,1347	0,0015	0,1944	0,2653	0,1684	0,0029					
-20	0,0389	0,0044	0,0365	0,0000	0,0778	0,0175	0,0731	0,0001	0,1167	0,0396	0,1096	0,0004	0,1555	0,0707	0,1462	0,0010	0,1944	0,1108	0,1827	0,0020					
-10	0,0389	0,0011	0,0383	0,0000	0,0778	0,0043	0,0766	0,0001	0,1167	0,0096	0,1149	0,0002	0,1555	0,0173	0,1532	0,0005	0,1944	0,0272	0,1915	0,0010					
0	0,0389	0,0000	0,0389	0,0000	0,0778	0,0000	0,0778	0,0000	0,1167	0,0000	0,1167	0,0000	0,1555	0,0000	0,1555	0,0000	0,1944	0,0000	0,1944	0,0000					
10	0,0389	0,0010	0,0383	0,0000	0,0778	0,0041	0,0766	-0,0001	0,1167	0,0092	0,1149	-0,0002	0,1555	0,0162	0,1532	-0,0005	0,1944	0,0252	0,1915	-0,0010					
20	0,0389	0,0043	0,0365	0,0000	0,0778	0,0173	0,0731	-0,0001	0,1167	0,0388	0,1096	-0,0004	0,1555	0,0687	0,1462	-0,0010	0,1944	0,1069	0,1827	-0,0020					
30	0,0389	0,0105	0,0337	0,0000	0,0778	0,0418	0,0673	-0,0002	0,1167	0,0939	0,1010	-0,0006	0,1555	0,1665	0,1347	-0,0015	0,1944	0,2597	0,1684	-0,0029					
40	0,0389	0,0207	0,0298	0,0000	0,0778	0,0827	0,0596	-0,0002	0,1167	0,1858	0,0894	-0,0008	0,1555	0,3299	0,1191	-0,0019	0,1944	0,5148	0,1489	-0,0037					
50	0,0389	0,0377	0,0250	0,0000	0,0778	0,1507	0,0500	-0,0003	0,1167	0,3388	0,0750	-0,0010	0,1555	0,6019	0,1000	-0,0023	0,1944	0,9398	0,1250	-0,0044					

$\alpha$	R = 600 m					R = 700 m					R = 800 m					R = 900 m					R = 1000 m				
	$\theta_0$	$\Delta y_{likor}$	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkor}$	$\theta_0$	$\Delta y_{likor}$	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkor}$	$\theta_0$	$\Delta y_{likor}$	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkor}$	$\theta_0$	$\Delta y_{likor}$	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkor}$	$\theta_0$	$\Delta y_{likor}$	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkor}$	$\theta_0$	$\Delta y_{likor}$	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkor}$	
-50	0,2333	1,3629	0,1500	0,0076	0,2722	1,8563	0,1750	0,0120	0,3111	2,4260	0,2000	0,0179	0,3500	3,0724	0,2250	0,0255	0,3889	3,7954	0,2499	0,0349					
-40	0,2333	0,7519	0,1787	0,0064	0,2722	1,0248	0,2085	0,0101	0,3111	1,3401	0,2383	0,0151	0,3500	1,6983	0,2681	0,0214	0,3889	2,0993	0,2979	0,0294					
-30	0,2333	0,3828	0,2021	0,0050	0,2722	0,5221	0,2357	0,0079	0,3111	0,6834	0,2694	0,0117	0,3500	0,8667	0,3031	0,0167	0,3889	1,0722	0,3368	0,0229					
-20	0,2333	0,1602	0,2192	0,0034	0,2722	0,2188	0,2558	0,0054	0,3111	0,2868	0,2923	0,0080	0,3500	0,3642	0,3289	0,0114	0,3889	0,4512	0,3654	0,0157					
-10	0,2333	0,0394	0,2298	0,0017	0,2722	0,0540	0,2681	0,0027	0,3111	0,0711	0,3064	0,0041	0,3500	0,0906	0,3447	0,0058	0,3889	0,1127	0,3829	0,0080					
0	0,2333	0,0000	0,2333	0,0000	0,2722	0,0000	0,2722	0,0000	0,3111	0,0000	0,3111	0,0000	0,3500	0,0000	0,3500	0,0000	0,3889	0,0000	0,3889	0,0000					
10	0,2333	0,0360	0,2298	-0,0017	0,2722	0,0486	0,2681	-0,0027	0,3111	0,0629	0,3064	-0,0041	0,3500	0,0790	0,3447	-0,0058	0,3889	0,0967	0,3829	-0,0080					
20	0,2333	0,1534	0,2192	-0,0034	0,2722	0,2080	0,2558	-0,0054	0,3111	0,2707	0,2923	-0,0081	0,3500	0,3413	0,3289	-0,0115	0,3889	0,4198	0,3654	-0,0158					
30	0,2333	0,3731	0,2021	-0,0050	0,2722	0,5067	0,2357	-0,0079	0,3111	0,6604	0,2694	-0,0119	0,3500	0,8339	0,3031	-0,0169	0,3889	1,0273	0,3368	-0,0232					
40	0,2333	0,7403	0,1787	-0,0064	0,2722	1,0063	0,2085	-0,0102	0,3111	1,3127	0,2383	-0,0153	0,3500	1,6591	0,2681	-0,0218	0,3889	2,0456	0,2979	-0,0299					
50	0,2333	1,3524	0,1500	-0,0077	0,2722	1,8395	0,1750	-0,0122	0,3111	2,4011	0,2000	-0,0182	0,3500	3,0368	0,2250	-0,0260	0,3889	3,7466	0,2499	-0,0357					





**Figur 3.21** Overskyting  $\Delta y$  på grunn av manglende korrigering av oppsats.

Overskytingen  $\Delta y$  er beregnet som differensen mellom  $y_P$  og  $y_M$ :

$$\Delta y = y_P - y_M \quad (3.67)$$

Tabell 3.4 viser verdier for  $\Delta y$  i gjeldende eksempel. De to kolonnene med  $\Delta y$  for hver skråavstand  $R$  er beregnet ved å bruke:

- *ukorrigert* oppsats,  $\theta_0$ , basert på horisontal ”innskyting” på angitte avstand (likning (3.66)). Deretter er  $\Delta y$  beregnet for hver angitte terrengvinkel  $\alpha$  og skråavstand  $R$  ved å kombinere likningene (3.6), (3.29) og (3.67).
- *korrigert* oppsats,  $\theta_{RRkor}$ , basert på horisontal ”innskyting” på målets *horisontalavstand*  $x_M$  (dvs. *Rifleman's Rule*). Deretter er  $\Delta y$  beregnet tilsvarende som i foregående punkt.

Som det fremgår av tabell 3.4, viser beregninger basert på ”vakuummодellen” at det selv med meget flate prosjektilbaner (på grunn av høy hastighet og derav lav oppsats) vil det på lengre hold (for eksempel  $R = 1000$  m) skytes betydelig over målet dersom det ikke korrigeres for terrengvinkel. I dette tilfellet er det marginal forskjell på  $\Delta y$  når det er like bratt oppover som nedover. Vi ser også at *Rifleman's Rule* i vakuum med disse små oppsatsvinklene, gir en meget god korreksjon for terrengvinkel.

Tabell 3.4 viser også at *Rifleman's Rule* ”overdriver” litt korreksjonen i oppoverbakke, siden den gir negative  $\Delta y$  i slike tilfeller. I neste eksempel forsterkes dette fenomenet kraftig.

Tabell 3.5 viser tilsvarende beregninger i vakuum for GUR (granatutskytingsrør) med utgangshastighet  $v_0 = 78$  m/s. Siden hastigheten her er betydelig lavere, er oppsatsen vesentlig høyere enn i foregående eksempel. Tabellen viser at dette medfører grove bom både med ukorrigert oppsats, men også når det korrigeres med *Rifleman's Rule* (markert gult).

**Tabell 3.5** Overskyting  $\Delta y(m)$  for forskjellige terrengvinkler og avstander  $R$  med horisontalt innskutte oppsats (angitt i grader) både uten ( $\theta_0$ ) korreksjon for terrengvinkel og korrigert med *Rifleman's Rule* ( $\theta_{RRkor}$ ).  $v_0 = 78$  m/s

$\alpha$	R = 100 m				R = 200 m				R = 300 m				R = 400 m			
	$\theta_0$	$\Delta y_{ukor}$	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkor}$	$\theta_0$	$\Delta y_{ukor}$	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkor}$	$\theta_0$	$\Delta y_{ukor}$	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkor}$	$\theta_0$	$\Delta y_{ukor}$	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkor}$
-50	4,6379	4,76	2,9735	0,44	9,4033	19,93	5,9797	3,22	14,4592	46,79	9,0546	9,98	20,0735	87,48	12,2419	22,04
-40	4,6379	2,80	3,5464	0,38	9,4033	12,43	7,1487	2,82	14,4592	30,74	10,8711	8,99	20,0735	60,42	14,7989	20,49
-30	4,6379	1,55	4,0121	0,30	9,4033	7,32	8,1058	2,31	14,4592	19,14	12,3787	7,59	20,0735	39,70	16,9716	17,95
-20	4,6379	0,73	4,3560	0,21	9,4033	3,78	8,8169	1,67	14,4592	10,61	13,5132	5,67	20,0735	23,42	18,6456	13,99
-10	4,6379	0,24	4,5668	0,11	9,4033	1,41	9,2552	0,90	14,4592	4,36	14,2193	3,16	20,0735	10,43	19,7083	8,13
0	4,6379	0,00	4,6379	0,00	9,4033	0,00	9,4033	0,00	14,4592	0,00	14,4592	0,00	20,0735	0,00	20,0735	0,00
10	4,6379	0,01	4,5668	-0,12	9,4033	-0,50	9,2552	-1,01	14,4592	-2,61	14,2193	-3,78	20,0735	-8,35	19,7083	-10,47
20	4,6379	0,28	4,3560	-0,24	9,4033	0,00	8,8169	-2,09	14,4592	-3,36	13,5132	-8,06	20,0735	-15,04	18,6456	-22,92
30	4,6379	0,90	4,0121	-0,36	9,4033	1,79	8,1058	-3,21	14,4592	-1,84	12,3787	-12,63	20,0735	-20,88	16,9716	-36,60
40	4,6379	2,02	3,5464	-0,47	9,4033	5,54	7,1487	-4,30	14,4592	2,89	10,8711	-17,22	20,0735	-28,84	14,7989	-50,48
50	4,6379	4,03	2,9735	-0,57	9,4033	12,79	5,9797	-5,31	14,4592	12,52	9,0546	-21,53	20,0735	-55,86	12,2419	-63,51

## 3.6 Noen feiloppfatninger angående skyting i skrått terreng

### 3.6.1 Uheldig generalisering i Forsvarets reglementer

Den ”tilnærmede *Rifleman's Rule*”, likning (3.63) har naturlig nok (fordi  $\cos\alpha$  alltid  $\leq 1$  og i likningen derved gir  $R_S \geq R_H$ ) ledet til den ganske utbredte oppfatningen at en også i *oppoverbakke alltid* vil skyte over målet dersom en ikke korrigerer i forhold til horisontalskyting. Følgende sitat fra [4] (UD 6-5-2, 1994, side XVIII-4) illustrerer dette:

*Enten man skyter bratt oppover- eller nedoverbakke, vil treffpunktet ligge høyere enn om det skytes i horisontalplanet<sup>23</sup>,*

På samme side er det gitt en tabell med noen høydevinkler, tilhørende omregningsfaktor og ”riktig innstilt høyde<sup>23</sup> i forhold til avstand” for skråavstander fra 200 m til 800 m.

I [31] (UD 5-9, 1973 side 33) står det:

*Liten høydeforskjell mellom skytter og mål (20 grader eller mindre) har ingen praktisk betydning innenfor de aktuelle skuddavstander.*

*Skyter man derimot bratt oppover eller nedover bakke, må man i begge tilfelle sikte lavt fordi kulebanen er flatere. Jo brattere det er og jo lengre holdet er, desto lavere må man sikte.*

Nøyaktig det samme står å lese i et reglement for Forsvarets nye håndvåpen HK 416, [32] (UD 5-21-2, 2008 side 43).

I [33] (UD 6-7-2, 2001, side 42) står tilsvarende:

*Er høydevinkelen over 15 grader eller avstanden til målet over 400 meter må en ta hensyn til terrengforholdene og forlegge siktepunktet eller korrigere avstandsinstillingen.*

I sistnevnte står det videre som merknad til sitatet at: *Data for skyting oppover-/nedoverbakke er under utarbeidelse. Det henvises i reglementet til videregående skyteutdanning UD 5-11, der ”emnet er behandlet i detalj”.*

I dette reglementet [34] står det på side 17:

*Som det fremgår av fig 4, er avstanden våpen – mål større enn den horisontale avstand som må stilles inn på siktet for at man skal treffe, og det er det samme om målet befinner seg over eller under horisontalplanet. (Den horisontale avstand finner man ved å multiplisere avstanden til målet med høydevinkelens cosinus).*

På side 89 i samme reglement er temaet nærmere behandlet. Her er noen utdrag:

*Ved skyting mot mål som ikke ligger mer enn 15° høyere eller lavere enn skytteren, kan man se helt bort fra problemet ved skyting på hold ut til ca 400 m. Ved 15° ligger f. eks. treffpunktet ca 3 cm høyere på 300 m. (Riktig avstandsinstilling for sentrum er 290 m). Ved en høydevinkel på 30° vil treffpunktet ligge ca 10 cm høyere på 300 m. (Riktig avstandsinstilling for sentrumtreff er 264 m). På lengre hold blir feilen markert større.*

I kapittel 4 og 5 i denne rapporten vil det sees nærmere på noe av innholdet i disse sitatene.

<sup>23</sup> Her skulle det vel i reglementet stått riktig innstilt avstand i forhold til skråavstand (og høydevinkel)?

SÆP 40, [35], er et reglement som forklarer flere fysiske forhold på en bra pedagogisk måte, også temaet skyting i hellende terreng. Men også der benyttes ”cosinusregelen” på en generell måte.

Arthur J. Pejsa (1989) skriver i sin bok ”Moderen Practical Ballistics” ([36] side 104):

*There is a great deal of confusion regarding the effects of shooting on an incline, even among those who are otherwise knowledgeable about ballistics. ... Much of this confusion seems to stem from some poor advice given by a few prominent sportswriters. To correct for the effect of an incline, they recommend imagining that the distance to the target is reduced to its “horizontal component” .... In the case of a very steep 60-degree incline.....the effective range to target would be halved. This is the worst possible advice and can cause serious errors in long-range shooting on steep inclines.*

Vi kommer forøvrig tilbake til hans bok i de to neste kapitlene.

Det er ikke uvanlig at norske militære reglementer utarbeides i samarbeid med krigsskole-utdannede offiserer. Det er derfor ikke så underlig at påpekte feiloppfatning har sneket seg inn, i og med at omtalte korreksjonsregel formidles i undervisning.<sup>24</sup> I avsnitt 3.5 ble det vist at påstanden ikke har generell gyldighet, heller ikke i vakuum. Det å bruke regelen under forhold der luftmotstanden har stor betydning, er naturligvis ikke opplagt. Dette blir behandlet i neste kapittel.

I de to neste avsnittene presenteres et par beslektede typer feiloppfatninger. Det hadde ikke vært så interessant å ta frem disse hvis det ikke hadde vært for at de forfatterne det gjelder, representerer toppekspertise innefor ytreballistikk.

### 3.6.2 På Internett

Det er en rekke Internettsider der det presenteres forslag til metoder for siktekorreksjon og ”chattesider” med spørsmål og forslag til svar. William T. McDonald er en av dem som har bidratt mye. Sammen med Ted C. Almgren presenterer han det som nærmest fremstår som en lærebok i ytreballistikk på nettet. (Se [37]). McDonald har en dr. grad fra Massachusetts Institute of Technology og hans bakgrunn er ganske imponerende. (Jf. [38]).

I en artikkel ([8]) forklarer McDonald på en relativt grei måte viktige faktorer som påvirker prosjektilbevegelsen i vakuum. I denne beskriver han tre forskjellige metoder som er i bruk for beregning av siktejustering i skrått terreng, hvorav den ene har han vært med å utvikle og tatt patent på. (Jf [39]). Denne kaller han ”Sierra’s Approach” og er referert til av en rekke andre. (Se for eksempel [40] side 3). McDonald sammenligner de forskjellige metodene og setter opp en rekke tabeller. Avslutningsvis skriver han i sin artikkel:

*In fact, the tables show that of the three methods considered, Sierra’s Method appears to produce the most accurate aiming adjustments for all range distances and inclination angles.*

Han skriver videre meget fornuftig og nøkternt:

*If more than one method is sufficiently accurate, then the selected method should be the easiest one to use in the field situation. Sierra’s Method is not difficult to use, but it may not be the easiest.*

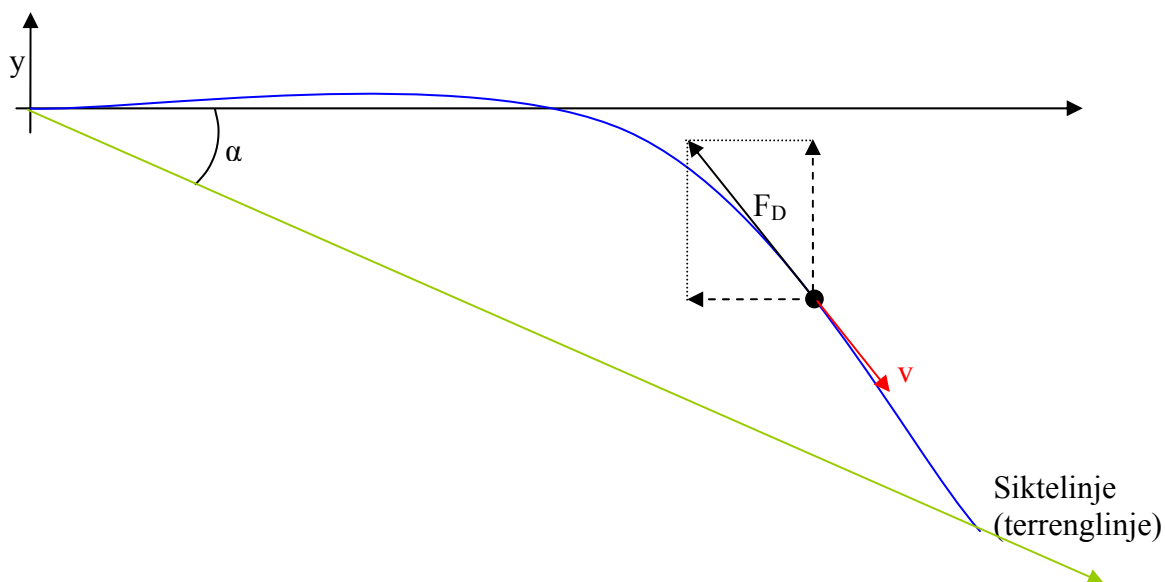
<sup>24</sup> Forfatteren kjenner til at dette tidligere er gjort ved Krigsskolen.

I denne ellers utmerkede artikkelen ([8]) har det imidlertid sneket seg inn en “forståelsesfeil”. På side 8 skriver han:

*It is also true in all cases that the depressed trajectory is a little flatter (Bullet path<sup>25</sup> magnitude is a little less) than the elevated trajectory. This is caused mainly by a component of the drag force on the bullet acting in the upward vertical direction for a depressed trajectory. This upward-directed force component keeps the bullet on the downward trajectory from falling quite as fast compared to the bullet on the upward trajectory. On the upward trajectory the component of drag force in the vertical direction is directed downward, causing the bullet to fall a little faster as it flies.*

Den første setningen i dette sitatet er korrekt (i harmoni med det som er skrevet foran og som fremgår av tabeller), mens resten er uheldigvis helt uriktig. Det er riktignok slik at luftmotstanden ( $F_D$  i figuren nedenfor), som *alle* krefter, kan dekomponeres i hvilken som helst retning. I figur 3.22 er  $F_D$  dekomponert, i tråd med sitatets forfatter, i en vertikal og en horisontal komponent. Det er imidlertid svært viktig for den grunnleggende forståelsen å fastslå følgende: Dersom selve kraften er fullstendig parallell med farten, kan den ikke ha noen *direkte* påvirkning på banekrumningen, slik det er forklart tidligere i denne rapporten. (Se for eksempel kapittel 2). Som nevnt er selve luftmotstanden pr definisjon eksakt rettet mot (og derfor parallell med) hastighetsvektoren. Den kan altså ikke bidra på en slik måte som beskrevet i sitatet ovenfor. (Det kan naturligvis i tillegg være *andre* krefter som virker på prosjektilet fra lufta og som ikke er parallele med fartsretningen. (Disse kan for eksempel skyldes prosjektilets rotasjon og at dets kjernelinje ikke peker langs hastighetsvektor).

Det må enda en gang slås fast at det ikke er luftmotstanden, men *tyngden*<sup>26</sup> (dens komponent på tvers av fartsretningen) som er den *direkte* årsak til forskjeller i banekrumning, slik det er forklart flere steder tidligere i denne rapporten.



**Figur 3.22** Luftmotstanden er parallell med fartsretningen og har derfor ingen direkte evne til å påvirke banens krumning (kun indirekte ved å påvirke hastigheten og og derved flygetiden fram til målet).

<sup>25</sup> Betegnelsen "path" svarer til det vi ovenfor har kalt toppunktshøyden  $h$  i figur 3.11 side 32.

<sup>26</sup> Det er fordi denne kraften ikke er parallell med fartsretningen (unntatt naturligvis dersom det skytes rett oppover).

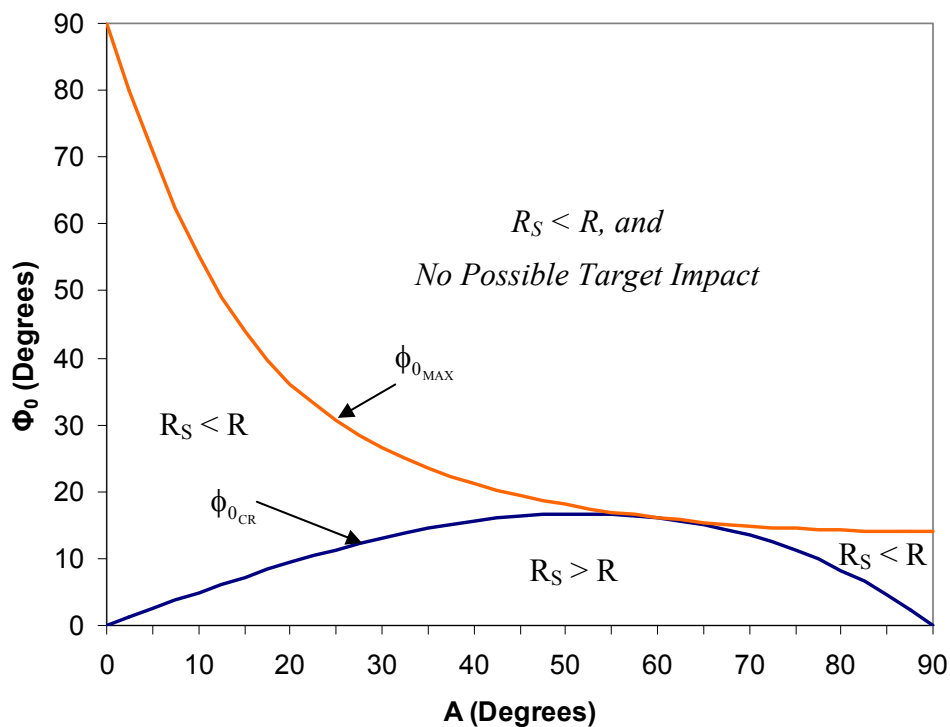
### 3.6.3 Noen upresissheter i anerkjente ballistikkbøker

Det kan naturligvis finnes mange store eller små feil i en rekke fagbøker. McCoy var en meget anerkjent ballistiker, og hans hovedbok har fått svært gode omtaler (jf [6]). Det kan bl.a. derfor være relevant å se litt nærmere på noe han har skrevet der, som kan oppfattes som mangelfullt og misvisende angående hvilke begrensninger som gjelder oppsatsvinkler. McCoy benytter et koordinatsystem der x-aksen legges i sikteretningen (langs terrenget) og y-aksen vinkelrett på denne. Basert på dette utleder han noen likninger på side 50, der han skriver:

*This inequality defines another restriction on  $\phi_0$  the projectile cannot reach an uphill target if the superelevation angle exceeds a maximum value, given by<sup>27</sup>:*

$$\phi_{0_{MAX}} = \tan^{-1}\left[\frac{1}{4} \csc A\right] \quad (3.55 \text{ i } [7])$$

Denne likningen er fremstilt grafisk ved den røde streken i diagrammet nedenfor og er utledet i vedlegg J. Den blå kurven viser grafen til funksjonen vist grafisk også i figur 3.16, og som viser hvilke oppsatsvinkler som vil gi samme rekkevidde i skrått som i horisontalt terreng. (Figuren er identisk med "Figure 3.6" i McCoy (1999) [7], med figurteksten: *Critical Superelevation Angles versus Angle of Site*).



**Figur 3.23** Figuren er tilsvarende figur 3.6 i McCoys bok, [7]side 50.

McCoy's formulering tatt rent bokstavelig (og isolert sett) blir direkte feil. Denne misoppfatningen blir lett forsterket ved at utsagnet "No Possible Target Impact" gjentas i hans figur vist ovenfor. Selv om bakgrunnen for McCoy's likning (3.55) fremgår indirekte av hans utledning, burde nok følgende forutsetninger vært presisert tydeligere i forbindelse med selve påstanden, nemlig at:

<sup>27</sup>  $\phi_0$  er oppsatsvinkelen som vi har betegnet  $\theta$ .  $A$  er terrengvinkelen som vi kaller  $\alpha$ .  $\csc A = \frac{1}{\sin A}$  pr definisjon. (3.55) er likningsnummeret i McCoy (1999), [7] side 50.

- Med rekkevidde menes her projeksjonen langs terrenget av avstanden til det punkt prosjektilet treffer en tenkt målskive<sup>28</sup> som står vinkelrett på terrenget, og:
- Denne projiserte avstanden skal være like stor som rekkevidden i horisontalt terreng med samme oppsats.

I vedlegg J kommer vi nærmere tilbake til dette. I neste avsnitt blir McCoys fremstilling supplert med andre relevante vinkelrelasjoner. Der påpekes dessuten en mangel/feil når det gjelder McCoys fremstilling av oppsatsbegrensning.

### Et eksempel fra en annen ballistikkbok

Nedenfor beskrives et *annet* eksempel på en uheldig fremstilling, men fra en *annen* bok. Som tidligere nevnt, hersker det mye forvirring omkring temaet skyting i skrått terreng og hva som bidrar til prosjektilbanens krumning. For å vise et annet eksempel i en annen meget anerkjent ballistikkbok, tar vi med følgende sitat fra Rinker (2007), [41] side 249:

*One common mistake is in believing the velocity is changed by gravity slowing the uphill shot and speeding up the downhill shot. This is generally discounted because a bullet's weight is not sufficient, even in the bigger bores, to accelerate or decelerate it enough to have much effect on either the flight time or the trajectory.*

Sitatet representerer i det minste en ganske uheldig formulering med tanke på å gi en best mulig forklaring på tyngdens innvirkning. Her er et forsøk på klargjøring:

- Selve **massen** har ingen *direkte* betydning for prosjektillets fallbevegelse, kun *indirekte* ved å påvirke hastighet og flygetid i luft, slik det er nevnt tidligere. I *vakuum* spiller massen *ingen* rolle i det hele tatt fordi tyngden G, som er årsak til fallbevegelsen, og tregheten (evnen til å motsette seg fartsendring) er proporsjonale. (Jf Newtons 2. lov). Bevegelseslikningene i kapittel 3 om prosjektilbevegelse i vakuum inneholder av den grunn ikke massen. (Jf også kapittel 2).
- Det er mer korrekt å si at hastigheten ved skyting i nedoverbakke **avtar mindre** enn den gjør i oppoverbakke, på grunn av tyngdens komponent henholdsvis med/mot fartsretningen. (Jf kapittel 2). I avsnitt 4.3 er det simulert ulike tilfeller der enten gravitasjonskonstanten eller luftmotstandskoeffisienten er redusert. Resultatet av disse simuleringene viser med all tydelighet den ikke ubetydelige virkningen tyngden også har på *hastigheten*. (Se avsnitt 4.3 og kommentarene til tabell 4.1).

Bakgrunnen for Rinkers resonnement er formodentlig det poeng at av de to kreftene luftmotstand og tyngdekraft, er førstnevnte helt dominerende i størrelse. I vedlegg C (også kommentert i avsnitt 2.3.1 side 13) er det beregnet et eksempel med 12,7 mm MØR som viser at luftmotstanden er ca 35 ganger større enn tyngden. (For mindre kaliber blir forholdet enda større, innenfor tilsvarende hastighetsområde).

<sup>28</sup> I McCoys figur 3.3 ([7], side 47) ser det ut til at "Target" er ment (naturlig nok) å ligge på siktelinjen (terrenglinjen). Men for at McCoys utsagn skal ha gyldighet, må altså definisjonen av "Target" utvides. Denne løsningen har forsker ved FFI, Øystein Grandum, prisverdig gitt meg etter hans gjennomlesing av teksten i McCoy [7]. (En slik definisjon av "Target" og McCoys likning og utsagn vil noen kanskje hevde er mer av "akademisk" interesse, siden de også inkluderer eventuelle "treffpunkter" f.eks. *under* bakken. Jf. vedlegg J).

### 3.6.4 Oppsatsbegrensninger

Nedenfor suppleres McCoy's fremstilling med noen andre relevante oppsatsbegrensninger og relasjoner. (Jf figur 3.24 ). Et relativt opplagt maksimalkrav til elevasjonsvinkel (dvs. terrengvinkel + oppsatsvinkel) ved skyting i oppoverbakke er  $90^\circ$ , dersom vi vil at prosjektilet skal lande i sikteretningen. Ved større vinkler vil prosjektilet lande bakenfor (nedenfor) utskytningsstedet. (Dersom vi inkluderer skyting i nedoverbakke, kan oppsatsvinkelen i prinsippet være maksimalt  $180^\circ$ ). Maksimalverdien for oppsatsvinkelen  $\theta$  i *oppoverbakke* er altså gitt ved:

$$\alpha + \theta = 90^\circ \quad \Rightarrow$$

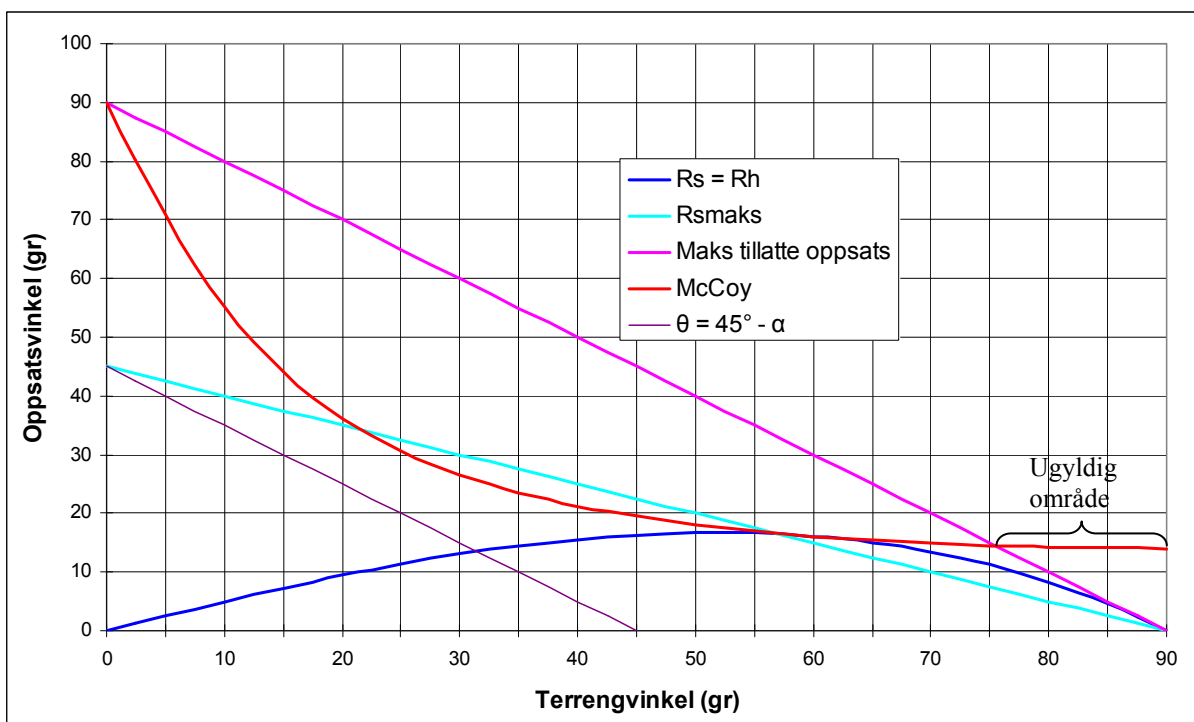
$$\theta = 90^\circ - \alpha \quad (3.68)$$

Likningen (3.68) er fremstilt grafisk i figur 3.24 (øverste rette linje med rosa farge).

Den turkisfargede rette linjen angir hvilke oppsatsvinkler som gir *maksimal* rekkevidde. Disse er definert ved likning (3.40), dvs.  $\theta = 45^\circ - \alpha/2$ . Oppsatsvinkel  $\theta$  for maksimal rekkevidde avtar altså *lineært* med økende terrengvinkel. Dette gjelder (naturligvis) også i fallende terreng. Ved  $\alpha = -90^\circ$  er  $\theta = 90^\circ$ , ved  $\alpha = 0^\circ$  er  $\theta = 45^\circ$  og ved  $\alpha = 90^\circ$  er  $\theta = 0^\circ$ . (De to siste kan også leses av figur 3.24).

Den blå kurven i figur 3.24 angir hvilke oppsatsvinkler som gir samme rekkevidde i oppoverbakke som i horisontalt terreng med samme oppsats, tilsvarende som vist i figur 3.16.

(McCoy og andre forfattere kaller denne oppsatsvinkelen for *critical superelevation*. Jf.  $\Phi_{0,cr}$  i figur 3.23).



**Figur 3.24** Oppsatsvinkel som funksjon av terrengvinkel ved skyting i oppoverbakke for noen viktige spesialtilfeller. Oppsatsen kan maksimalt være så stor at summen av denne og terrengvinkelen ikke overskrider  $90^\circ$ . Under denne grensen finnes det naturligvis alltid et mål som kan nås.

Den sorte linjen i figur 3.24 gitt ved likningen

$$\theta = 45^\circ - \alpha \quad (3.69)$$

angir skillet mellom overgrader og undergrader. Alle punkter som ligger over denne linjen i diagrammet, gjelder elevasjonsvinkler  $(\alpha + \beta)$  større enn  $45^\circ$ . Denne linjen skjærer den blå kurven i punktet gitt ved koordinatene  $(\alpha, \beta) = (31,48^\circ, 13,52^\circ)$ . (Dette finner man ved å sette uttrykket for  $\theta$  gitt ved likning (3,69) inn i likning (3.65) som er likningen for den blå kurven og gjelder de kombinasjoner av  $(\alpha, \theta)$  som gir  $R_S = R_H$ . Den trigonometriske likningen som da fremkommer kan enklest løses numerisk).

Dersom vi setter uttrykket for oppsatsvinkelen  $\theta$  gitt i likning (3.68) inn i McCoys likning (3.55) i [7] vist i forrige avsnitt, får vi (ved å bruke trigonometriske formler fra ”skolematematikken”):

$$\tan \theta = \frac{1}{4 \sin(90^\circ - \theta)} \quad \Rightarrow \quad \sin \theta = \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad \theta = \underline{14,48^\circ} \quad (3.70)$$

Setter vi den funne verdien for  $\theta$  inn i likning (3.68), får vi at den korresponderende terrengvinkel  $\alpha = 90^\circ - 14,48^\circ = \underline{75,52^\circ}$ . Tallparet  $(\alpha, \theta) = (75,52^\circ, 14,48^\circ)$  representerer altså skjæringspunktet mellom grafen gitt ved McCoys likning (3.55) i [7] (den røde grafen) og grafen gitt ved likning (3.68) (den rosa grafen). Den delen av McCoys graf som ligger til høyre for dette skjæringspunktet, burde han ha presentert som uaktuell. (Dette er markert med en klamme i figur 3.24). Skytingen er da nemlig ”bakover”, fordi elevasjonsvinkelen er større enn  $90^\circ$ . Siden McCoy ikke har tatt med denne begrensningen, kan det se ut til at han ikke har tenkt på denne. Den delen av diagrammet som ligger under den røde McCoy-kurven og over den rosa kurven som markerer maksimal oppsats, representerer altså ugyldige kombinasjoner av  $\alpha$  og  $\theta$ . (Dette behandles nærmere i vedlegg J).

Den blå kurven i figur 3.24 og den røde (McCoys likning) berører hverandre i ett punkt, nemlig det som representerer den eneste kombinasjonen av terrengvinkel og maksimal oppsatsvinkel der ”McCoys treffpunkt” også treffer selve målet på siktelinjen. (Alle andre punkter på ”McCoy-grafen” gjelder maksimale oppsatsvinkler der prosjektilet på vei ned akkurat så vidt sneier målskiven i et punkt som ligger *over* eller *under* selve målet, som er midt i blinken. Jf. vedlegg J). Koordinatene til nevnte fellespunkt finner vi ved å sette uttrykket for oppsatsvinkelen gitt i likning (3.65), representert ved den blå grafen i figur 3.24, lik McCoys uttrykk for maksimal oppsats gitt i forrige avsnitt (likning (3.55) i [7]). Det kan da enkelt vises (jf. vedlegg J) at dette gir følgende terrengvinkel og oppsatsvinkel til dette fellespunktet:

$$(\alpha, \theta) = (60^\circ, 16,10^\circ)$$

Ved maksimal oppsats gitt ved McCoy-kurven har vi (jf. vedlegg J) altså at:

- ved lavere elevasjonsvinkler enn  $60^\circ$  tangerer prosjektilbanen ”McCoy-målskiven” på *undersiden* av terrenget, og
- ved høyere elevasjonsvinkler enn  $60^\circ$  berører prosjektilbanen ”McCoy-målskiven” på *oversiden* av terrenget.

De to skjæringspunktene mellom den røde ”McCoy-kurven” og den turkise (som angir hvilke oppsatsvinkler som gir maksimal rekkevidde) er ikke så interessante. De betyr at de to prosjektilbanene dette gjelder, både gir treff i maksimal avstand til et mål på terrenget (turkis



kurve) og akkurat tangerer en "fiktiv" målskive" under terrenget lengre unna det reelle målet på bakken.

Skjæringspunktet mellom den turkise kurven (de vinkler som gir maksimal rekkevidde) og den blå (hvilke oppsatsvinkler som gir samme rekkevidde i skrått som i horisontalt terreng) finnes ved å sette likning (3.40) inn i likning (3.65). Den 3.gradslikning som da fremkommer, kan ha forskjellig form avhengig av hvilke kombinasjoner av trigonometriske formler som benyttes. Likningen lar seg enklest løse numerisk og gir som resultat etter innsetting av verdi i likning (3.40) følgende:

$$\alpha = 57,0650^\circ$$

$$\theta = 16,4675^\circ$$

Dette er altså den eneste vinkelkombinasjon der *maksimal* rekkevidde i skrått terreng er like stor som rekkevidden horisontalt med samme oppsatsvinkel.

## 4 Prosjektilbaneberegninger i luft

### 4.1 Innledning

Det finnes flere forskjellige modeller til å beregne prosjektilbaner i luft. Den enkleste som også tar hensyn til luftmotstanden, er den såkalte massepunktmodellen. Den ser bort fra prosjektillets fasong og rotasjon. Det er en slik modell som er benyttet i foreliggende rapport og som grunnlag for simuleringsprogrammet som er laget. I [42] side 477 sies det at:

*Until quite recently it was the major model used for the production of firing tables and for many other practical applications. It provides fairly accurate estimates of range for adequately stable projectiles and can also be used to estimate the first-order effects of wind.*

I rapportens simuleringer benyttes  $C_D$ -verdier (jf likning (2.1)) basert på skytetabeller i hvert enkelt tilfelle. Simuleringene er i god overensstemmelse med bl.a. de som på forespørsel ble gjennomført av forsker Øyvind Grandum, FFI, [43]. Han har utviklet en ”flatbanekalkulator” som igjen bygger på et analytisk regneverktøy han har utarbeidet, [44]. Denne legger til grunn ”den utvidete massepunktmodellen”<sup>29</sup>, som også tar hensyn til prosjektillets form og rotasjon. Det er hovedsakelig avdrift i *side* dette supplerer med, og ikke i vertikalplanet. Det fremgår bl.a. av skytetabellene fra NAMMO [5] at denne avdriften er svært liten og har neglisjerbar betydning i forhold til det som er relevant for oss i denne rapporten, nemlig prosjektilbanen sett i vertikalplanet.

Arbeidet med denne rapporten startet som nevnt i forordet, med å prøve å forklare med enkle geometriske betraktninger hva som påvirker prosjektilbanens form, og hvorfor prosjektilet i mange tilfeller vil gå over målet når det skytes i skrått terreng. Det var derfor naturlig å simulere dette og se på bl.a. banens *krumning* i de ulike tilfellene. Det ble derfor utviklet et enkelt simuleringsprogram som med tilstrekkelig nøyaktighet kunne brukes til å finne svar på disse og andre relevante spørsmål.

I denne forbindelse ble det interessant å teste om ”Rifleman’s Rule” er god nok å bruke som grunnlag for justering av siktet. I simuleringene er det valgt flatbanevåpen (7,62 mm og 12,7 mm) og korttrekkende krumbanevåpen som vanligvis skyter med ”undergrader” (40 mm AGL og GUR).

### 4.2 Simuleringsprogrammet

Figur 4.1 nedenfor viser definisjoner og parametere som benyttes i simuleringsprogrammet. Inngangsverdier som benyttes er følgende:

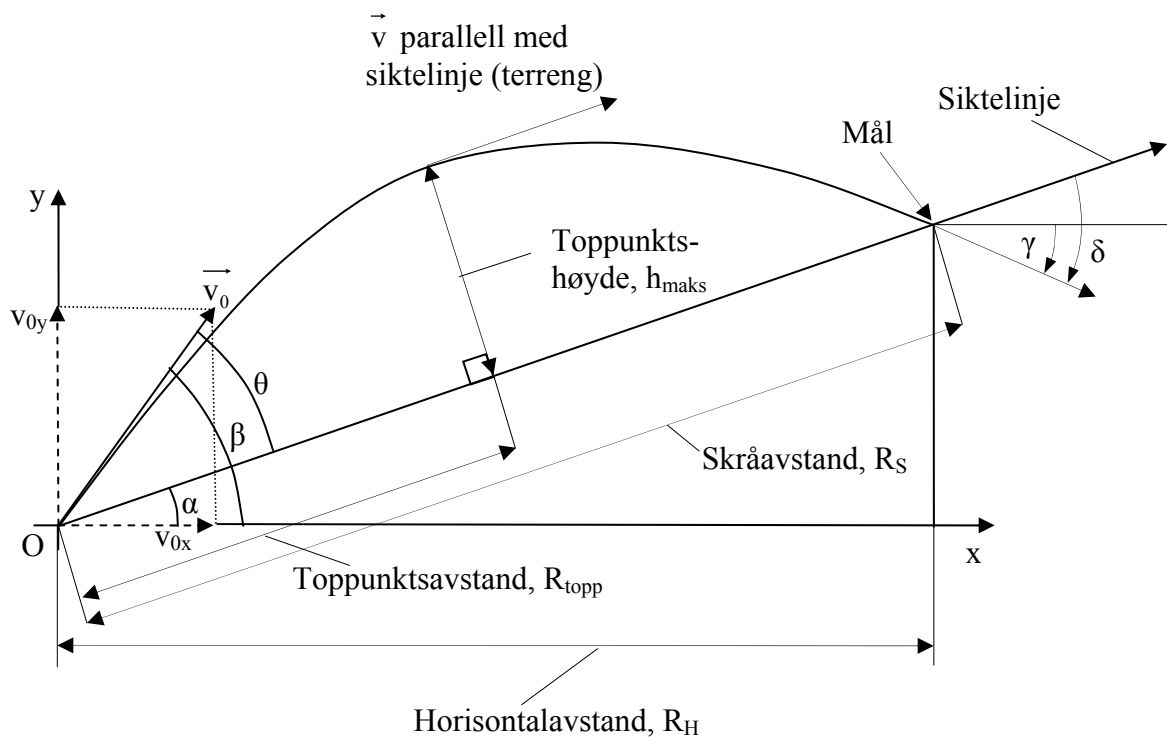
- prosjektillets masse,  $m_p$
- våpenets kaliber,  $c$
- utgangshastigheten,  $v_0$
- terrengvinkelen (siktevinkelen mot målet),  $\alpha$
- skrårekkevidden til målet,  $R_S$
- gravitasjonskonstanten,  $g$
- lufttettheten på utskytningsstedet,  $\rho_0$

<sup>29</sup> Det finnes også andre mer kompliserte modeller, men disse gir ikke nødvendigvis særlig mer nøyaktige resultater når det gjelder hovedtrekkene i prosjektillets bevegelse. [42] gir en grundig beskrivelse av temaet. En mer kortfattet oversikt over de viktigste modellene og hvilke faktorer som påvirker prosjektilbevegelsen, finnes i [45].

- ICAO<sup>30</sup>-modellen for beregning av lufttetthet som funksjon av høyde.

I tillegg er det, basert på målinger, lagt inn 15  $C_D$ -verdier og tilhørende hastighetsverdier. Med utgangspunkt i disse defineres 5 hastighetsområder som ved hjelp av 2. gradspolynomer gir en svært god tilpasning til den riktige kurven for luftmotstandskoeffisienten. For hvert banepunkt som beregnes, blir ny korrekt  $C_D$ -verdi regnet ut og benyttet for neste ”step” i banen. Denne  $C_D$ -verdien settes inn i luftmotstandsformelen (jf likning (2.1)), sammen med hastigheten i banepunktet og lufttettheten i dette punktets høyde over utgangsnivået. I beregningen av lufttettheten benyttes, som nevnt, den såkalte ICAO-modellen. (Dette er forklart nærmere i vedlegg C).

Ut fra beregnet retning for hastighetsvektor, kalkuleres kreftenes (luftmotstandens og tyngdens) horisontal- og vertikalkomponenter. Dette utføres for hvert lille skritt i banen. (Skrittlengden blir bestemt i starten som en forflytning  $\Delta x$  (eksempelvis 0,1 m) langs x-aksen, dvs. horisontalflytningen). Når ”prosjektilet” er kommet fram til målets horisontalposisjon, beregnes det hvor stor høyden  $\Delta y$  er over eller under målet. Dersom denne i absoluttverdi er større enn en fastlagt toleranseverdi (for eksempel 0,1 mm), gjentas prosessen med en ny oppsatsvinkel ut fra størrelsen på avviket  $\Delta y$ . Simuleringsprogrammet søker seg altså ved iterasjoner frem til den oppsatsvinkel (engelsk ”*super elevation*”) som gir treff i målet. (I vedlegg C er dette beskrevet litt mer i detalj).



**Figur 4.1** Definisjon av størrelser benyttet i simuleringene.

#### Vinkler:

- $\alpha$ : Terrengvinkel, også kalt høydevinkel (sikteretning ift horisontalen)
- $\theta$ : Oppsats (superelevasjon)
- $\beta$ : Elevasjon,  $\beta = \alpha + \theta$
- $\gamma$ : Nedslagsvinkel ift horisontalen (positiv/negativ over/under horisontalen)
- $\delta$ : Nedslagsvinkel ift siktelinje (negativ under siktelinje)

<sup>30</sup> International Civil Aviation Organization. Se for eksempel Kneubuehl (1998), [46] side 80 og [47].

De verdier som kommer ut etter hver simulering er:

- oppsats som gir treff
- flygetid
- nedslagsvinkel
- endehastighet
- toppunktshøyde over terrenget (vinkelrett på terrenglinjen)
- avstanden langs siktelinjen til toppunktet

### 4.3 En liten kontroll

Det kan stundom være smart å teste sammensatte ”konstruksjoner” ved å kontrollere dem mot mer kjente, oversiktlige spesialtilfeller. I foreliggende tilfelle er dette gjort ved å sette f. eks. luftmotstandskoeffisienten i simuleringsprogrammet til  $\approx 0$ , slik at beregningene som gjøres, blir som i vakuum. Resultatene bør, hvis programmet er riktig, gi samme resultater som de som er presentert i avsnittene 3.4 og 3.5. Tabell 4.1 indikerer hvordan endringer i gravitasjonskontant eller luftmotstandskoeffisient påvirker prosjektilbanen. Det nederste radsettet i tabellen med  $C_D \approx 0$  er i fullstendig samsvar med det en kan lese av tabell 3.2 side 39 som gjelder vakuum, for de størrelsene som inngår i begge tabellene, nemlig oppsatsvinkel  $\theta$  og flygetid  $t$ . Siden vakuummodellen i kapittel 3 regner eksakt rent matematisk, bekrefter dette at simuleringsmodellens iterasjonsprosedyrer er tilstrekkelig nøyaktige.

Tabell 4.1s kolonner inneholder fra venstre mot høyre: Hvilke parametre som endres i forhold til standard, terrengvinkelen  $\alpha$ , oppsatsvinkelen  $\theta$ , flygetid  $t$ , terminalhastighet (nedslags-hastighet)  $v_f$ , banekrumning,  $\kappa$ , gitt ved likning (3.61), dss.  $\theta - (\gamma - \alpha)$ , toppunktshøyden  $h_{\text{maks}}$  over terrenget og skråavstanden til denne målt langs siktelinjen (jf figur 4.1 på forrige side). (Alle vinklene er oppgitt i grader).

Det kan også være interessant her å trekke inn McDonalds [8] uheldige påstand referert til i avsnitt 3.6.2 om luftmotstandens ”løfteevne” i nedoverbakke i forhold til i oppoverbakke. Dersom hans påstand skulle være riktig, ville en stor reduksjon i luftmotstand medføre at forskjellen i banekrumning mellom oppoverbakke og nedoverbakke med samme helning, ville bli vesentlig mindre. Av tabellen ser vi at dette ikke er tilfelle, snarere tvert i mot. Tabellen gir nemlig følgende forhold mellom banekrumningen i oppoverbakke og i nedoverbakke:

- Ved ”Standard” (øverste radsettet):  $\kappa(50^\circ)/\kappa(-50^\circ) = 1,025$
- Med svært lite/tilnærmet ingen luftmotstand (de to nederste radsettene), gir begge:  $\kappa(50^\circ)/\kappa(-50^\circ) = 1,042$ , altså *større* forskjell i krumning.

Tabell 4.1 øverste kolonnesett (”Standard”) for 12,7 mm og avstand 2000 m viser også en rekke andre interessante ”paradokser”. Nedenfor listes opp noen med forklaringer. (Siden eksemplet i tabellen er for 12,7 mm MØR, refereres det til flere av figurene i avsnitt 4.5 som tar for seg dette våpenet).

- Krumningen i 50 graders oppoverbakke er *større* enn i like bratt nedoverbakke selv om største banehøyde er litt *mindre*. (Øverste radsett merket ”Standard”). Forklaringen på dette er at førstnevnte bane krummes mer og mer etter hvert utover i banen enn hva den i nedoverbakke gjør. (Jf figur 4.9 side 75). Dette skyldes igjen at fartsretningen i siste del av banen i større grad er på tvers av tyngden. (Banen er nærmere horisontalretning enn den i nedoverbakke).
- Endehastigheten i 50 grader nedoverbakke er (ikke uventet) *større* enn den i like bratt oppoverbakke, men det til tross for at *flygetiden* til førstnevnte er (ørlitegrann) *større*. En forklaring på dette er at *fluktveien* er litt *lengre* for banen i nedoverbakke. (Jf figur

4.8 side 74, der en (så vidt) kan se at denne banen underveis ligger litt høyere over terrenget enn den i oppoverbakke. (Dette gir med andre ord en litt større ”omvei”). Tabellen viser også at dens maksimalhøyde over bakken er litt større enn den til banen i nedoverbakke.

**Tabell 4.1** Simuleringer med store endringer i sentrale parametere. Verdier for 12,7 mm MP,  $v_0 = 853$  m, avstand 2000 m,  $g_0 = 9,80665$  m/s<sup>2</sup>.

Endr. fra standard	$\alpha$ (gr)	$\theta$ (gr)	$t$ (s)	$v_f$ (m/s)	$y$ (gr)	$K$ (gr)	$h_{maks}$ (m)	$R_{topp}$ (m)	$v_f(50^\circ)/v_f(-50^\circ)$
	-50	1,2731	4,403	295,95	-52,539	3,812	16,22	1188,4	<b>0,9760</b>
<b>Standard</b>	0	1,9666	4,397	293,22	-4,025	5,992	25,18	1192,7	
( $g_0, C_{D0}$ )	50	1,2576	4,396	288,86	47,349	3,909	16,19	1197,8	
	-50	0,1305	4,506	281,29	-50,277	0,407	1,72	1201,8	<b>1,0786</b>
<b><math>g = 0,1 \cdot g_0</math></b>	0	0,1967	4,397	292,48	-0,403	0,600	2,52	1193,0	
	50	0,1225	4,290	303,49	49,757	0,365	1,53	1183,4	
	-50	0,0120	4,517	279,73	-50,029	0,041	0,18	1218,1	<b>1,0898</b>
<b><math>g = 0,01 \cdot g_0</math></b>	0	0,0197	4,397	292,45	-0,040	0,060	0,258	1193,0	
	50	0,0132	4,280	304,84	49,977	0,036	0,158	1173,2	
	-50	0,4917	2,322	869,49	-50,482	0,974	4,25	995,1	<b>0,9596</b>
<b><math>C_D = 10^{-3} \cdot C_{D0}</math></b>	0	0,7729	2,346	852,12	-0,773	1,546	6,75	1000,2	
	50	0,5020	2,371	834,37	49,487	1,015	4,43	1005,5	
	-50	0,4914	2,321	870,44	-50,481	0,973	4,245	995,0	<b>0,9595</b>
<b><math>C_D = 10^{-6} \cdot C_{D0}</math></b>	0	0,7723	2,345	853,00	-0,772	1,546	6,740	1000,0	
	50	0,5017	2,370	835,20	49,488	1,014	4,424	1005,3	

Vi ser nærmere på tabell 4.1 med utgangspunkt i drøftingen i avsnitt 3.6.3 angående sitatet fra Rinker (2007), [41].

I høyre kolonne i tabellen er forholdet mellom endehastigheten i 50 graders oppoverbakke og den i like bratt nedoverbakke beregnet. Av disse tallene kan en lese følgende (for dette konkrete eksempel):

- Sammenligner vi med ”Standard” (øverste radsett) ser vi at hastigheten i oppoverbakke relativt sett blir *større* enn den i nedoverbakke, dersom bidraget fra gravitasjonen blir *mindre* (radsett 2 og 3). Dette viser at det er tyngden som er årsak til fenomenet med større endehastighet i nedoverbakke. (Påstanden styrkes ytterligere ved det at lufttettheten øker desto lengre ned prosjektilet kommer).
- I samsvar med foregående punkt kan en se at flygetiden i oppoverbakke er kortere enn den i utforbakke, dersom bidraget fra gravitasjon er redusert. Dette skyldes naturligvis den reduserte effekten av tyngdens komponent mot fartsretningen, slik det er forklart tidligere i bl.a. kapittel 2.
- Dersom luftmotstanden reduseres (de to nederste radsettene), slik at tyngden relativt sett får større betydning i ”totalregnskapet”, ser vi at forholdet  $v_f(50^\circ)/v_f(-50^\circ)$  blir enda mindre enn for ”Standard”. Det betyr altså at endehastigheten i nedoverbakke øker forholdsvis mer enn den i oppoverbakke. Også dette viser tyngdens betydning for de nevnte hastighetsforskjeller i oppoverbakke og nedoverbakke.

Et vesentlig moment som bør nevnes i forbindelse med argumentasjonen ovenfor, er i hvilken grad endring i lufttetthet med høyden har betydning for resonnementet. (Luftmotstanden er

som nevnt i følge likning (2.1) proporsjonal med lufttettheten, og denne avtar som kjent med høyden). For å få svar på dette, er det i tillegg simulert med samme lufttetthet ved alle høydenivå. Resultatet er vist i tabell 4.2 nedenfor.

Høyre kolonne avslører ekstra tydelig tyngdens påvirkning på hastigheten. Hastigheten i *nedoverbakke* (ved "Standard") faller enda *mindre* denne gang, mens den i *oppoverbakke* avtar *mer*. Dette kommer av at prosjektilet i oppoverbakke nå ikke lenger har "fordelen av" avtagende lufttetthet og at *det* i nedoverbakke ikke opplever økende lufttetthet desto lavere det kommer i høydenivå.

Ser vi på de to neste radsettene, der bidraget fra gravitasjonen reduseres, observerer vi at det praktisk talt ikke er noen forskjell på endehastighetene i oppoverbakke og i nedoverbakke. (I radsett nr 3 med en gravitasjonskonstant som er 1 % av det normale, er forskjellen på de to endehastighetene kun 0,1 %).

Reduseres bidraget fra luftmotstanden, blir rimeligvis effekten mindre av å sette konstant lufttetthet med høyden. De to nederste radsettene i tabell 4.2 er derfor temmelig like de to tilsvarende i tabell 4.1.

De andre størrelsene i tabellen støtter argumentasjonen ovenfor. Reduseres bidraget fra tyngden (jf midterste radsett), blir det svært liten forskjell på oppoverbanen og nedoverbanen når det gjelder flygetid,  $t$ , krumning,  $\kappa$ , og største banehøyde,  $h_{maks}$ . Legg også merke til at banene da blir svært flate.

### Konklusjon:

*Tyngden* er en vesentlig årsak til forskjellene i endehastighet og banekrumning i oppover- og nedoverbakke. Det er den *kombinerte* effekten av tyngde og luftmotstand som gir prosjektilbanen de karakteristiske trekk og forskjeller ved skyting på samme avstand i like bratt terreng oppover som nedover.

**Tabell 4.2** Tilsvarende som for tabell 4.1, men denne gangen er det simulert med konstant lufttetthet med høyden.

Endr. fra standard	$\alpha$ (gr)	$\theta$ (gr)	$t$ (s)	$v_f$ (m/s)	$\gamma$ (gr)	$\kappa$ (gr)	$h_{maks}$ (m)	$R_{topp}$ (m)	$v_f(50^\circ)/v_f(-50^\circ)$
	-50	1,21857	4,290	307,46	-52,379	3,598	15,25	1179,4	<b>0,8945</b>
<b>Standard</b>	0	1,96956	4,400	292,95	-4,033	6,003	25,23	1193,0	
( $g_0, C_{D0}$ )	50	1,31734	4,523	275,01	47,137	4,180	17,30	1207,5	
	-50	0,12481	4,386	294,05	-50,258	0,383	1,61	1192,9	<b>0,9889</b>
<b><math>g = 0,1 \cdot g_0</math></b>	0	0,19673	4,397	292,45	-0,403	0,600	2,52	1193,0	
	50	0,12812	4,409	290,80	49,739	0,389	1,63	1193,0	
	-50	0,01147	4,396	292,60	-50,027	0,039	0,16	1206,3	<b>0,9989</b>
<b><math>g = 0,01 \cdot g_0</math></b>	0	0,01967	4,397	292,45	-0,040	0,060	0,25	1193,0	
	50	0,01383	4,399	292,27	49,975	0,039	0,16	1179,7	
	-50	0,49172	2,322	869,56	-50,482	0,974	4,25	995,1	<b>0,9595</b>
<b><math>C_D = 10^{-3} \cdot C_{D0}</math></b>	0	0,77285	2,346	852,12	-0,773	1,546	6,75	1000,2	
	50	0,50200	2,371	834,31	49,487	1,015	4,43	1005,5	
	-50	0,49139	2,321	870,44	-50,481	0,973	4,24	995,9	<b>0,9595</b>
<b><math>C_D = 10^{-6} \cdot C_{D0}</math></b>	0	0,77232	2,345	853,00	-0,772	1,545	6,74	1000,0	
	50	0,50165	2,370	835,20	49,488	1,014	4,42	1005,3	

## 4.4 7,62 mm skarpskyttergevær

### 4.4.1 Innledning

I simuleringene er det benyttet data som gjelder Forsvarets nye skarpskyttergevær, HK417, kaliber 7,62 mm, bl.a. en utgangshastighet på 850 m/s, ([30] side 2-2). Det er ikke urimelig å anta samme  $C_D$ -verdier for ammunisjonen til dette våpenet som ved det forrige skarpskyttergeværet (AG 3 med lang pipe). Basert på skytedata fra dette våpenet (se vedlegg D) er det til disse simuleringene laget en  $C_D$ -kurve som best mulig matcher prosjektilbanene for forskjellige avstander. Siden hensikten med denne rapporten hovedsaklig er å få fram hovedprinsippene, vurderer vi dette som tilstrekkelig. Bruk av offisielle skytetabeller vil uansett være forbundet med usikkerheter/feil, i noen tilfeller ganske betydelige, dersom de anvendes under feil forutsetninger.

### 4.4.2 Simuleringer for å teste Rifleman's Rule

Det er foretatt simuleringer der våpenet skyter på avstandene 300 m, 500 m, 800 m, 1000 m og 1200 m. (Se tabell 4.3). Lufttettheten på utskytningsstedet er satt til standard verdi 1,225 kg/m<sup>3</sup>. Simuleringsverktøyet har funnet hvilken oppsatsvinkel  $\theta_{\text{Riktig}}$  som gir treff for hver enkel terrengvinkel  $\alpha$ . Se figur 4.1 side 58 der noen av tabellstørrelsene er forklart. I tabellen er flygetid  $t$  (s), terminalhastighet  $v_f$  (m/s), nedslagsvinkel  $\gamma$ , banekrumning  $\kappa$  definert ved likning (3.61), banens største høyde over terrenget  $h_{\text{maks}}$  (m), topppunktsavstanden  $R_{\text{topp}}$  (m), bom i høyde gitt ved likning (3.67),  $\Delta y_{\text{ukorr}}$  (m) med konstant oppsats for alle  $\alpha$ , innskutt horisontalt<sup>31</sup> på samme avstand  $R$ , horisontalavstanden  $x = R_S \cos \alpha$  ( $= R_H$ ),  $\theta_{\text{RR}}$  innskutt på horisontalavstanden  $x$  i henhold til *Rifleman's Rule* (RR) og bom i høyde med siktekorreksjon basert på RR.

Av tabell 4.3 kan følgende konklusjoner trekkes:

- Uten noen form for siktekorreksjon:
  - På korte hold (her 300 m) er bom i høyde relativt liten når terrenget ikke er brattere enn ca 25°. Men dersom terrenget heller  $\pm 50^\circ$ , skytes det såpass mye som ca 40 cm for høyt, mest i utforbakke, slik det er forklart tidligere.
  - På de lengre holdene øker bomstørrelsen  $\Delta y$  i økende grad med skyteavstanden og er allerede på 500 m hold betydelig ved  $\pm 50^\circ$ .
- Med siktekorreksjon basert på *Rifleman's Rule* (RR):
  - Ut til ca 500 m fungerer RR relativt brukbart i forhold til skyting med ukorrigert sikte.
  - På de lengre holdene fungerer RR dårlig, i økende grad med økende avstand. Særlig for de bratteste vinklene fører den til at det skytes alt for lavt.
  - På 1000 m hold medfører RR at det ved  $\pm 25^\circ$  terrengvinkel skytes nesten like mye for *lavt* som det man skyter for *høyt* uten noen form for siktejustering med tanke på høydevinkel.
- En sammenlikning av verdiene for oppsatsvinkel som gir treff ( $\theta_{\text{Riktig}}$ ) på de forskjellige avstander, viser at banene i *nedoverbakke* er ørlite grann *flatere* enn i like bratt oppoverbakke på de *korteste* avstandene. Dette skyldes tyngdens komponent henholdsvis med/mot fartsretningen, i samsvar med det som tidligere er nevnt. På det lengste holdet, derimot, er det omvendt. Dette skyldes at lufttettheten avtar med høyden i henhold til ICAO. Det bidrar til kortere flygetid, høyere terminalhastighet og lavere toppunktshøyde.

<sup>31</sup> Dvs. den  $\theta_{\text{Riktig}}$  som er gitt med uthevet skrift ved  $\alpha = 0^\circ$ .

Tabell 4.3 7,62 mm skarpskyttergevær. Utgangshastighet 850 m/s.

R = 300 m

$\alpha$	$\theta_{\text{Riktig}}$	t	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$h_{\text{maks}}$	$R_{\text{topp}}$	$\Delta y_{\text{ukorr}}$	x	$\theta_{\text{RR}}$	$\Delta y_{\text{RRkorr}}$
-50	0,0896	0,409	635,15	-50,11	0,2028	0,132	157,04	0,434	192,84	0,0852	<b>-0,036</b>
-25	0,1282	0,409	634,84	-25,16	0,2863	0,186	157,25	0,085	271,89	0,1269	<b>-0,008</b>
0	<b>0,1429</b>	0,410	634,50	-0,17	0,3163	0,206	157,30	0,000	300,00	0,1429	<b>0,000</b>
25	0,1307	0,410	634,13	24,84	0,2870	0,187	157,33	0,070	271,89	0,1269	<b>-0,022</b>
50	0,0940	0,410	633,86	49,89	0,2036	0,133	157,37	0,398	192,84	0,0852	<b>-0,072</b>

R = 500 m

$\alpha$	$\theta_{\text{Riktig}}$	t	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$h_{\text{maks}}$	$R_{\text{topp}}$	$\Delta y_{\text{ukorr}}$	x	$\theta_{\text{RR}}$	$\Delta y_{\text{RRkorr}}$
-50	0,1753	0,758	518,90	-50,25	0,4230	0,455	270,01	1,370	321,39	0,1554	<b>-0,271</b>
-25	0,2492	0,758	519,00	-25,35	0,5971	0,642	270,33	0,261	453,15	0,2417	<b>-0,073</b>
0	<b>0,2764</b>	0,758	519,13	-0,38	0,6594	0,709	270,40	0,000	500,00	0,2764	<b>0,000</b>
25	0,2518	0,759	519,17	24,65	0,5984	0,644	270,55	0,237	453,15	0,2417	<b>-0,097</b>
50	0,1799	0,759	519,20	49,76	0,4247	0,457	270,92	1,310	321,39	0,1554	<b>-0,331</b>

R = 800 m

$\alpha$	$\theta_{\text{Riktig}}$	t	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$h_{\text{maks}}$	$R_{\text{topp}}$	$\Delta y_{\text{ukorr}}$	x	$\theta_{\text{RR}}$	$\Delta y_{\text{RRkorr}}$
-50	0,3617	1,436	379,72	-50,62	0,9781	1,645	451,22	4,430	514,23	0,2873	<b>-1,626</b>
-25	0,5116	1,435	380,49	-25,87	1,3793	2,320	452,29	0,832	725,05	0,4806	<b>-0,478</b>
0	<b>0,5655</b>	1,435	381,30	-0,96	1,5227	2,561	452,60	0,000	800,00	0,5655	<b>0,000</b>
25	0,5133	1,434	382,03	24,13	1,3806	2,322	452,81	0,802	725,05	0,4806	<b>-0,501</b>
50	0,3652	1,434	382,51	49,39	0,9797	1,647	454,06	4,346	612,84	0,2873	<b>-1,679</b>

R = 1000 m

$\alpha$	$\theta_{\text{Riktig}}$	t	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$h_{\text{maks}}$	$R_{\text{topp}}$	$\Delta y_{\text{ukorr}}$	x	$\theta_{\text{RR}}$	$\Delta y_{\text{RRkorr}}$
-50	0,5436	2,021	310,16	-51,05	1,5924	3,289	579,48	8,252	642,79	0,3980	<b>-4,008</b>
-25	0,7671	2,019	310,89	-26,48	2,2452	4,634	581,63	1,531	906,31	0,7038	<b>-1,227</b>
0	<b>0,8462</b>	2,017	311,62	-1,63	2,4783	5,110	582,20	0,000	1000,00	0,8462	<b>0,000</b>
25	0,7668	2,016	312,19	23,52	2,2478	4,630	582,76	1,521	906,31	0,7038	<b>-1,206</b>
50	0,5445	2,015	312,51	48,95	1,5958	3,284	584,97	8,157	642,79	0,3980	<b>-3,925</b>

R = 1200 m

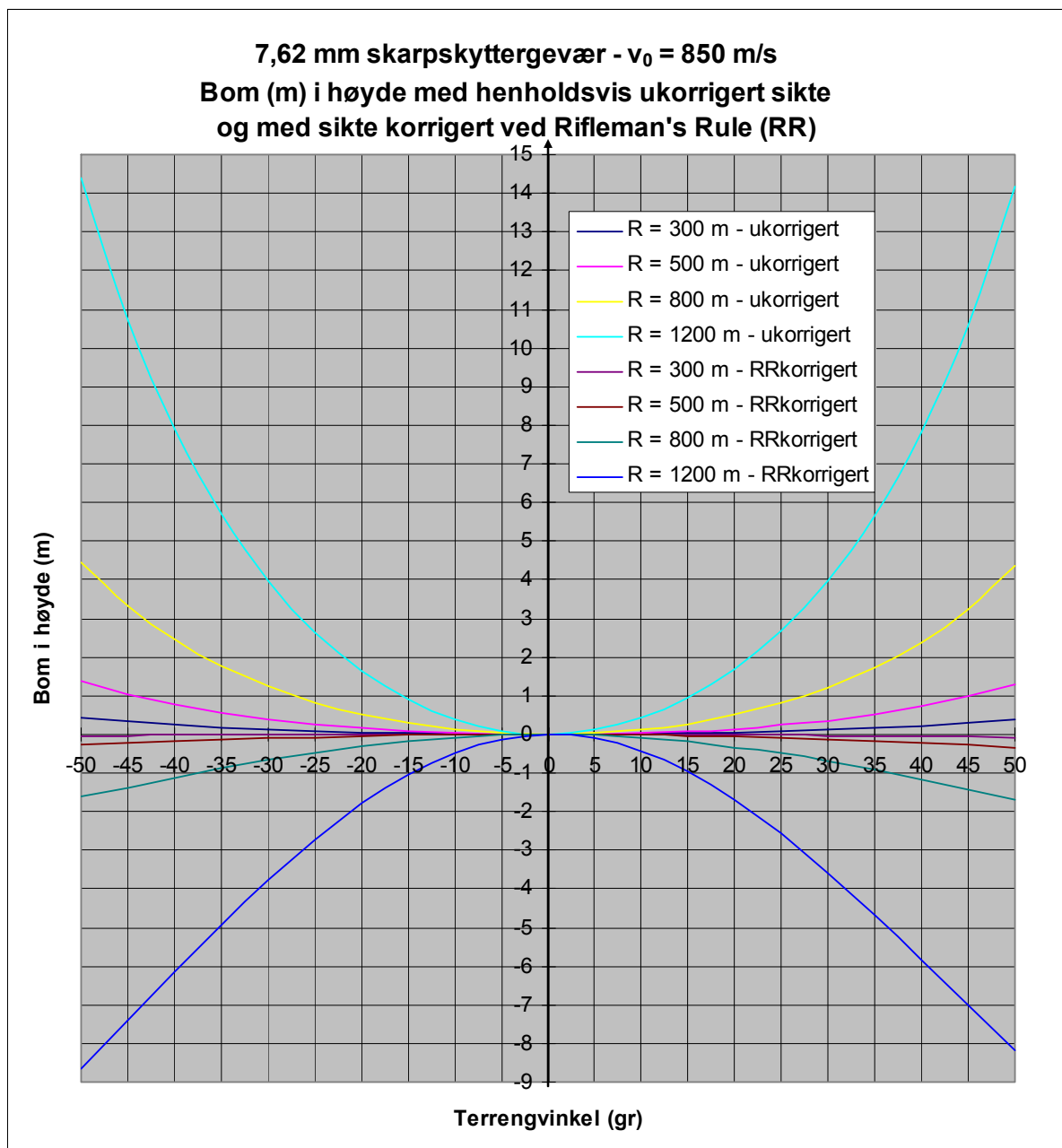
$\alpha$	$\theta_{\text{Riktig}}$	t	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$h_{\text{maks}}$	$R_{\text{topp}}$	$\Delta y_{\text{ukorr}}$	x	$\theta_{\text{RR}}$	$\Delta y_{\text{RRkorr}}$
-50	0,7913	2,731	256,96	-51,70	2,4886	6,092	711,34	14,385	771,35	0,5318	<b>-8,672</b>
-25	1,1152	2,728	257,29	-27,40	3,5148	8,584	715,65	2,643	1087,57	0,9994	<b>-2,709</b>
0	<b>1,2285</b>	2,725	257,49	-2,66	3,8876	9,465	716,90	0,000	1200,00	1,2285	<b>0,000</b>
25	1,1120	2,723	257,41	22,58	3,5351	8,577	718,19	2,667	1087,57	0,9994	<b>-2,573</b>
50	0,7884	2,721	257,16	48,27	2,5147	6,082	722,55	14,192	771,35	0,5318	<b>-8,163</b>

Den fullstendige tabellen som tabell 4.3 er et utsnitt av, finnes i vedlegg F1. Grafene i figur 4.2 nedenfor er basert på tabellen i vedlegget.

### Kommentar

Bom i høyde tar i denne rapporten utgangspunkt i banens posisjon vertikalt i forhold til målets posisjon, dvs.  $\Delta y$ , siden målobjekt ofte står vertikalt og fordi dette korresponderer bedre med "droppet". (Jf. figur 5.1 side 90). Alternativt kunne "bomhøyden",  $\Delta h$ , vinkelrett på terrenget vært benyttet. (Jfr. figur C.2 side 109 og figur J.1 side 151). Ved å benytte  $\Delta y$  blir "bomverdiene" på en måte "forsterket" ved økende terrenghelling  $|\alpha|$ , slik det fremgår av figur 4.2 og alle tilsvarende figurer i denne rapporten, (siden  $\Delta y \approx \Delta h / \cos \alpha$ ).





**Figur 4.2** *Bom i høyde øker dramatisk når skyteavstand og terrenghelning øker, ikke bare når en lar være å korrigere for høydevinkel, men også når en benytter Rifleman's Rule som grunnlag for siktekorreksjon. I sistnevnte tilfelle skytes det for lavt.*

Figur 4.2 viser tydelig at avstanden som legges til grunn for siktejusteringen, har svært mye å si. Det at brattheten i kurvene øker med terrengvinkelen, betyr at en avstandsfeil får en tiltagende effekt på bom i høyde når terrenget er brattere, særlig på lengre avstander.

Hovedbudskapet i denne rapporten er at det trengs en betydelig bedre korreksjonsregel for siktejustering i meget bratt lende enn *Rifleman's Rule* allerede på moderate hold. På lengre hold medfører regelen at det skytes altfor lavt, særlig i meget bratt lende.

Hvor mye en feil i avstandsbedømmelse kan ha å si, ser vi nærmere på i avsnitt 4.4.4. Men først ser vi på hvor mye endring i utgangshastighet har å si med hensyn til treff i høyde.

#### 4.4.3 Bom på grunn av avvik i utgangshastighet

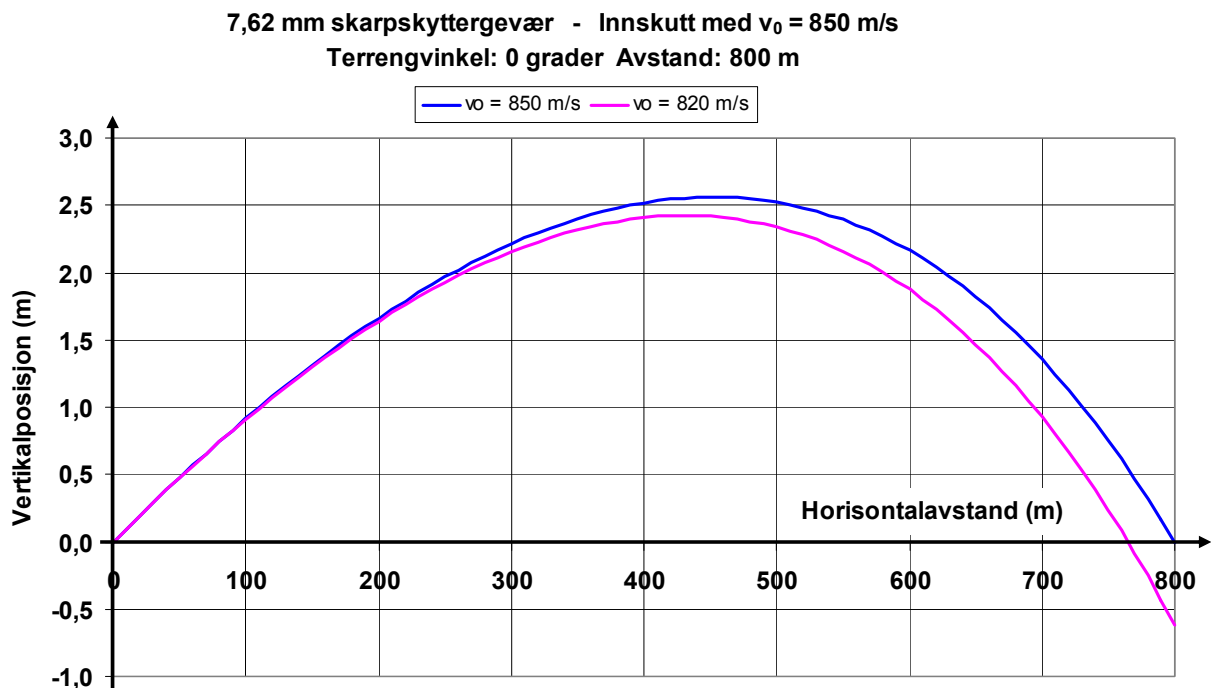
Utgangshastigheten for et våpen kan variere av mange grunner. Den viktigste årsaken er krutttemperaturen. Med høyere krutttemperatur øker forbrenningshastigheten, og derved trykket bak prosjektilet. Hvor mye utgangshastigheten forandres ved en endring i krutttemperaturen, er avhengig av mange faktorer, bl.a. selve våpenet med dets kaliber, krutttypen, kornstørrelsen, referansetemperaturen osv. I litteraturen (se bl.a. [48] side 399, [11] side 60, [49] side 44, [50] side 287, [41] side 235, [51], [52]) oppgis litt ulike verdier for endring i  $v_0$  pr endring i temperaturen  $t$ ,  $\Delta v_0/\Delta t$ . I tillegg har forsker Øyvind Grandum sendt som E-post<sup>32</sup> følgende verdi for 5,56 mm HK416, blyfri ammunisjon NM229: 0,57 m/s pr °C (K). Hensikten med å trekke inn dette aspektet, er å se hvordan en endring i  $v_0$  påvirker kulebanen, og at det for et gitt våpen og en gitt ammunisjon primært nettopp er *krutttemperaturen* som mest påvirker  $v_0$ . Basert på kildene, og med tanke på rapportens formål, er det tilstrekkelig nøyaktig å bruke følgende sammenheng:

$$\Delta v_0 = 0,75 \text{ m/s} \cdot \{\Delta t\} \quad (4.1)$$

der  $\{\Delta t\}$  betyr temperaturendringen i °C.

Et relativt stort, men ikke urealistisk temperaturfall i kruttet kan for eksempel være 40 °C. (Dette kan eksempelvis skyldes at våpenet og ammunisjonen har ligget ute i kulden en stund). I følge (4.1) vil dette da medføre at utgangshastigheten avtar med 30 m/s.

Utgangstemperaturen for simuleringene har vært 15 °C, som regnes for standard [51]. I denne sammenheng er det også benyttet standard lufttetthet ved havnivå, nemlig 1,225 kg/m<sup>3</sup> (*Ibid*). Prosjektilbanene med  $v_0 = 850$  m/s, og  $v_0 = 820$  m/s er vist nedenfor.



**Figur 4.3** Forskjell i kulebaner med samme oppsats, men forskjellig  $v_0$ . Våpenet innskutt på 800 m med  $v_0 = 850$  m/s.

<sup>32</sup> Til en kadett som rapportens forfatter var veileder for i fjor høst, i forbindelse med en bacheloroppgave.

**Tabell 4.4** 7,62 mm skarpskyttergevær. Våpenet er innskutt med utgangshastighet 850 m/s som gir treff på de angitte avstander. Tabellen angir bom i høyde ved at det i stedet (uvitende) skytes med utgangshastighet 820 m/s.

Avstand (m)	300	500	800	1000	1200
Bom, $\Delta y$ (m)	-0,06	-0,18	-0,61	-1,16	-2,01

En konklusjon som kan trekkes av dette er at siktejustering basert på feil  $v_0$  kan ha en viss betydning, særlig på lengre hold, avhengig av hvilket oppdrag våpenet brukes på. Det er imidlertid andre faktorer som har en mye større betydning, slik vi skal se i bl.a. neste avsnitt.

#### 4.4.4 Bom på grunn av feil estimering av avstand

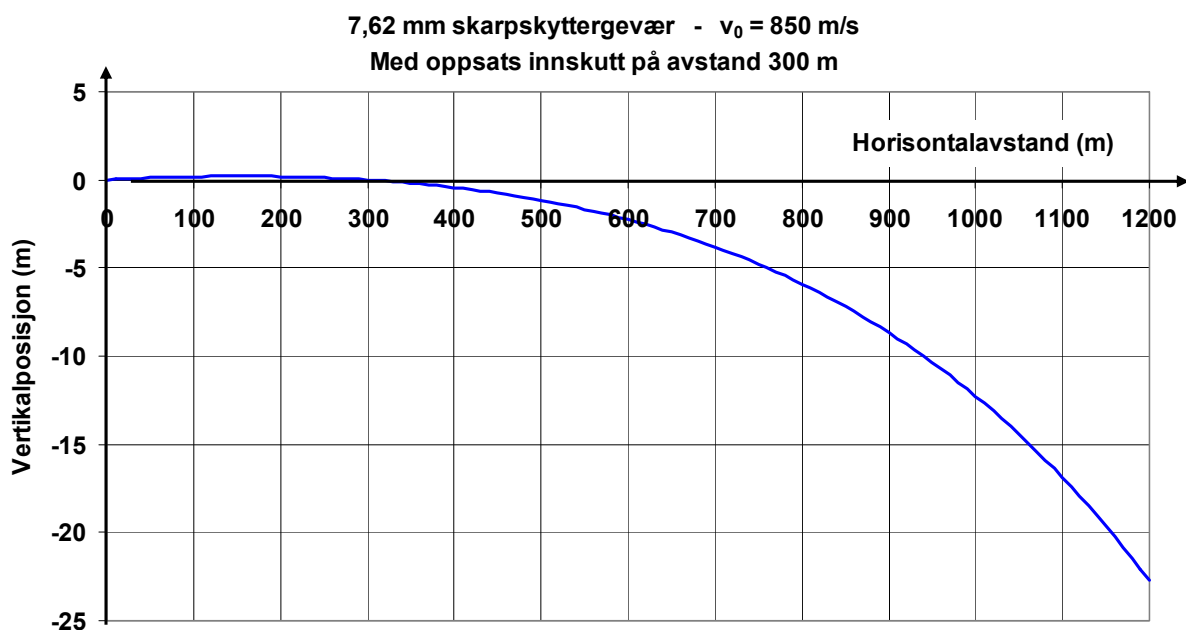
Det er vanskelig med det blotte øyet å bedømme riktig avstand. I [4] side VIII-3 er det gitt en grei beskrivelse av hvilke faktorer som påvirker avstandsbedømmelsen, og gode tips til å ta hensyn til disse. Det finnes ulike hjelpemidler for å finne avstanden til målet. En nøyaktig metode er å bruke Laser avstandsmåler. Det kan være mange grunner til at en skarpskytter ikke bruker en slik i en gitt situasjon. En grunn kan være at fienden bruker laserdeteksjonsutstyr, en annen at oppdraget kommer så brått at en ikke har rukket å planlegge med/bruke Laser. Dersom en ut fra kart kjenner/kan finne egen posisjon og målets koordinater med høyde, (og situasjonen ellers tillater det), kan en både lese av horisontalavstanden til målet og høydeforskjellen mellom skytestilling og mål. Ved enkel trigonometri (og en lommeregner) kan da både skråavstanden og siktevinkelen (her det samme som terrengvinkelen) beregnes. Høydevinkelen kan alternativt finnes ved bruk av teodolitt. Dersom skytteren ikke får benyttet noen slike hjelpemidler, må vedkommende i stedet *anslå* både skråavstand og siktevinkel. Det henvises her til [35] for en grei gjennomgang av metoder og momenter som er viktige for en god skarpskyttertjeneste.

Tabellene og diagrammene nedenfor illustrerer noe av betydningen avstandsbedømming kan ha å si for å kunne plassere prosjektilet i riktig høyde i forhold til målet.

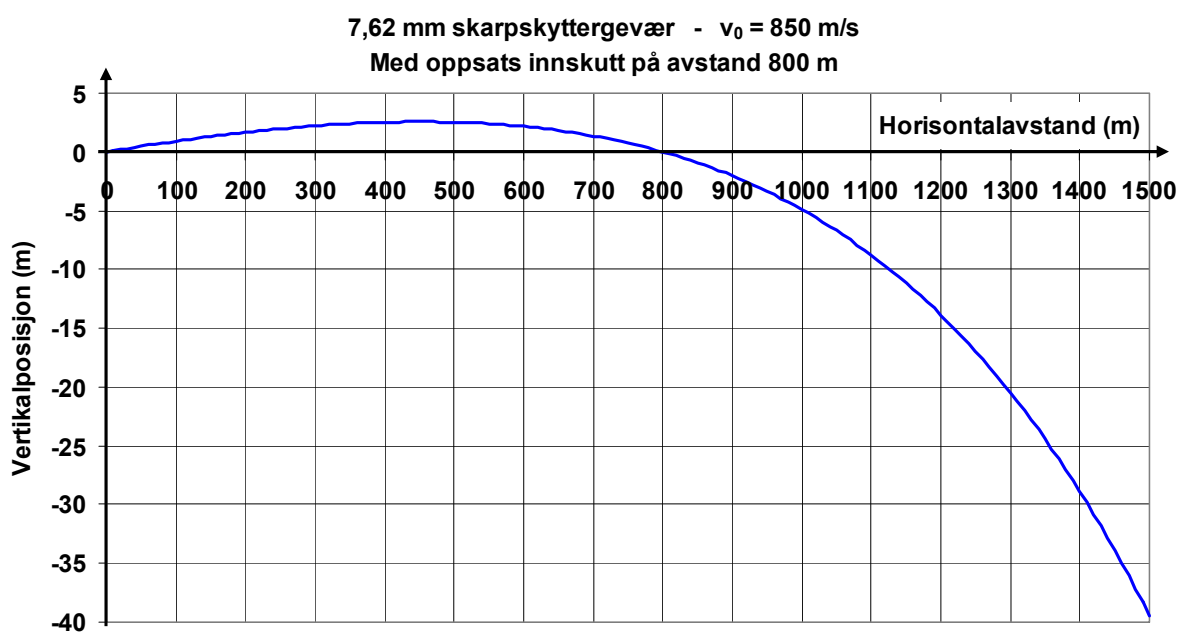
**Tabell 4.5** 7,62 mm skarpskyttergevær. Utgangshastighet 850 m/s. Tabellen viser hvor stor bom i høyde det kan bli ved at det skytes på et annet hold enn det siktet er innstilt på. I første del av tabellen benyttes oppsats basert på innskytingsavstand 300 m, og i nedre del en oppsats som er riktig på 800 m (begge markert med grønn farge).

Avstand (m)	300	500	800	1000	1200
Bom, $\Delta y$ (m)	0	-1,16	-5,90	-12,28	-22,75

Avstand (m)	300	500	800	1000	1200
Bom, $\Delta y$ (m)	2,21	2,52	0	-4,90	-13,89



**Figur 4.4** Dersom det siktes og skytes på vesentlig lengre hold enn de 300 m oppsatsvinkelen (siktet) er basert på, faller kula langt under/i bakken langt foran målet.



**Figur 4.5** Kulebanen med oppsats som gir treff på en horisontal avstand på 800 m. Allerede på 200 m lengre hold er banen nesten 5 m lavere.

Sammenlikner vi de to diagrammene ovenfor ser vi at banen faller brattere etter innskutt avstand dess lengre denne er. Er innskytningsavstand og skuddhold 800 m, faller banen ca 5 m allerede på de neste 200 m. Med innskytningsavstand og skuddhold 300 m er det først etter  $2\frac{1}{2}$  ganger denne (ca 450 m lengre avstand) at prosjektilet har fått et dropp på ca 5 m.

Økende skuddhold stiller altså større krav til riktig avstandsinstilling og oppsats. Sistnevnte må økes betydelig mer enn proporsjonalt med avstanden. I de to tilfellene vist ovenfor er

oppsatsene henholdsvis 0,143 grader (2,54 streker) og 0,565 grader (10,05 streker), dvs. ca en 4dobling når avstanden økes med en faktor 2,7 fra 300 m til 800 m.

Det ovenstående viser at *skarpskyting* og muligheten for å treffe på første skudd er særdeles avhengig av at en kjenner riktig avstand til målet. Om en i stridssituasjonen ikke har anledning til å finne avstanden til målet nøyaktig nok, må en naturligvis være innstilt på raskt å korrigere ilden for neste skudd. Evnen til å bedømme avstand ved ”synsing” avhenger naturligvis av en rekke faktorer. I vedlegg F1 side 121 er det vist en tabell og en figur som illustrerer den ”dramatiske” økningen i bom i høyde ved en  $\pm 20\%$  feil i bedømmelse av avstanden.

#### 4.4.5 Bom på grunn av feil estimering av terrengvinkel

Uten hjelpemidler kan det være vanskelig å finne riktig terrengvinkel. Vanligvis er ikke terrenget så bratt som det ser ut til. Det er en tendens til å overestimere helningsvinkelen. (Jf. Pejza (1991), [36] side 108). I noen tilfeller kan skråavstanden til målet være kjent, for eksempel ved hjelp av Laser avstandsmåler, men ikke terrengvinkelen. I vedlegg F1 side 122 er det vist en tabell og en grafisk fremstilling av hvor stor bom i høyde en kan vente ved en  $\pm 10^\circ$  feil estimering av helningsvinkelen når det gjelder 7,62 mm skarpskyttergevær med utgangshastighet 850 m/s ved skråavstander 500 m og 1000 m. Resultatet av denne simuleringen viser at på 500 m hold er det først ved terrengvinkel  $\pm 50^\circ$  at bom i høyde forventes å være såpass mye som ca  $\frac{1}{2}$  m. Med økende skråavstand stiger graden av bom kraftig. På den dobbelt så store skyteavstanden (1000 m) er feilen økt til ca det 6dobbelte ved samme terrenghelling. Tabellen viser at dette grovt sett gjelder ved *alle* de angitte vinklene.

Dersom en *overvurderer* brattheten, skytes det forståelig nok for *lavt*. Tilsvarende skytes det for *høyt* hvis terrenget heller *mindre* enn man trodde. Det er marginale forskjeller i bom når det gjelder utforbakke og oppoverbakke. Det blir ørlite mer bom i førstnevnte tilfelle. På 1000 m skråavstand og ved for eksempel terrenghelning  $\pm 50^\circ$ , skytes det 3,34 m for lavt i utforbakke og 3,23 m for lavt i oppforbakke dersom skytteren trodde det var  $10^\circ$  brattere. De tilsvarende tallene ved en 10 graders underestimering av steilheten er henholdsvis 2,86 m og 2,80 m for høyt, når terrenget er  $\pm 50$  grader bratt og avstanden er 1000 m.

Sammenligner vi simuleringresultatene for bom i høyde på grunn av usikkerhet i avstandsbedømmelse med tilsvarende når det gjelder terrenghelning, kan en med noe forbehold si at førstnevnte slår sterkere ut enn sistnevnte. Konklusjonen baserer seg på at en ”gjennomsnittskarpskytter” uten andre hjelpemidler enn egen dømmekraft formodentlig greier å anslå avstanden innenfor  $\pm 20\%$  og terrenghelning innenfor  $\pm 10^\circ$  usikkerhet. En usikkerhet på  $\pm 10^\circ$  i vurdering av helningsvinkel når terrenget er horisontalt eller nesten horisontalt, er nok overdrevet. (Det er for eksempel lite sannsynlig at en ved  $\alpha = \pm 5^\circ$  vil anslå en helning på  $\alpha = \mp 5^\circ$  (altså like mye motsatt vei). Det er for lettere å kunne sammenligne verdier at det er valgt en slik enkel ”mal” for spredning i vurdering av terrengvinkel.

## 4.5 12,7 mm Multi Purpose (MP)

### 4.5.1 Innledning

Som nevnt i forordet og i innledningskapitlet, er noe av hensikten med denne rapporten å finne ut i hvilken grad *Rifleman's Rule* (RR) egner seg som grunnlag for siktekorreksjon i bratt terreng. Til dette var det viktig å ta utgangspunkt i reelle skytetabeller. Når det gjelder 12,7 mm MP, var det derfor svært prisverdig at NAMMO oversendte og ga meg tillatelse til å bruke deres skytetabeller fra testskyting på Hjerkin i 2004 [5] i min rapport. Utsnitt av disse er vist i vedlegg E. For å teste brukbarheten av RR ble det nødvendig enten å skaffe et simuleringsverktøy til prosjektilbaneberegninger, eller å utvikle et slikt selv. Det siste ble vurdert mest hensiktsmessig. Dette er beskrevet i avsnitt 4.2 og i vedlegg C.

I tråd med denne rapportens hovedanliggende, nemlig å prøve å forklare hva som bidrar til prosjektilbanens form, ble det et poeng å se hvordan selve *banekrumningen* endrer seg med endring i terrengvinkel. Det viste seg da at simuleringer med 12,7 mm MP foretatt med programmet som ble utviklet i forbindelse med denne rapporten, avvok noe fra skytetabellene til NAMMO. Som nevnt i forordet, ble det da et behov for å sjekke disse avvikene med hva FFI ville komme frem til med tilsvarende simuleringer. Dette ble gjort, [43], og resultatet er vist i avsnitt 4.5.4.

De nærmeste 2 underavsnittene viser resultater av simuleringer som beregner bom i høyde dersom en velger å sløyfe siktejustering i skrånende terreng, eller bruker *Rifleman's Rule* som grunnlag for siktekorreksjon.

### 4.5.2 Simuleringer for å teste Rifleman's Rule

Tabell 4.6 nedenfor er tilsvarende som tabell 4.3 for 7,62 mm skarpskyttergevær, der de samme symbolene er forklart. Utgangshastighetene som er benyttet i simuleringene for 7,62 mm og 12,7 mm, er praktisk talt de samme, henholdsvis 850 m/s og 853 m/s. Det som skiller de to prosjektilene, er først og fremst at sistnevnte er tyngre. Massene er henholdsvis 9,45 g og 43 g. Dette har naturligvis mye å si for deres evne til å opprettholde farten i banen og derved rekkevidden<sup>33</sup>. Massen har ingen *direkte* betydning for prosjektillets fallbevegelse, kun *indirekte* ved å påvirke hastighet og flygetid i luft, slik det er nevnt tidligere.

Tabell 4.6 og diagram figur 4.6 viser bl.a. følgende:

- Uten noen form for siktekorreksjon:
  - På kortere hold (her 500 m) er bom i høyde relativt liten når terrenget ikke er brattere enn ca 25°. Dersom terrenget heller eksempelvis ±50°, skytes det mer enn 1 m for høyt.
  - På de lengre holdene øker bomstørrelsen  $\Delta y$  i stigende grad med skyteavstanden og er på 1000 m hold betydelig også ved ±25°. Ved eksempelvis ±50° skytes det mer enn 5½ m for høyt uten siktekorreksjon på denne avstanden.
  - Størrelsen på overskytingen uten korreksjon,  $\Delta y_{\text{ukorr}}$ , er omtrent like stor på samme skråavstand i like bratt oppoverbakke som nedoverbakke. Den er litt større i

<sup>33</sup> Forenklet kan en si at når to prosjektiler har samme form (og sammensetning) og utgangshastighet, er rekkevidden tilnærmet proporsjonal med kaliberet. Det skyldes at luftmotstanden øker *proporsjonalt* med tverrsnittarealet og derved med *kvadratet* av kaliberet (jfr likningene 2.1 og 2.2), mens retardasjonen er *omvendt proporsjonal* med prosjektilenes masser (jfr Newtons 2. lov), dvs. med *kaliberet i 3. potens*.

nedoverbakke (unntatt på 1500 m skråavstand og ved  $\pm 25^\circ$  på 2000 m avstand<sup>34</sup>). Ved *overskyting* blir det litt *lengre bane i oppoverbakke* enn i nedoverbakke ved samme terrengbratthet og skråavstand til målet. Dette medfører rimeligvis lengre flygetid i oppoverbakke og derav større fall og en mindre overskyting  $\Delta y$ . (Simuleringer viser også at flygetiden i oppoverbakke for ukorrigert bane fram til målets horisontalposisjon jevnt over er større enn i nedoverbakke, når det ikke korrigeres for terrengvinkel).

- Med siktekorreksjon basert på Rifleman' Rule (RR):
  - Ut til ca 500 m fungerer RR relativt bra.
  - På de lengre holdene fungerer RR dårligere, og i "akselererende" grad med økende avstand og terrenghelning, også for dette våpenet. RR medfører en "overdrivelse" av siktekorreksjonen, slik at det skytes alt for lavt.
  - Kulebanen går *under* målet, slik at veien fram til målets horisontalkoordinat blir lengre i *utforbakke* enn i oppoverbakke (dvs. motsatt av ukorrigerte tilfeller). For øvrig gjelde tilsvarende som er kommentert for de ukorrigert banene.
- Med korrekt oppsats gjelder, i likhet med kaliber 7,62 mm, at avtagende lufttetthet med høyden gir en ørlite grann flatere bane (lavere oppsatsvinkel og  $h_{maks}$ ) i bratt *oppoverbakke* sammenliknet med like bratt nedoverbakke på de *lengste* avstandene (1500 m og 2000 m). Dette fremgår også av figurene 4.8 og 4.9 nedenfor.

**Tabell 4.6** 12,7 mm MP. Utgangshastighet 853 m/s. Lufttetthet ved start: 1,225 kg/m<sup>3</sup>.

**R = 500 m**

$\alpha$	$\theta$	t	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$h_{maks}$	$R_{topp}$	$\Delta y_{ukorr}$	x	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkorr}$
-50	0,1480	0,672	649,42	-50,1797	0,328	0,355	261,25	<b>1,146</b>	321,39	0,13922	<b>-0,120</b>
-25	0,2099	0,672	648,90	-25,2531	0,463	0,502	261,27	<b>0,218</b>	453,15	0,20676	<b>-0,031</b>
<b>0</b>	<b>0,2324</b>	0,673	648,27	-0,2793	0,512	0,555	261,30	<b>0,000</b>	500	0,23257	<b>0,000</b>
25	0,2115	0,673	647,56	24,7468	0,465	0,504	261,40	<b>0,201</b>	453,15	0,20676	<b>-0,047</b>
50	0,1508	0,674	647,00	49,8207	0,330	0,358	261,48	<b>1,110</b>	321,39	0,13922	<b>-0,159</b>

**1000 m**

$\alpha$	$\theta$	t	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$h_{maks}$	$R_{topp}$	$\Delta y_{ukorr}$	x	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkorr}$
-50	0,3702	1,572	476,42	-50,5455	0,916	1,950	547,78	<b>5,642</b>	642,79	0,31697	<b>-1,452</b>
-25	0,5231	1,572	477,21	-25,7692	1,292	2,753	547,98	<b>1,061</b>	906,31	0,50163	<b>-0,415</b>
<b>0</b>	<b>0,5781</b>	1,572	478,02	-0,8498	1,428	3,043	548,20	<b>0,000</b>	1000	<b>0,57812</b>	<b>0,000</b>
25	0,5247	1,573	478,67	24,2286	1,296	2,763	548,34	<b>1,025</b>	906,31	0,50163	<b>-0,445</b>
50	0,3730	1,574	479,06	49,4524	0,921	1,963	548,55	<b>5,571</b>	642,79	0,31697	<b>-1,516</b>

**1500 m**

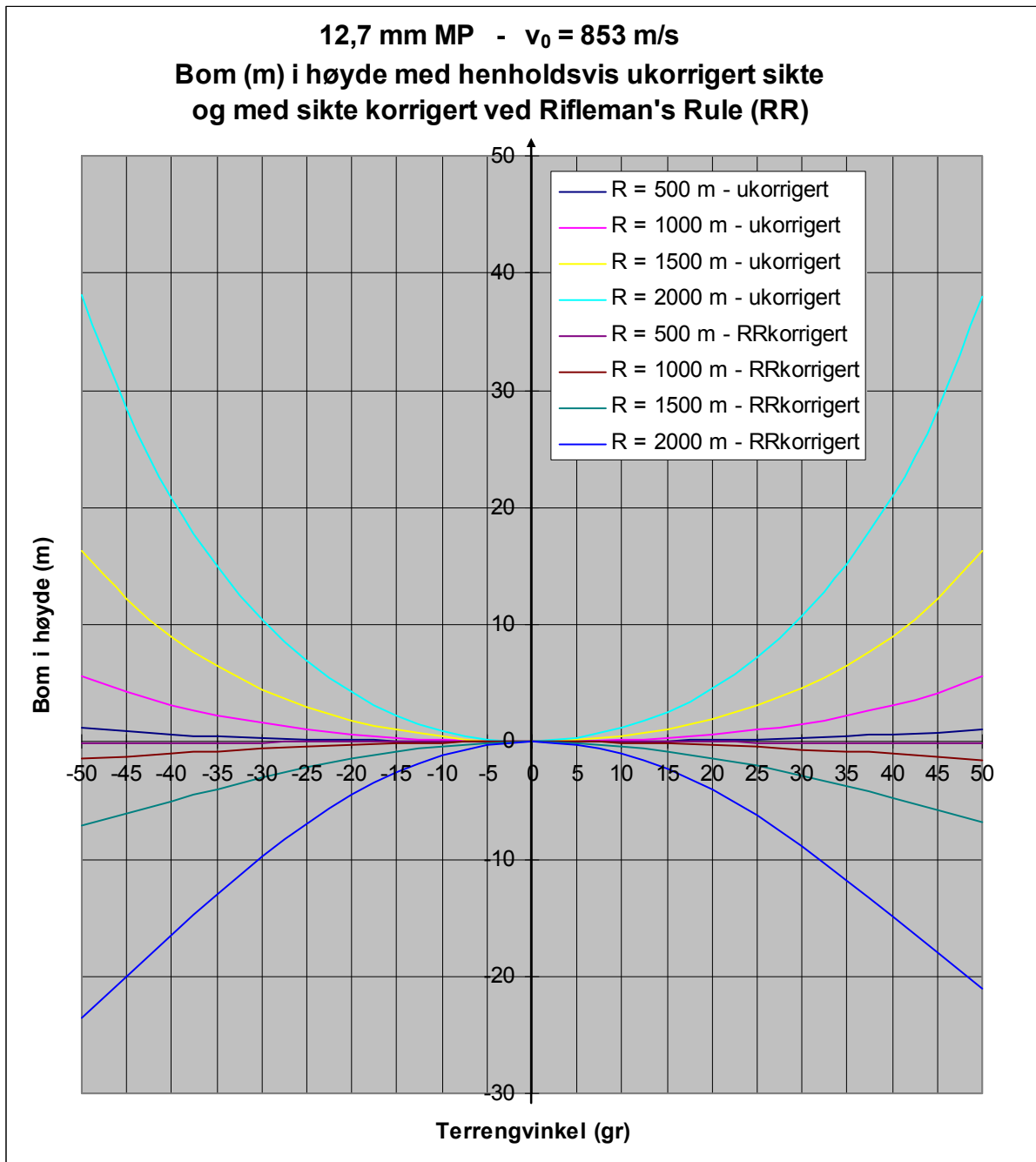
$\alpha$	$\theta$	t	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$h_{maks}$	$R_{topp}$	$\Delta y_{ukorr}$	x	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkorr}$
-50	0,7216	2,819	341,82	-51,3167	2,038	6,317	862,90	<b>16,269</b>	964,18	0,54811	<b>-7,183</b>
-25	1,0162	2,815	343,29	-26,8541	2,870	8,896	862,89	<b>2,994</b>	1359,46	0,94026	<b>-2,212</b>
<b>0</b>	<b>1,1193</b>	2,810	344,94	-2,0446	3,164	9,803	863,20	<b>0,000</b>	1500	1,11928	<b>0,000</b>
25	1,0129	2,806	346,34	23,1458	2,867	8,879	863,56	<b>3,053</b>	1359,46	0,94026	<b>-2,085</b>
50	0,7181	2,804	347,28	48,6837	2,034	6,297	863,93	<b>16,276</b>	964,18	0,54811	<b>-6,818</b>

**2000 m**

$\alpha$	$\theta$	t	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$h_{maks}$	$R_{topp}$	$\Delta y_{ukorr}$	x	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkorr}$
-50	1,2731	4,403	295,95	-52,5392	3,812	16,222	1188,38	<b>38,156</b>	1285,58	0,85550	<b>-23,548</b>
-25	1,7891	4,400	294,91	-28,6081	5,397	22,840	1190,16	<b>6,933</b>	1812,62	1,61108	<b>-6,978</b>
<b>0</b>	<b>1,9666</b>	4,397	293,22	-4,0253	5,992	25,179	1192,70	<b>0,000</b>	2000	1,96663	<b>0,000</b>
25	1,7765	4,395	291,04	21,3054	5,471	22,817	1195,45	<b>7,224</b>	1812,62	1,61108	<b>-6,270</b>
50	1,2576	4,396	288,86	47,3492	3,908	16,193	1197,76	<b>37,996</b>	1285,58	0,85550	<b>-21,087</b>

<sup>34</sup> Avvikene fra "hovedmønsteret", både når det gjelder ukorrigert skyting og siktekorreksjon basert på Rifleman's Rule, skyldes "samspillet" mellom fluktvei/flygetid, lufttetthetens variasjon med høyden og tyngdens komponenter parallelt med/vinkelrett på fartsretningen, slik det er diskutert flere steder i foreliggende rapport.

En mer fullstendig tabell er vist i vedlegg F2 (Tabell F2.1).

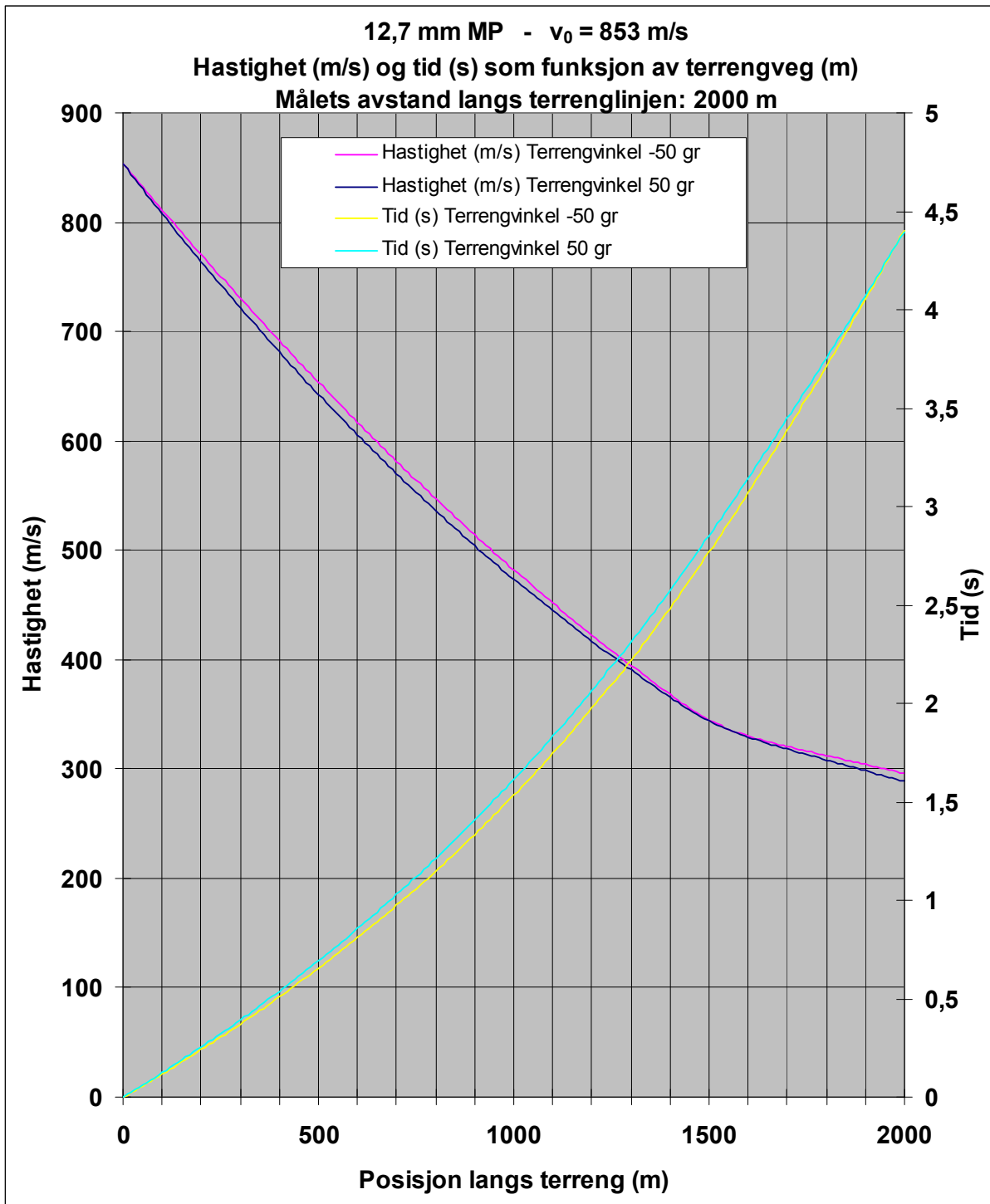


**Figur 4.6** *Skyting uten å korrigere siktet ut fra terrengvinkel medfører at en i økende grad skyter for høyt med økende avstand og terrenghelling (de fire kurvene over 1.aksen), mens siktekorreksjon basert på Rifleman's Rule medfører at det skytes for lavt (de fire kurvene under 1.aksen).*

Tilsvarende som for 7,62 mm skarpskyttergevær blir konklusjonen også her at *Rifleman's Rule* ikke er egnet som grunnlag for siktekorreksjon.

Ved svært bratte terrengvinkler kan komponenten av  $\Delta y$  inkelrett på terrenget ( $\Delta y \cdot \cos\alpha$ ) gi et bedre bilde av hvor langt unna målet prosjektilet passerer dette. Det vil gi lavere bomverdier og kurver som ikke stiger så bratt i diagrammene. (Jf kommentaren nederst på side 63).





**Figur 4.7** Diagrammet viser at i størstedelen av flukten i nedoverbakke målt langs terrenget, bruker prosjektilet ørlite grann kortere tid (den gule streken er litt lavere enn den grønne), og beholder hastigheten litt bedre enn tilsvarende i oppoverbakke (den rosa streken er litt høyere enn den blå). Ved ankomst til 2000 m har prosjektilet i oppoverbakke brukt litt kortere tid, fordi det har litt flatere bane og derved litt kortere vei. (Jf. tabell 4.6 med hensyn til oppsats og banehøyde. Se også kommentaren til figur F2.1 side 125).

Noe av det som er nevnt i figurteksten kan forklares ved de to tidligere nevnte motsatte effekter, nemlig tyngdens komponent med/mot fartsretningen og det at lufttettheten avtar med

økende terreng høyde. Av tabell 4.6 ser vi at *terminalhastighetene* på 2000 m avstand og ved  $\pm 50^\circ$  terrenghelling er henholdsvis ca 289 m/s og 296 m/s. I sammenheng med dette kan en også legge merke til at *flygetiden* i dette eksemplet er litt lengre (riktignok marginal forskjell) for banen i nedoverbakke enn den i oppoverbakke. Dette kan forklares ved at banen til førstnevnte er litt høyere over terrenget, slik at veien frem til målet blir litt lengre. (Jf. nedre del av tabell 4.6 side 70). Det samme fremgår av figur F2.1 i vedlegg F2, der hastighet og *posisjon* langs terrenget er gitt som funksjon av *tid*.

Legg også merke til den lille knekken i hastighetskurvene (rosa og blå nedadgående kurver) omkring lydfarten i luft (ca 340 m/s) i fig. 4.7 og figur F2.1 i vedlegg F2 side 125. Dette skyldes den kraftige endringen i luftmotstandskoeffisienten i dette hastighetsområdet. (Jf.  $C_D$ -diagrammet i vedlegg D2)

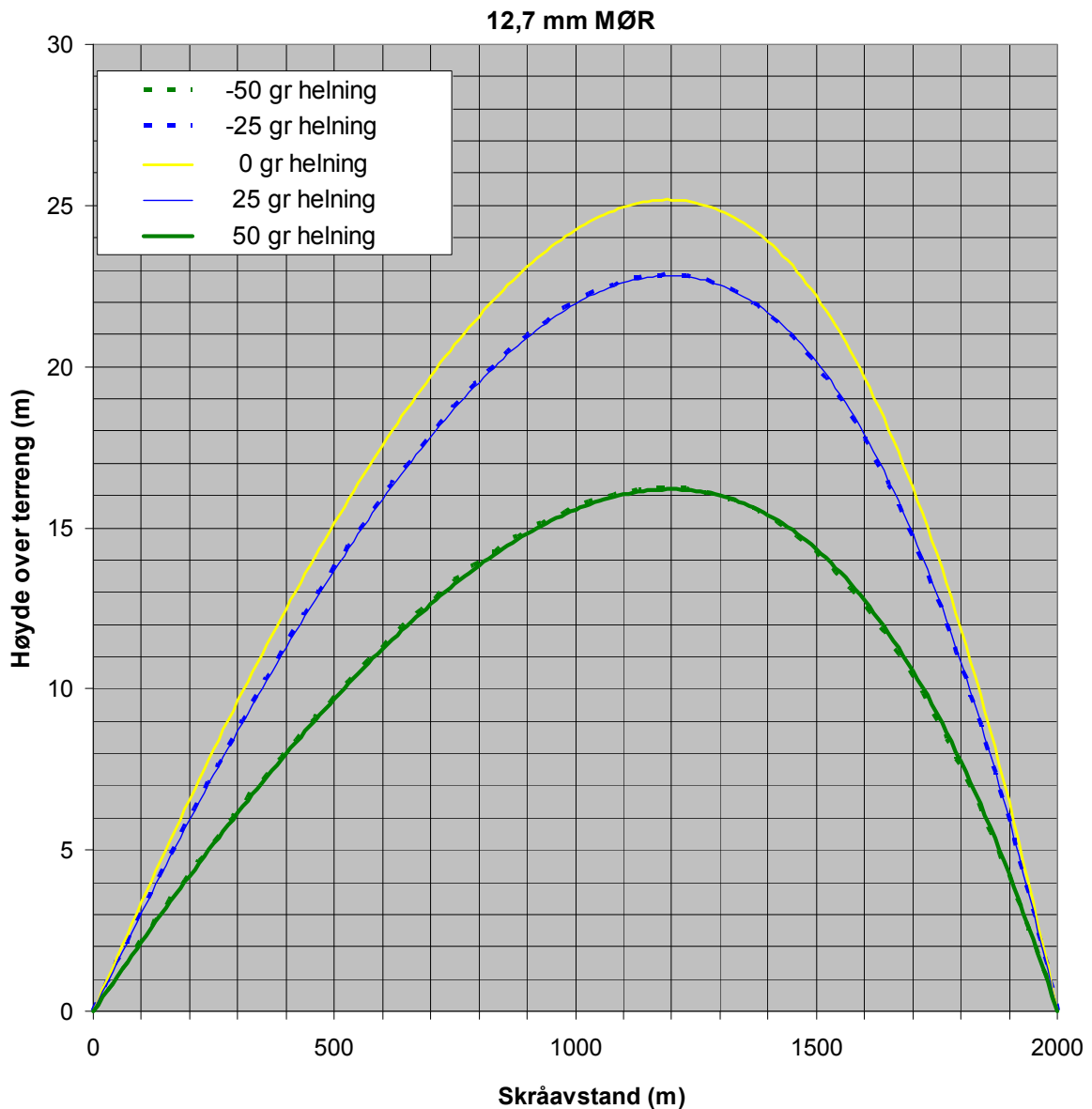
Figur 4.8 på neste side viser prosjektilbaner der bane høyde over terrenglinjen (målt vinkelrett på denne) er fremstilt som funksjon av posisjon langs terrenglinjen, for skyting på 2000 m avstand og med terrengvinkler på  $0^\circ$ ,  $\pm 25^\circ$  og  $\pm 50^\circ$ . Ved simuleringene her er det for sammenlikningens skyld benyttet samme utgangsnivå for alle skytingene. Lufttettheten ved start ble satt til  $1,225 \text{ kg/m}^3$ , selv om dette er normaltettheten ved havnivå. Det er naturligvis ikke realistisk å kunne skyte 2000 m i  $50^\circ$  nedoverbakke dersom en befinner seg på havnivå. Det kan allikevel forsvares å benytte nevnte verdi for utgangspunktets lufttetthet, ved å si at denne gjelder ved høytrykk og lav lufttemperatur. Dersom *målet* ikke skal ligge lavere enn havnivå ved nevnte skyting, må *utgangspunktets* nivå være på minst 1532 m.o.h. (2000 m multiplisert med sinus til  $50^\circ$ ). Enkle overslagsberegninger basert på termodynamiske lover for sammenhengen mellom gasstemperatur og trykk (jf vedlegg D3), viser at det ikke er utenkelig at det under en kald dag med høytrykk kan være en lufttetthet på  $1,225 \text{ kg/m}^3$  også i en høyde på 1500 m.o.h.

Simuleringene som er presentert i neste avsnitt, er gjort også for avstander helt ut til 4000 m. Her er bratteste nedoverbakke satt til  $-10^\circ$ . Målet vil da ikke ligge mer enn 695 lavere enn utgangsnivået ( $4000 \text{ m} \cdot \sin 10^\circ = 695 \text{ m}$ ). Det er derfor mindre problematisk å benytte ICAO-”standardbetingelsene”, bl.a. med tetthet  $1,225 \text{ kg/m}^3$  for utgangsnivået.

I vedlegg F2 er det vist et tilsvarende diagram som figur 4.8 nedenfor, men der det også er inkludert skyting på 4000 m avstand og 50 grader helning nedover. (Se figur F2.2 side 130). For å gjøre disse verdiene litt mer realistiske er utgangsnivåene for skytingen i nedoverbakke satt til en høyde  $h = R_s \sin(-\alpha)$ , dvs. 1532 m.o.h ved skyting på 2000 m hold og 3064 m.o.h ved skyting på 4000 m hold. (En kan her nevne at Salangpasset i Afghanistan ligger på over 3300 m.o.h. (Jf. [53]. [54] oppgir 3878 m). Skytingen på horisontaltliggende mål og i oppoverbakke har fått et utgangsnivå på 0 m.o.h. Figur F2.2 viser at i *dette* tilfellet er oppsats, bane krumning og største bane høyde over terrenget på samme hold i oppoverbakke betydelig større enn i like bratt nedoverbakke, på grunn av den *høyere startlufttettheten* for førstnevnte. Annerledes er det i figur 4.8 nedenfor, der oppsatsene er praktisk talt helt like, fordi det der opereres med samme lufttetthet ved utgangsnivået.

Både 7,62 mm skarpskyttergevær og 12,7 mm MØR gir svært flate baner ved all aktuell bruk. Når en kun betrakter faktoren terrengvinkel, vil en da alltid skyte for høyt også i oppoverbakke, dersom en ikke korrigerer for denne. Dette er i god overensstemmelse med det en kan lese av figur 3.17 side 44 for prosjektilbevegelse i vakuum, når det gjelder oppsats mindre enn ca.  $15^\circ$ . Samme figur viser imidlertid at ved høyere oppsats (prosjektiler med lavere hastigheter) kan faktisk manglende siktekorreksjon i bratt oppoverbakke medføre at en i vakuum tvert i mot treffer for lavt. Det kan være interessant å se om dette også inntrer i ”det

virkelige liv” med luftmotstand. Dette vil bli undersøkt nærmere i neste hovedavsnitt (4.6), der 40 mm GUR simuleres. Denne har en  $v_0$  mindre enn tiendeparten av hva angrepsrifler har.

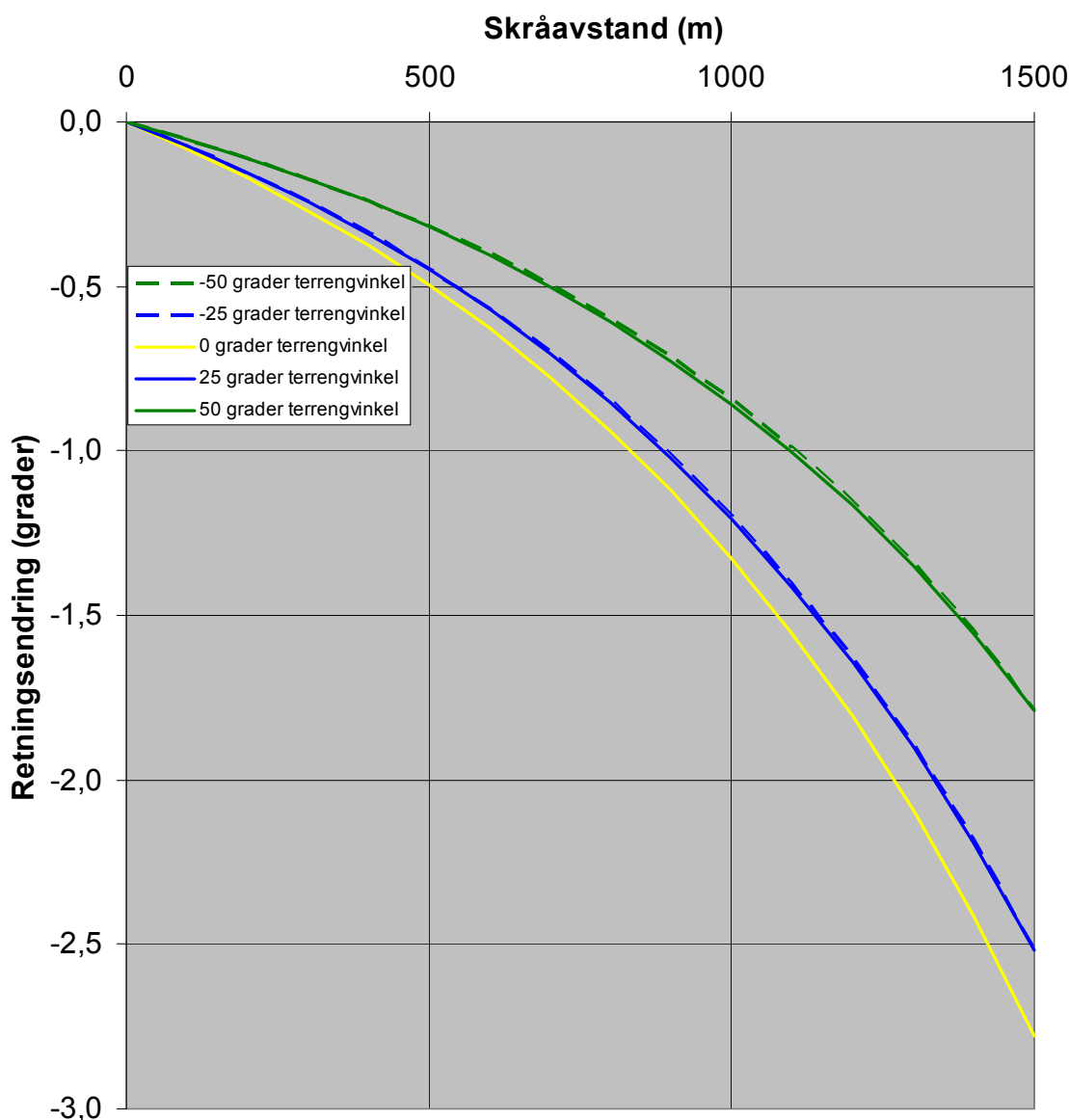


**Figur 4.8** Prosjektilbaner som viser banehøyde over terrenmlinjen (vinkelrett på denne) og som funksjon av avstand langs terrenmlinjen. Baner som representerer samme bratthet, er tegnet med samme farge. De som gjelder nedoverbakke (negativ helningsvinkel) er stiplet (tegnet med minustegn). Alle 5 banene er simulert med samme utgangshøyde (tetthet  $1,225 \text{ kg/m}^3$  ved utgangsnivået). Diagrammet viser at på denne skyteavstanden (2000 m) blir banene flatere desto brattere terrenget er oppover eller nedover.

### 4.5.3 Banekrumningen

Figur 4.9 viser endring i fartsretning som funksjon av avstand langs terrenglinjen for de 5 angitte terrengvinkler. Avstanden det skytes på er 1500 m og fra høyde 1150 m.o.h. (som gir nivå 0 m.o.h. for målet i 50 grader nedoverbakke). Lufttetthet ved start  $\rho = 1,0954 \text{ kg/m}^3$  (basert på ICAO-verdi).

Figuren viser at det er svært liten forskjell på krumningen som funksjon av terrengavstand for samme helning i nedoverbakke som i oppoverbakke. Den viser også at krumningen er mindre desto brattere terrenget er, i samsvar med foregående figur og tabell 4.6 foran.



**Figur 4.9** 12,7 mm MP. Endring av fartsretning langs terrenget. Startnivå 1150 m.o.h. med lufttetthet  $1,0954 \text{ kg/m}^3$ .

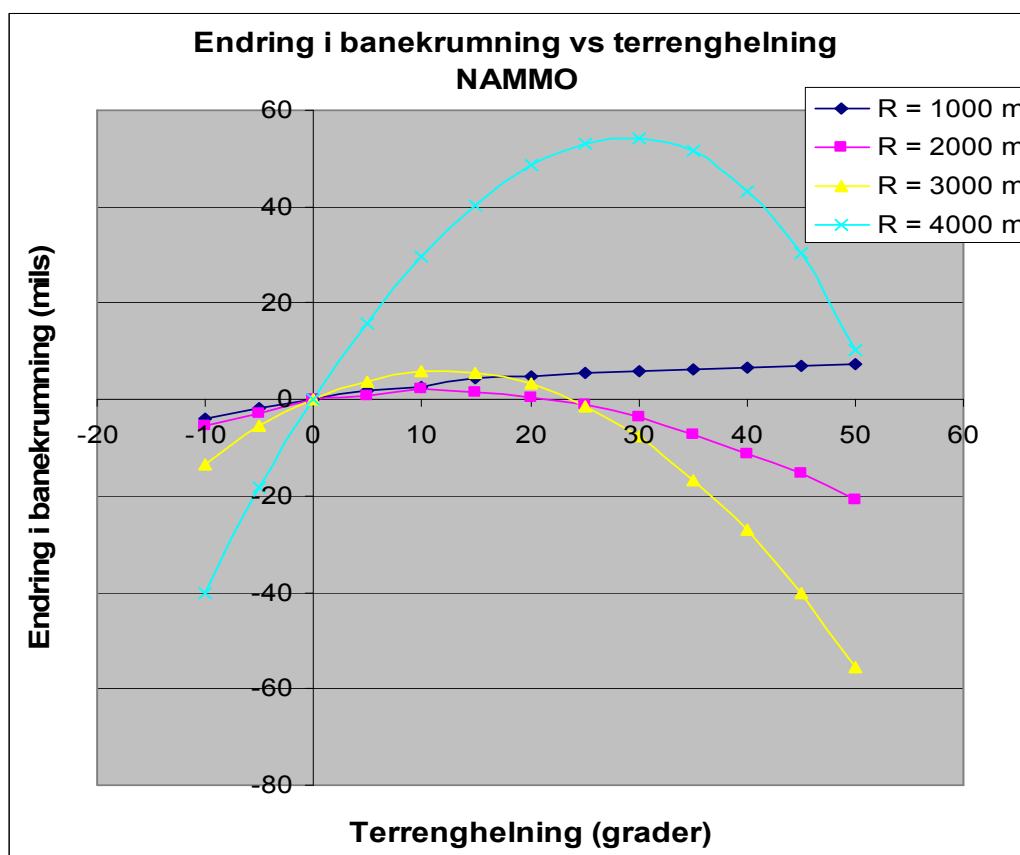
I vedlegg F2 er vist tilsvarende diagram (figurene F2.3, F2.4 og F2.5 henholdsvis) for rekkeviddene 1000 m, 2000 m og 4000 m og med terrengvinklene  $-10^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $25^\circ$  og  $50^\circ$ . En del forhold med hensyn til banekrumning er kommentert der i figurtekstene til de enkelte diagrammene.

#### 4.5.4 Sammenlikninger mellom ulike simuleringer

Skytetabellene fra FLO/Nammo ([5]), som det er vist utdrag fra i denne rapporten, er basert på et britisk utviklet simuleringstøytøy og målinger ved hjelp av radar på Hjerkinnskytefelt i 2004. (Dette skytefeltet er nå som kjent nedlagt). Et utsnitt av disse skytetabellene er vist i vedlegg E for ammunisjonen MP NM140F2 med utgangshastighet 853 m/s. I samme vedlegg vises en tabell der NAMMOs verdier er gitt sammen med verdier fra FFIs og fra HHs<sup>35</sup> simuleringer for skråavstandene 1000 m, 2000 m, 3000 m og 4000 m. (Jf. tabell F2.2 s. 126f).

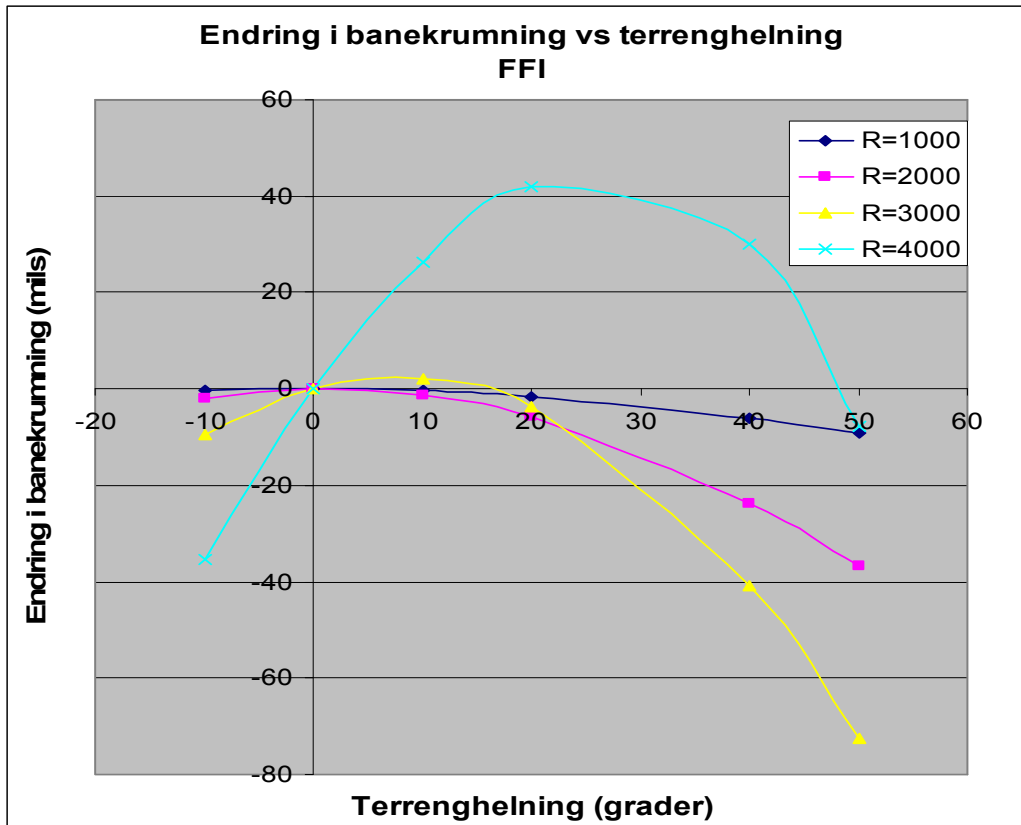
Som tabell F2.2 og diagrammene nedenfor viser, er det godt samsvar mellom NAMMOs, FFIs og HHs resultater for de *lengre* avstandene. På *kortere* hold (jf simuleringene på 500 m, 1000 m og 1500 m) er det imidlertid en uoverensstemmelse mellom NAMMOs verdier på den ene side og FFIs og HHs på den annen side, når det gjelder banekrumning. (Det er meget god overensstemmelse også på kortere hold mellom FFIs og HHs simuleringer). Som nevnt i forbindelse med betraktningene i avsnittene 2.2 og 4.3, er det å forvente at banens *krumning avtar* med *økende* terrengvinkel på *kortere* avstander der endringer i lufttetthet er liten og prosjektilets hastighet fortsatt er relativt høy. FFIs og HHs simuleringer bekrefter også dette, mens det i NAMMOs tabeller merkelig nok er motsatt.

Nedenfor presenteres resultatene av simuleringene fra de tre nevnte produsenter. Diagrammene viser hvor stor endringen i krumningen er, sammenlignet med krumningen ved skyting i horisontalt terreng. (Krumning angitt i mils).

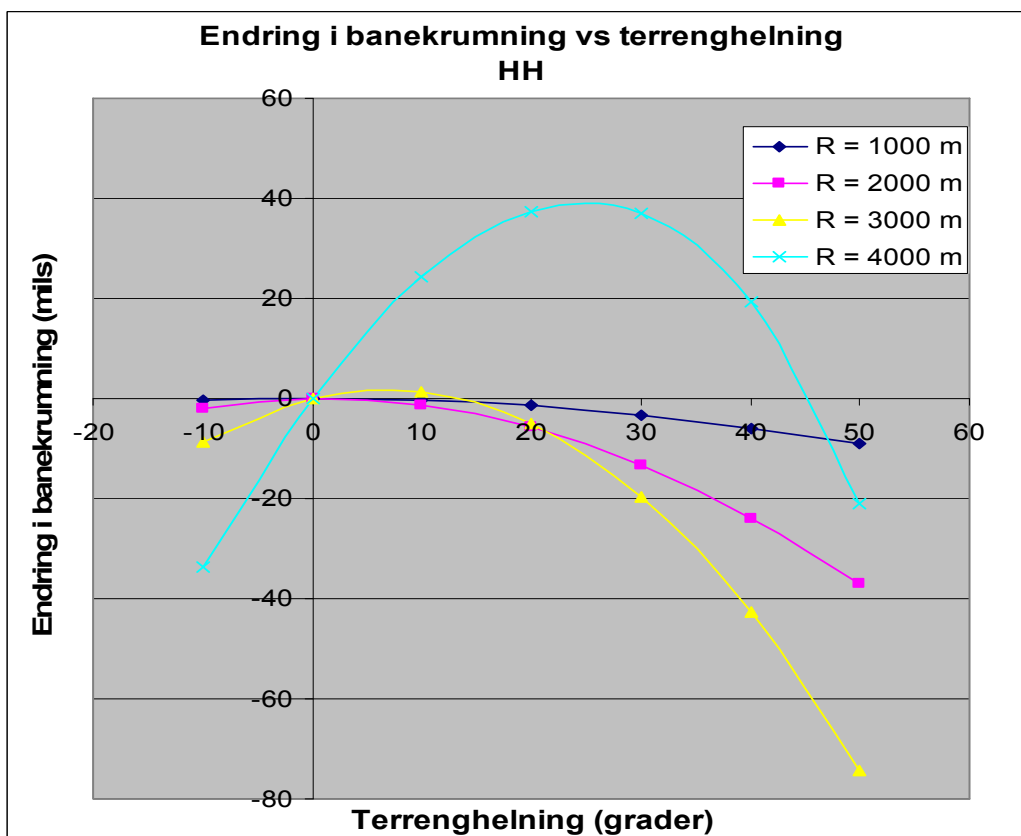


**Figur 4.10** 12,7 mm MP. Endring av banekrumning i forhold til krumningen ved horisontal skyting. Diagrammet baserer seg på NAMMOs skytetabeller.

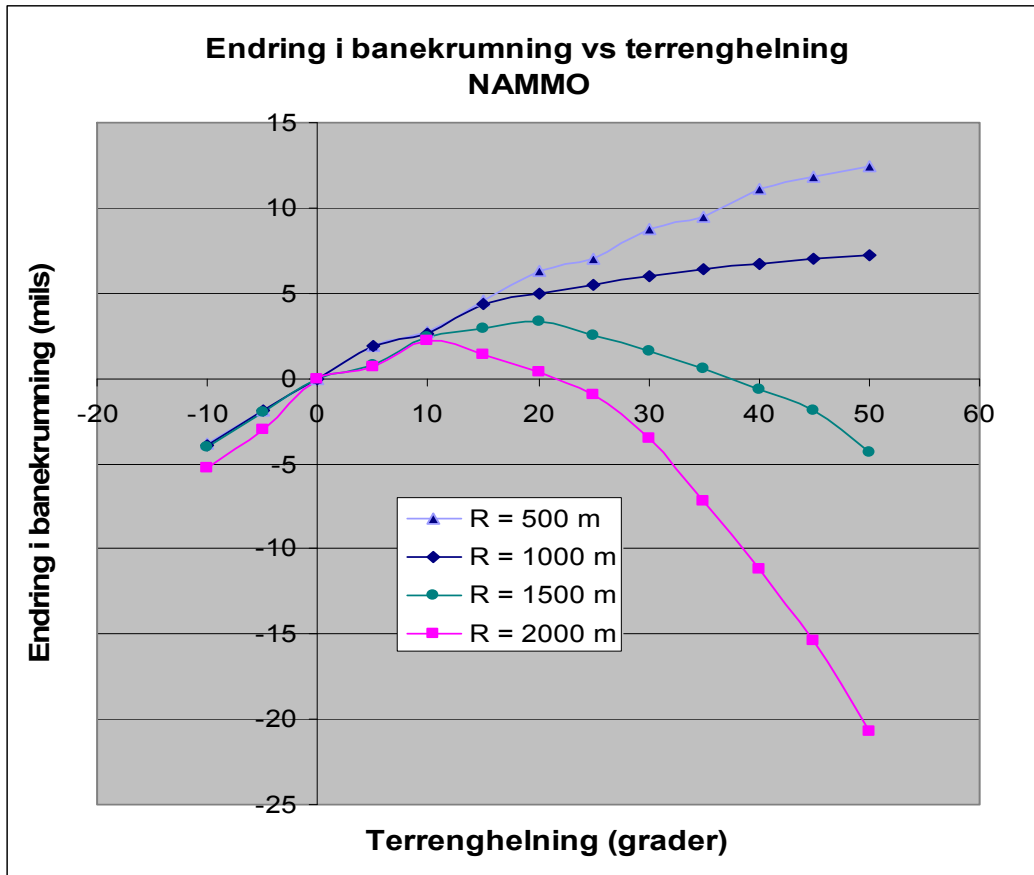
<sup>35</sup> HH er initialene til forfatteren av denne rapporten, og som for korthets skyld benyttes i tabellene.



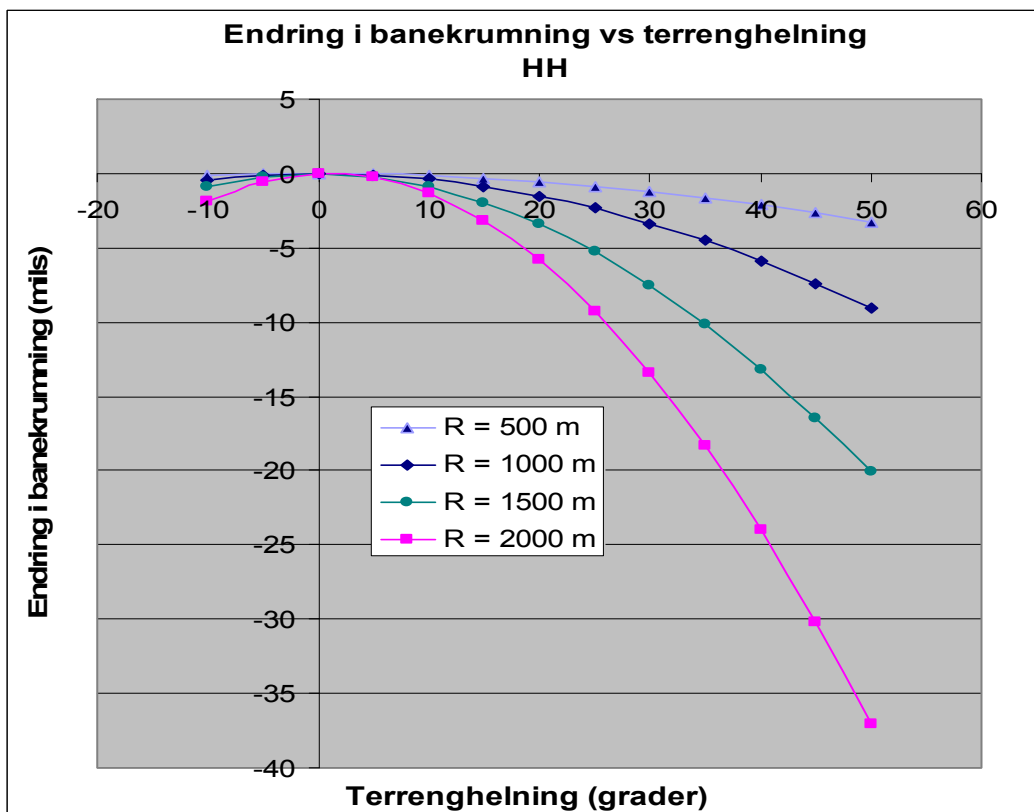
**Figur 4.11** 12,7 mm MP. Endring av banekrumning i forhold til krumningen ved horisontal skyting. Simuleringene er gjort av forsker Øyvind Grandum, FFI.



**Figur 4.12** 12,7 mm MP. Endring av banekrumning i forhold til krumningen ved horisontal skyting. Diagrammet er basert på HHs simuleringer.



**Figur 4.13** 12,7 mm MP. Endring av banekrumning i forhold til krumningen ved horisontal skyting. Diagrammet baserer seg på NAMMOs skytetabeller.



**Figur 4.14** 12,7 mm MP. Endring av banekrumning i forhold til krumningen ved horisontal skyting. HHs simuleringsresultater.

I figurene 4.13 og 4.14 ovenfor er også avstandene 500 m og 1500 m inkludert (i tillegg til 1000 m og 2000 m). Det fremgår tydelig at det er særlig på de 2 (3) korteste avstandene at det er et betydelig avvik i banekrumningen mellom de nevnte ”dataprodusentene”. Økningen i banekrumning med økende terrengvinkel ser ut til å være i fullstendig motstrid med grunnleggende faktorer som bestemmer krumningen, og som tidligere er forklart på flere måter i denne rapporten.

Avvikene i banekrumning mellom NAMMOs skytetabeller på den ene side og FFIs og HHs på den annen side for de *kortere* avstandene kan foreløpig ikke forklares<sup>36</sup>. Ut fra de grunnleggende faktorene som bestemmer prosjektilbanens krumning slik det er beskrevet tidligere i denne rapporten, kan det se ut som det er feil i de nevnte skytetabellene. Dette støttes av [43]. (Jf vedlegg K).

Ser vi nærmere på figur 4.13, er det også en liten, men merkelig ”dipp” ved skrårekkevidde 2000 m og terrengvinkel 5°, som vanskelig kan forklares. Denne ser ut til å skyldes en form for ”trykkfeil” i skytetabellen for denne verdien.

Tabell F2.2 i vedlegg F2 for skyteavstandene 1000 m, 2000 m, 3000 m og 4000 m viser at det for øvrig i hovedsak er relativt godt samsvar mellom simuleringer som er gjort i denne rapporten og NAMMOs skytetabeller.

---

<sup>36</sup> HH har sendt informasjon om dette til NAMMO. De har vurdert å bringe dette videre til det britiske firmaet som har utarbeidet deres skytetabeller.

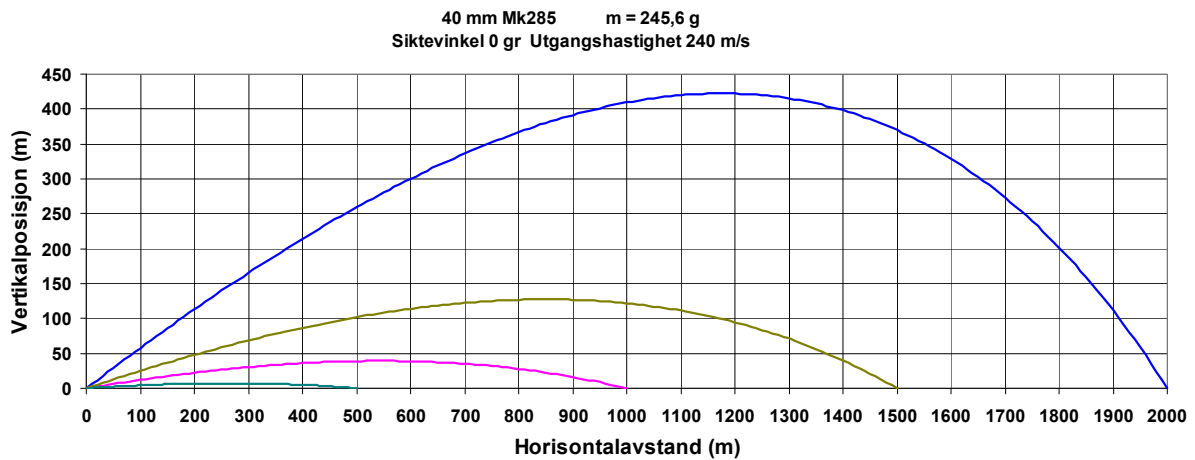


## 4.6 40 mm AGL

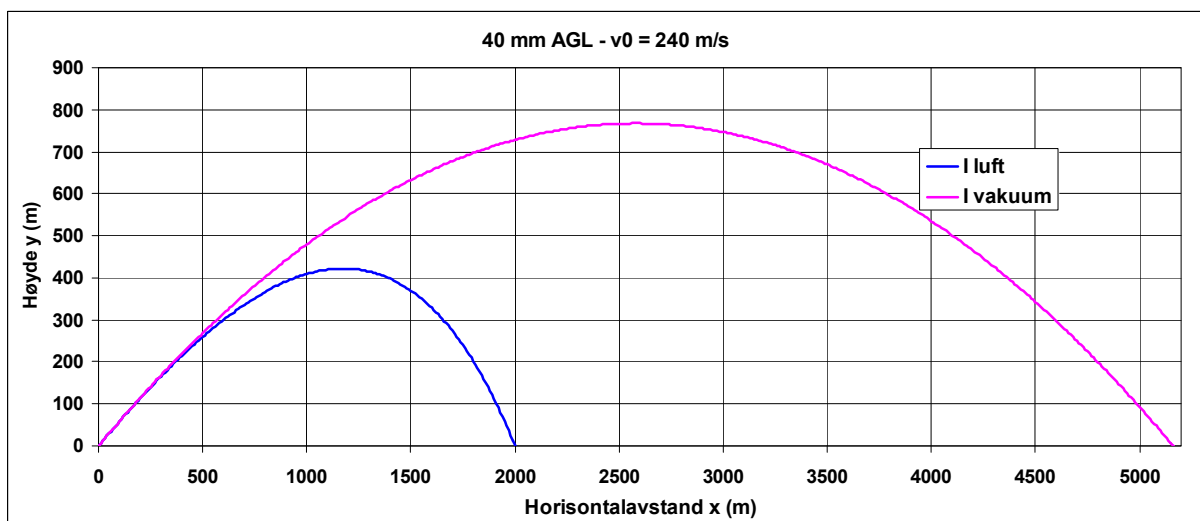
Våpensystemet 40 mm AGL (Automatic Grenade Launcher, på norsk automatisk granat-utskyter) har en utgangshastighet (ca 240 m/s) som er en god del lavere enn lydfarten i luft (som er ca 340 m/s) og mindre enn tredjedelen av hva de to flatbanevåpene beskrevet i de forrige avsnittene har. En kan da gå ut fra at prosjektilet får en mer stabil  $C_D$ -kurve. (Jf. figur D.1 i vedlegg D1, som viser en typisk fasong på en  $C_D$ -kurve).

I simuleringene er det benyttet data fra referansene [55] – [60].

Bilder taler ofte mer enn mange ord. Vi tar derfor innledningsvis med noen diagrammer uten noen særlig flere kommentar til disse enn de som er gitt i figurtekstene.



**Figur 4.15** 40 mm AGL skutt på horisontalavstandene 500 m, 1000 m, 1500 m og 2000 m. Det fremgår at banens krumning og største høyde øker kraftig med skyteavstanden, på grunn av den moderate hastigheten i forhold til flatbanevåpen.



**Figur 4.16** Diagrammet viser den store forskjellen på realistisk bane for skyteavstand 2000 m og hva banen ville ha vært med samme utgangshastighet og elevasjonsvinkel, men uten luftmotstand.

**Tabell 4.7** Verdier for noen sentrale størrelser angående automatisk granatutskyter.  
Symbolene er de samme som er forklart tidligere for de andre våpensystemene.

### 40 mm AGL - NAMMO Mk285

R = 300

$\alpha$	$\theta$	t	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$H_{maks}$	$R_{topp}$	$\Delta y_{ukorr}$	x	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkorr}$
-50	1,0360	1,34	211,14	-51,11	2,15	1,41	152,65	<b>4,94</b>	192,84	1,016	<b>-0,17</b>
-25	1,4764	1,35	207,32	-26,61	3,09	2,02	153,31	<b>1,00</b>	271,89	1,478	<b>0,01</b>
<b>0</b>	<b>1,6496</b>	1,36	202,49	-1,85	3,49	2,29	154,20	<b>0,00</b>	300,00	<b>1,650</b>	<b>0,00</b>
25	1,5145	1,38	197,49	23,26	3,25	2,12	155,13	<b>0,78</b>	271,89	1,478	<b>-0,21</b>
50	1,4074	1,35	208,19	-31,53	2,94	1,93	153,16	<b>1,97</b>	192,84	1,406	<b>-0,01</b>

R = 500

$\alpha$	$\theta$	t	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$H_{maks}$	$R_{topp}$	$\Delta y_{ukorr}$	x	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkorr}$
-50	1,8424	2,32	195,36	-52,06	3,90	4,26	256,75	<b>15,21</b>	321,39	1,783	<b>-0,82</b>
-25	2,6446	2,36	189,29	-28,05	5,69	6,21	258,82	<b>3,27</b>	453,15	2,653	<b>0,08</b>
<b>0</b>	<b>2,9840</b>	2,41	181,41	-3,59	6,57	7,15	261,60	<b>0,00</b>	500,00	<b>2,984</b>	<b>0,00</b>
25	2,7693	2,47	173,02	21,51	6,26	6,79	264,67	<b>2,05</b>	453,15	2,653	<b>-1,11</b>
50	2,0040	2,51	165,79	47,36	4,64	5,00	267,33	<b>13,41</b>	321,39	1,783	<b>-2,96</b>

R = 800

$\alpha$	$\theta$	t	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$H_{maks}$	$R_{topp}$	$\Delta y_{ukorr}$	x	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkorr}$
-50	3,2442	3,95	175,64	-53,80	7,04	12,33	415,62	<b>46,09</b>	514,23	3,087	<b>-3,47</b>
-25	4,7215	4,06	166,6	-30,83	10,56	18,45	421,162	<b>10,96</b>	725,05	4,764	<b>0,65</b>
<b>0</b>	<b>5,4341</b>	4,23	154,33	-7,27	12,70	22,05	429,20	<b>0,00</b>	800,00	<b>5,434</b>	<b>0,00</b>
25	5,1581	4,41	140,48	17,41	12,75	21,82	438,73	<b>4,15</b>	725,05	4,764	<b>-5,90</b>
50	3,8136	4,59	127,65	43,82	10,00	16,76	448,11	<b>34,68</b>	514,23	3,087	<b>-14,90</b>

R = 1200

$\alpha$	$\theta$	t	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$H_{maks}$	$R_{topp}$	$\Delta y_{ukorr}$	x	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkorr}$
-50	5,5220	6,40	155,55	-56,73	12,25	32,43	629,69	<b>133,57</b>	771,35	5,173	<b>-11,88</b>
-25	8,2402	6,72	143,48	-35,93	19,17	50,66	643,04	<b>37,32</b>	1087,57	8,451	<b>4,90</b>
<b>0</b>	<b>9,8646</b>	7,22	125,89	-15,02	24,88	64,84	664,70	<b>0,00</b>	1200,00	<b>9,865</b>	<b>0,00</b>
25	9,8947	7,90	103,61	6,55	28,34	70,78	695,69	<b>-0,62</b>	1087,57	8,451	<b>-29,83</b>
50	7,8186	8,70	78,55	30,72	27,10	61,28	733,90	<b>54,56</b>	771,35	5,173	<b>-68,68</b>

Denne tabellen er et utsnitt av tabell F3.1 i vedlegg F3. Det fremgår av disse tabellene og figur 4.17 side 83 at *ukorrigerte* baner går for *høyt* i bratt terreng, især på lengre hold og i brattere nedoverbakke, mens baner basert på *RR* går for *lavt*, særlig i oppoverbakke. Dette er i overensstemmelse med det som vi har sett gjelder for flatbanevåpnene. Både ukorrigert og RRkorrigeret bane på 1200 m viser imidlertid en tilsynelatende ”anomali” (i forhold til det generelle bildet på kortere hold) for helningsvinkler i området 0° til ca 30°, henholdsvis i utforbakke og i oppoverbakke. Et forslag til forklaring er følgende:

1. Droppformelen  $\Delta y = \frac{1}{2} g t^2$  viser at fallet øker mot slutten av banen. Ved kraftig hastighetsfall utover i banen, slik det er for AGL, forsterkes denne effekten, sammenlignet med flatbanevåpnene drøftet tidligere.
2. Av tabell F3.1 og figur F3.1 side 137 ser vi at ved skyting på 1200 m hold, er banen i 15 grader oppoverbakke nær horisontal mot slutten. Som tidligere forklart, virker da tyngden maksimalt til å krumme banen. Dette gjør at *også ukorrigert bane* (som ellers vanligvis gir overskyting i oppoverbakke), går for lavt i dette vinkelområdet.

3. I 15 grader nedoverbakke med AGL på lengre hold (her 1200 m) gir endog Rifleman's Rule for lite reduksjon i oppsats. Dette inntreer når banen er mindre flat (oppsatsen er litt høyere). Med økende negativ terrengvinkel og høyere oppsats får parentesene i den "eksakte" Rifleman's Rule, likning (3.64), større verdi. (Se også figur 3.17 s. 44). I slike tilfeller gir den tilnærmete RR for liten reduksjon av oppsatsen i nedoverbakke.

Tillegg til p. 2: Sammenlikner vi figur 4.18 side 84 og figur F3.1 side 137, kan en observere at ved en terrengvinkel på 25 grader i oppoverbakke og avstand 1200 m<sup>37</sup>, er banene mot slutten "mindre horisontal" enn for 15 grader. Ved 25 grader (og brattere helning) begynner den vanlige feilen med ukorrigert oppsats å "overta", nemlig en for stor vinkel.

Tillegg til p.3: Ved ekstra bratt nedoverbakke begynner RR igjen som vanlig ellers *i luft* å "overdrive" med for sterk reduksjon i oppsats, slik at skuddet går for lavt. Dette skyldes i dette tilfellet at hastigheten avtar kraftig etter hvert, til forskjell fra i *vakuum*, der hastigheten øker i nedoverbakke. Dette kan ses av figur F3.2 side 138 i vedlegg F3, der hastigheten som funksjon av tilbakelagt strekning langs terrenget er fremstilt for noen terrengvinkler. På samme side er også forholdet mellom luftmotstanden og tyngden, dvs.  $F_D/G$ , fremstilt som funksjon av tilbakelagt strekning. (Figur F3.3). Denne figuren viser at på 1200 m hold i oppoverbakke avtar luftmotstanden så mye at den faktisk blir mindre enn tyngden. Dette skjer for 50gradersbanen allerede etter ca 600 m.

Sammenlikner man figur 4.17 for 40 mm AGL med de tilsvarende figurene for flatbanevåpen (figur 4.2 for 7,62 mm og figur 4.6 for 12,7 mm) ser en at det å ikke korrigerer for terrengvinkel eller det å bruke Rifleman's Rule, i noen tilfeller kan slå ganske ulikt ut for våpen som gir *krummere* baner, enn det gjør med flatbanevåpen.

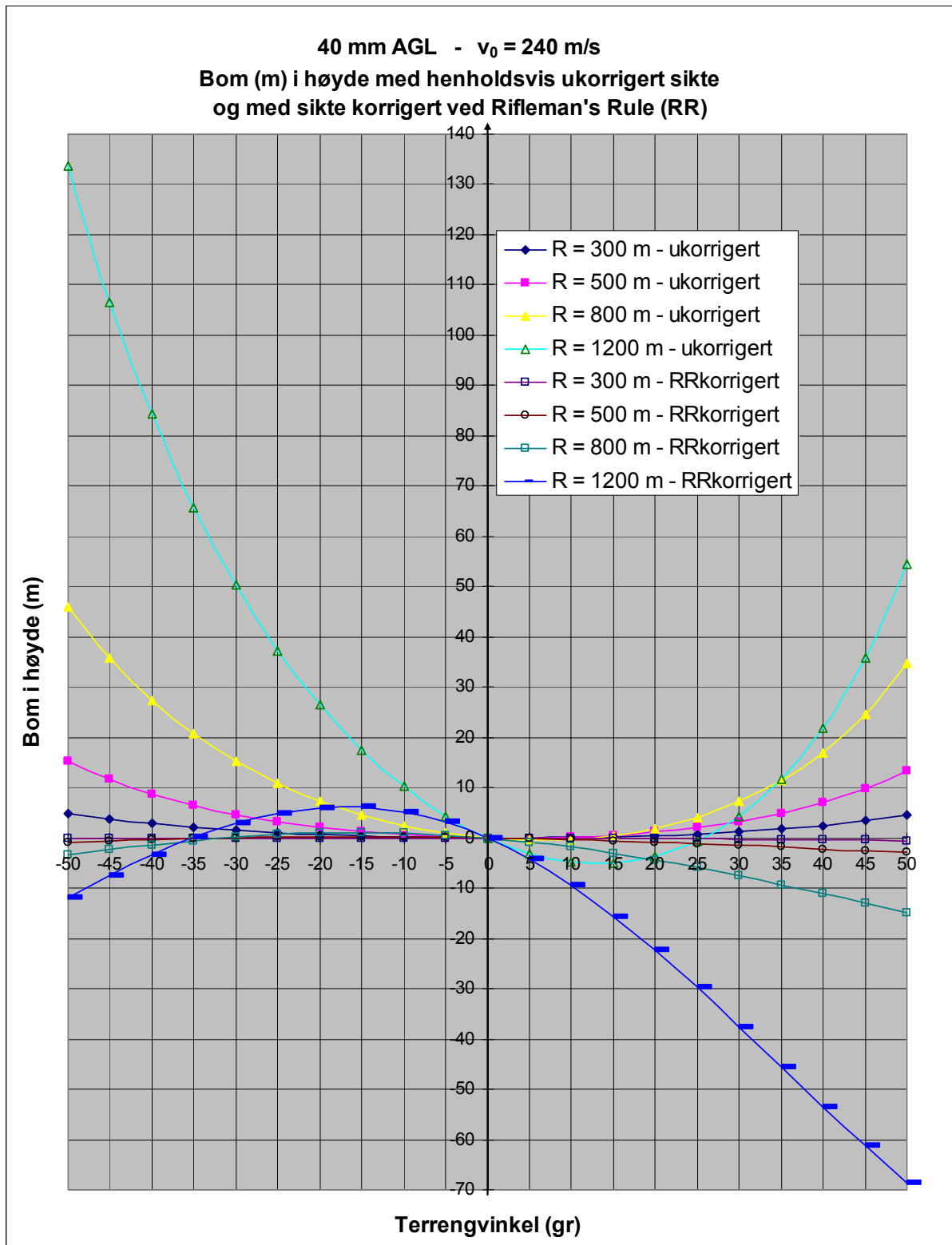
Det kan også for AGL konkluderes med at en særlig ved skyting på lengre hold vil skyte altfor høyt i nedoverbakke med ukorrigert sikte og altfor lavt i oppoverbakke med siktejustering basert på Rifleman's Rule.

Tabellen nedenfor viser noen av de samme størrelsene som i foregående tabell, men nå med skyting på maksimal rekkevidde. I kolonne 3 er det i tillegg vist hvilke oppsatsvinkler  $\theta = 45^\circ - \alpha/2$  (jf. likning 3.40) som i vakuum gir maksimal rekkevidde. Avviket mellom "vakuumverdi" ( $\theta_{vak}$ ) og "luftverdi" ( $\theta_m$ ) er svært lite for terrengvinkelen  $-50^\circ$  og størst i horisontalt terreng. I samsvar med det som ble skrevet i avsnitt 2.3.2 side 14, ser vi at oppsatsverdiene for maksimal rekkevidde i luft er litt lavere enn i vakuum. Når det gjelder øvrige størrelser, kan som ventet registreres at med avtagende verdi for  $\alpha$  blir rekkevidde, banehøyde, flygetid (på grunn av lengre bane), krumning (på grunn av lengre og høyere bane) og endehastighet (på grunn av tyngdens komponent langs fartsretningen) større.

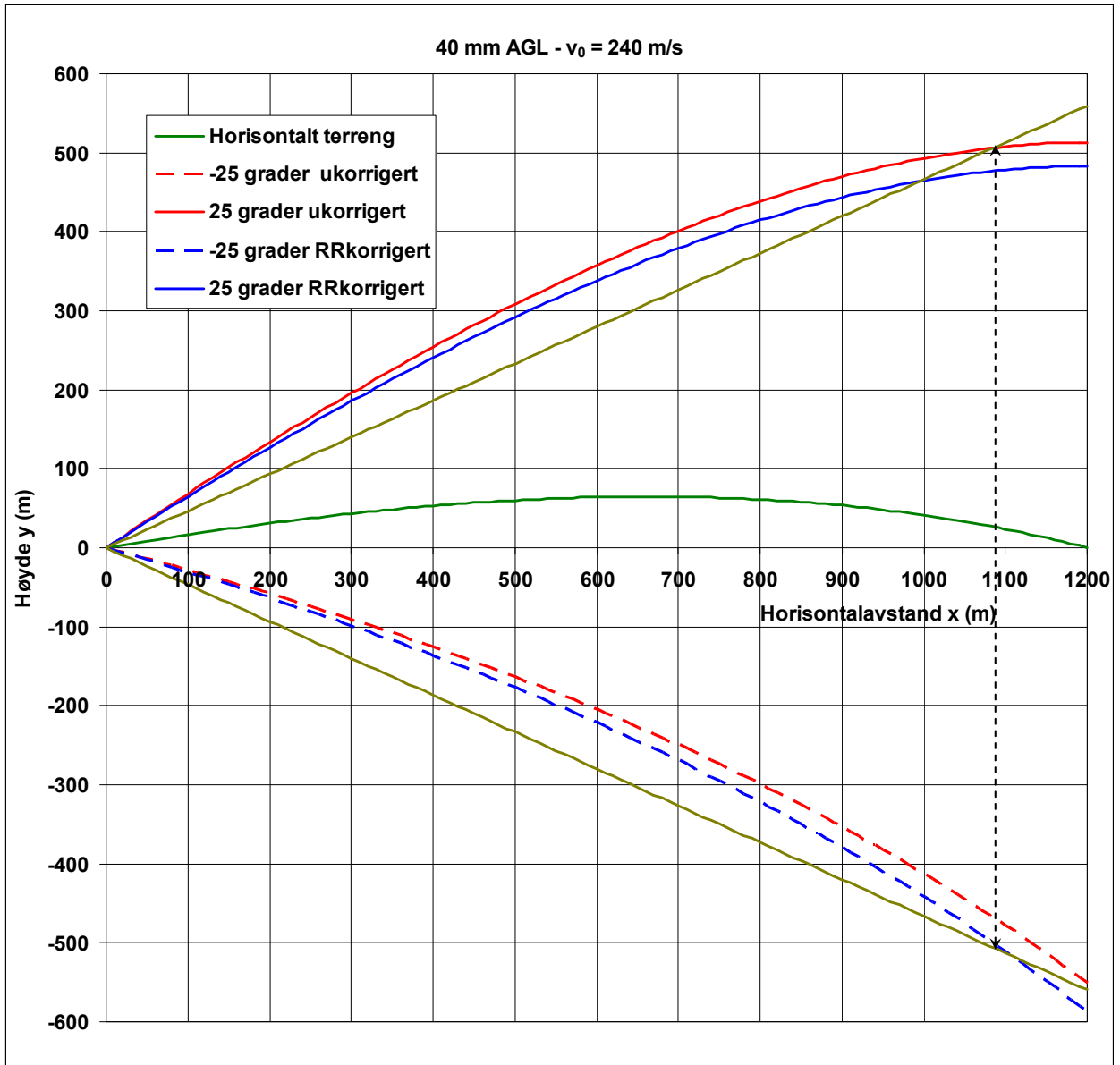
**Tabell 4.8** Simulerte verdier for maksimal rekkevidde ved ulike terrengvinkler.

$\alpha$	$\theta_m$	$\theta_{vak}$	$R_{Smaks}$	$t$	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$H_{maks}$	$R_{topp}$	$R_{topp}/R_{Smaks}$
-50	68,5	70,0	4488,9	44,9	118,0	-86,0	104,5	1363,8	3038,1	0,68
-25	51,3	57,5	2797,3	28,6	118,9	-74,2	100,5	887,2	1347,0	0,48
0	36,5	45,0	2043,8	20,9	101,1	-58,2	94,7	548,6	1208,8	0,59
25	28,1	32,5	1660,3	18,5	79,5	-46,4	99,5	403,3	1131,4	0,68
50	15,0	20,0	1447,3	15,0	49,0	-18,4	83,4	187,3	1031,4	0,71

<sup>37</sup> Grunnen til at 1200 m er valgt som største skråavstand i tabell 4.7 (og ikke for eksempel 1500 m), er at simuleringer (jf. tabell 4.8) viser at prosjektillet i 50 grader oppoverbakke har maksimalrekkevidde ca 1447 m).



**Figur 4.17** Diagrammet viser at det allerede på moderate avstander bommes mye i høyde, særlig i bratt terreng, når det enten ikke korrigeres for terrengvinkel eller korrigeres etter Rifleman's Rule (RR). Et pussig fenomen er at på det lengste holdet (1200 m) gir ukorrigert bane lite bom når terrenget heller litt mindre enn 30 grader oppover, og at RR gjør det samme i omtrent like bratt terreng nedover (ca 35 grader). Se også tabell 4.7



**Figur 4.18** Diagrammet viser prosjektilbaner for AGL med ukorrigert oppsats (rødfargete), dvs. med samme oppsats som i horisontalt terreng på samme hold = 1200 m, og tilsvarende baner med oppsats korrigeret etter Rifleman's Rule (RR, farget blå). Av figuren fremgår at i 25° oppoverbakke treffer ukorrigert bane bra, mens RR-korrigert treffer alt for lavt. I like bratt nedoverbakke er det motsatt. Der går den RR-korrigert bare litt for høyt, mens ukorrigert går altfor høyt, slik det også går frem av figur 4.17. På figuren er skråavstandene 1200 m markert med pilspisser. (Horisontalkomponentene er  $1200 \text{ m} \cdot \cos \pm 25^\circ \approx 1090 \text{ m}$ ).

## 4.7 40 mm GUR

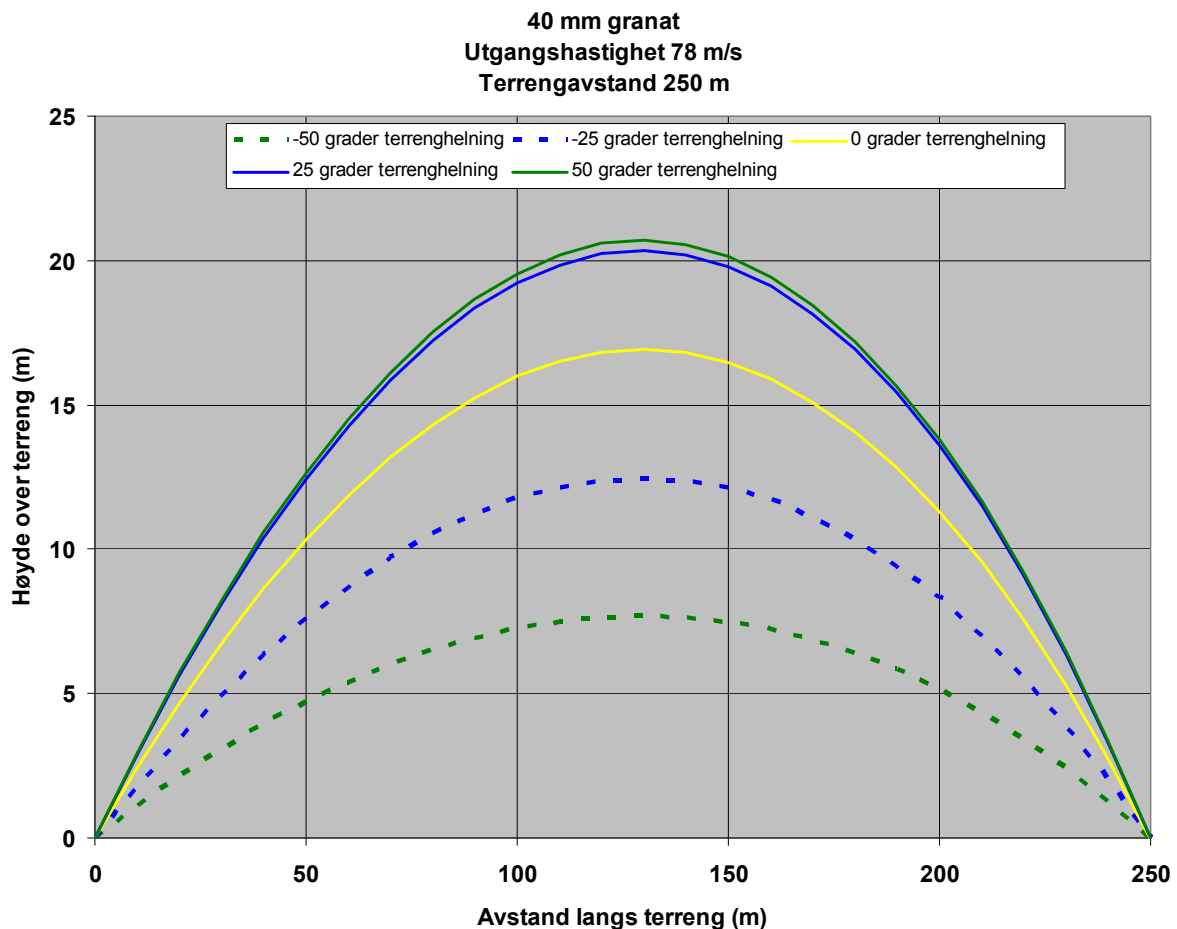
### 4.7.1 Prosjektilbaner

Det siste våpensystemet som vi tar for oss, er 40 mm GUR (granatutskytningsrør til angrepsrifle). På grunn av den lave hastigheten som dette våpenet gir, kan det være interessant og relevant å sammenligne med prosjektilbaneberegninger i vakuum. Dette kommer vi nærmere tilbake til nedenfor og i neste avsnitt. I simuleringene for GUR er det benyttet data fra [55]-[60], bl.a. prosjektilmasse 177 g og utgangshastighet 78 m/s. (Se vedleggene D3 og D4 side 112). For lettere å kunne kommentere karakteristiske trekk ved prosjektilbevegelsen til dette våpenet, presenteres også her innledningsvis en liten tabell og et par diagrammer.

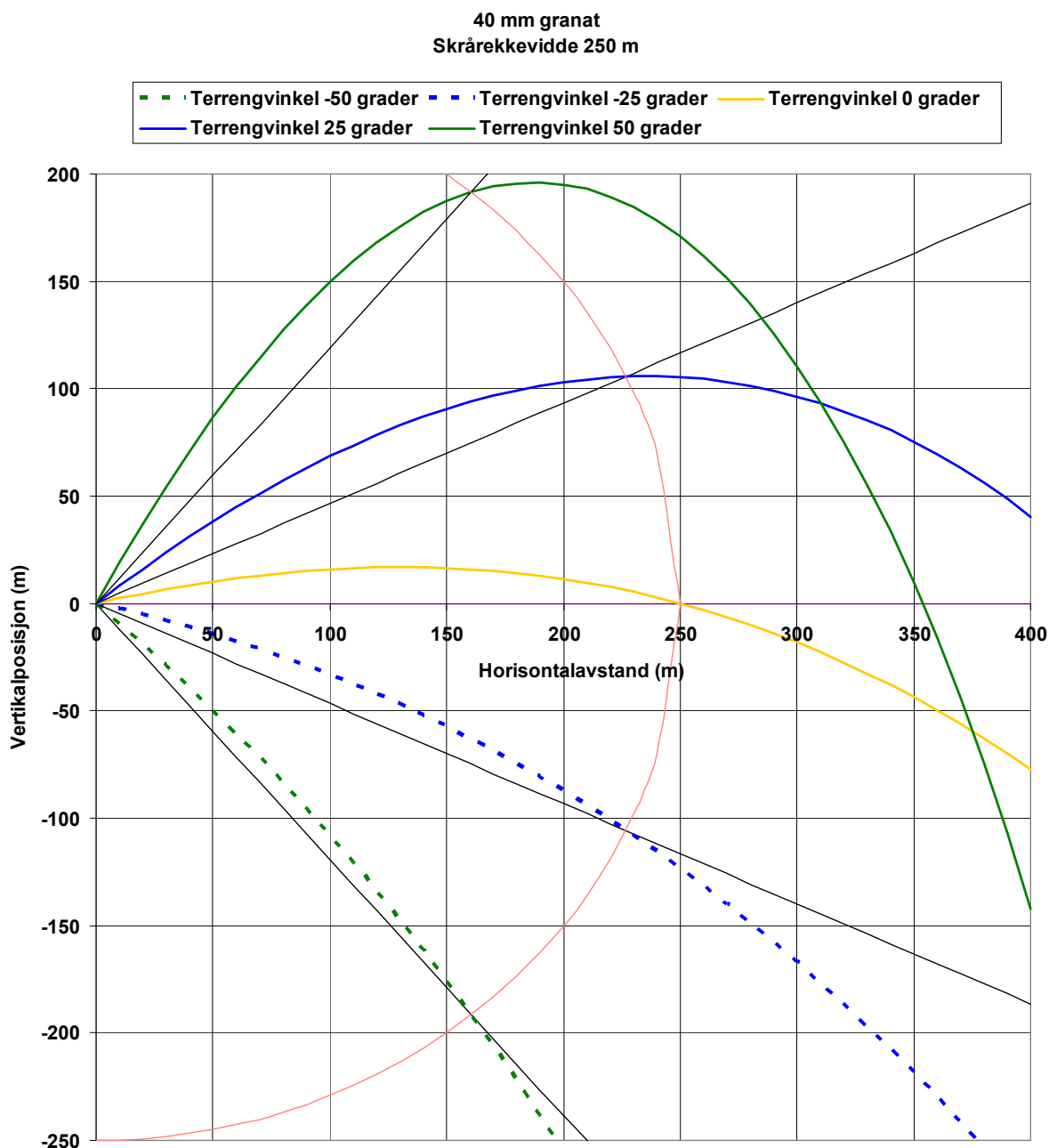
**Tabell 4.9** Verdier for noen sentrale størrelser angående granatutskytningsrør (GUR).  
Symbolene er de samme som er forklart tidligere for de andre våpensystemene.

R = 250 m

$\alpha$	$\theta$	t	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$h_{\text{maks}}$	$R_{\text{topp}}$	$\Delta y_{\text{ukorr}}$	x	$\theta_{\text{RR}}$	$\Delta y_{\text{RRkorr}}$
-50	7,513	3,12	82,95	-56,539	14,052	7,67	120,63	38,96	160,70	8,316	5,29
-25	11,424	3,35	74,60	-36,056	22,480	12,43	123,96	12,18	226,58	12,459	4,79
0	14,089	3,71	62,72	-16,274	30,363	16,92	129,71	0	250	14,089	0
25	14,796	4,27	47,74	2,296	37,500	20,36	139,18	-2,91	226,58	12,459	-9,57
50	12,614	5,10	30,14	18,501	44,113	20,70	154,31	6,73	160,70	8,316	-20,47



**Figur 4.19** Prosjektilbanene i oppoverbakke er ganske forskjellig fra de i nedoverbakke med samme helning når det skytes på samme hold med prosjektiler med lav hastighet. Samme helningsgrad oppover og nedover har maken farge, men sistnevnte er stiplet.



**Figur 4.20** Også denne figuren viser at banene blir flatere når terrengvinkelen avtar fra  $+50^\circ$  nedover til  $-50^\circ$ .

Et blick på tabell 4.9 viser den store forskjellen det er mellom de to banene i bratteste oppoverbakke og nedoverbakke ( $\pm 50^\circ$ ) for alle de relevante størrelsene. Det samme viser figurene 4.19 og 4.20 når det gjelder krumning og toppunktshøyde. Dette er et illustrerende eksempel på hvor stor innflytelse *tyngden*,  $G$ , har på prosjektilbevegelsen i forhold til luftmotstanden,  $F_D$ , når hastigheten er såpass liten.

Tyngden  $G = 0,177 \text{ kg} \cdot 9,80665 \text{ m/s}^2 \approx 1,74 \text{ N}$ . Dette gir følgende komponenter for  $\alpha = \pm 50^\circ$ :  $G \cos \alpha = 1,12 \text{ N}$  og  $G \sin \alpha = \pm 1,33 \text{ N}$ . Med de relativt store oppsatsvinklene en har her, er det mer fornuftig å benytte komponentene på *tvers* av og *parallelt* med fartsretningen når en skal vurdere påvirkningen på prosjektilet. (Jf. avsnitt 2.2). Ved start er de to elevasjonsvinklene  $\beta$  i  $50^\circ$  oppoverbakke og  $50^\circ$  nedoverbakke henholdsvis:  $\beta^+ = 50^\circ + 12,61^\circ = 62,61^\circ$  og  $\beta^- = -50^\circ + 7,51^\circ = -42,49^\circ$ . (Jf. tabell 4.9 og likning (3.29) side 26). Tyngdens komponenter på *tvers* av og *parallelt* med fartsretningen er ved start gitt ved henholdsvis:

$$G_{\perp} = G \cos \beta \text{ og } G_{\parallel} = G \sin \beta \quad (4.2)$$

(Jf. figurene 2.1 og 2.2 side 10-11).

Dersom vi setter de utregnede verdiene for  $G$  og  $\beta$  inn i de to siste likningene, får vi i **startfasen** følgende verdier i  $50^\circ$  oppoverbakke, henholdsvis:  $G_{\perp} = 0,80 \text{ N}$  (nedover på tvers av  $\vec{v}$ ) og  $G_{\parallel} = 1,54 \text{ N}$  (bakover motsatt  $\vec{v}$ ). I  $50$  graders nedoverbakke får vi:  $G_{\perp} = 1,28 \text{ N}$  (nedover på tvers av  $\vec{v}$ ) og  $G_{\parallel} = 1,18 \text{ N}$  (i samme retning som  $\vec{v}$ ).

Det kan være interessant å sammenlikne disse størrelsene med luftmotstanden  $F_D$  gitt ved likningene (2.1) og (2.2). Vi benytter en  $C_D = 0,2$  (jf. vedleggene D3 og D4) og en lufttetthet på  $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$  og regner ut luftmotstanden for kaliber  $c = 40 \text{ mm}$  og får følgende uttrykk som funksjon av hastigheten  $v$ :

$$F_D = 1,54 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m} \cdot v^2 \quad (4.3)$$

Setter vi  $v_0 = 78 \text{ m/s}$  inn i (4.3), får vi  $F_D = 1,54 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m} \cdot (78 \text{ m/s})^2 \approx 0,94 \text{ N}$

I **starten** av prosjektilbevegelsen for GUR ved skyting på  $250 \text{ m}$  hold i  $50$  graders terrenghelning kan en av dette trekke følgende konklusjoner:

Kraften til å krumme banen,  $G_{\perp}$ , er større i nedoverbakke enn i oppoverbakke.

Resultantkraften i fartsretningen er i nedoverbakke  $= G_{\parallel} - F_D = 1,18 \text{ N} - 0,94 \text{ N} = 0,24 \text{ N}$  og i oppoverbakke  $-G_{\parallel} - F_D = -1,54 \text{ N} - 0,94 \text{ N} = -2,48 \text{ N}$ .

Dette viser at bevegelsen i oppoverbakke vil *bremses kraftig* opp i starten, mens den i nedoverbakke vil få en viss *fartsøkning*. Dette vil igjen føre til at prosjektillet i oppoverbakke får en betydelig lengre flygetid, større krumning og lavere endehastighet enn hva det får i nedoverbakke, slik en ser av tabell 4.9.

Dersom vi setter endehastigheten,  $v_f$ , og nedslagsvinkelen,  $\gamma$ , fra tabell 4.9 inn i likningene ovenfor, får vi i **terminalfasen** følgende verdier: Krumningskraften i  $50^\circ$  oppoverbakke:  $G_{\perp} = 1,65 \text{ N}$  og i  $50^\circ$  nedoverbakke:  $G_{\perp} = 0,95 \text{ N}$ . Tyngdekomponenten i fartsretningen er: i  $50^\circ$  oppoverbakke:  $G_{\parallel} = -0,55 \text{ N}$  (motsatt  $\vec{v}$ ) og i  $50^\circ$  nedoverbakke:  $G_{\parallel} = 1,45 \text{ N}$  (med fartsretningen).

Den lave hastigheten og den nesten horisontale banen i terminalfasen i  $50^\circ$  oppoverbakke er forklaringen på den sterke krumningen av banen *der* (jf. figur 4.20), sammenlignet med tilsvarende i nedoverbakke.

Med de moderate hastighetene vi har i dette tilfellet, er det interessant å sjekke om likning (3.40) for den oppsatsvinkel  $\theta$ , som i vakuu gir maksimal rekkevidde, også kan brukes når det er litt *luftmotstand*. I  $50^\circ$  oppoverbakke kan en i så fall vente at denne er  $\theta = 45^\circ - 50^\circ/2 = 20^\circ$  og i  $50^\circ$  nedoverbakke  $\theta = 45^\circ - (-50^\circ)/2 = 70^\circ$ . Simuleringer foretatt for disse terrengvinklene ga som resultat flg.: I oppoverbakke  $\theta \approx 18,6$  og  $R_{\text{Smaks}} = 274,7 \text{ m}$  og i nedoverbakke  $\theta \approx 69,6$  og  $R_{\text{Smaks}} = 1305,4 \text{ m}$ . **Det må kunne sies at det er en meget god overensstemmelse mellom disse oppsatsvinklene i henholdsvis vakuu og i luft.** I dette tilfellet er det enda bedre samsvar enn hva som ble vist for AGL i avsnitt 4.6 side 82. (Jf. kommentarene der og avsnitt 2.3.2 side 14 om at *opsats som gir maksimal rekkevidde i luft er litt lavere enn de tilsvarende som beregnes i vakuu*).

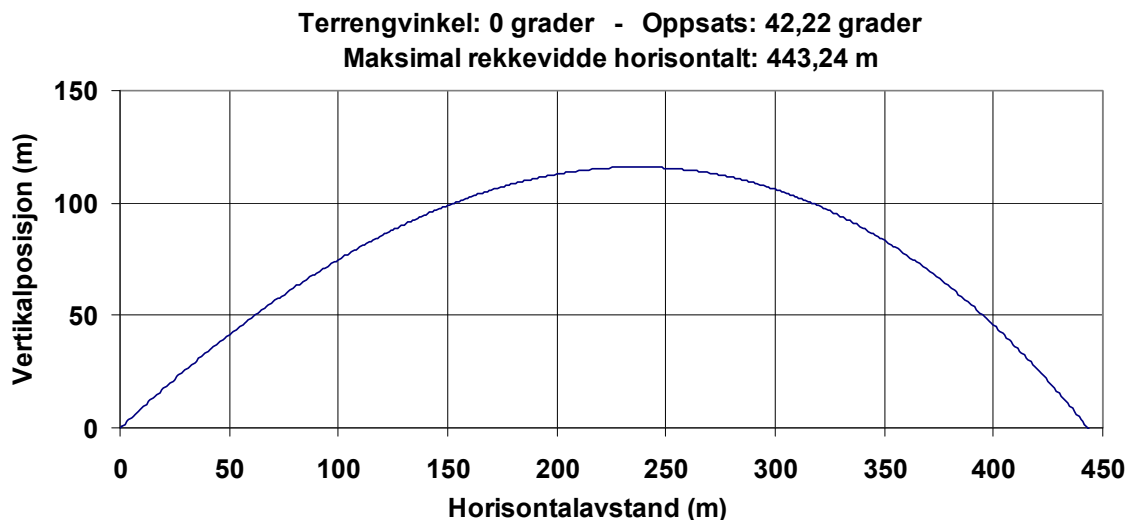
Legg for øvrig merke til den ”dramatisk” lengre maksimalrekkevidden det er i nedoverbakke i forhold til den i oppoverbakke i denne bratte helningen.



#### 4.7.2 Anvendelse og testing av tommelfingerregel

Som nevnt i avsnitt 3.4.3, kan det være interessant å teste hvorvidt den enkle tommelfingerregelen (3.42) gjengitt nedenfor er anvendelig for kortholdsvåpen slik som GUR. Et tilsvarende eksempel som vist i avsnitt 3.4.2 i vakuum er simulert med luftmotstand. Resultatene er vist nedenfor.

$$R_{Smaks} = R_{Hmaks} - H \quad (3.42)$$



**Figur 4.21** Skyting horisontalt på maksimal rekkevidde. (Oppsatsvinkelen er optimalisert for å nå denne).

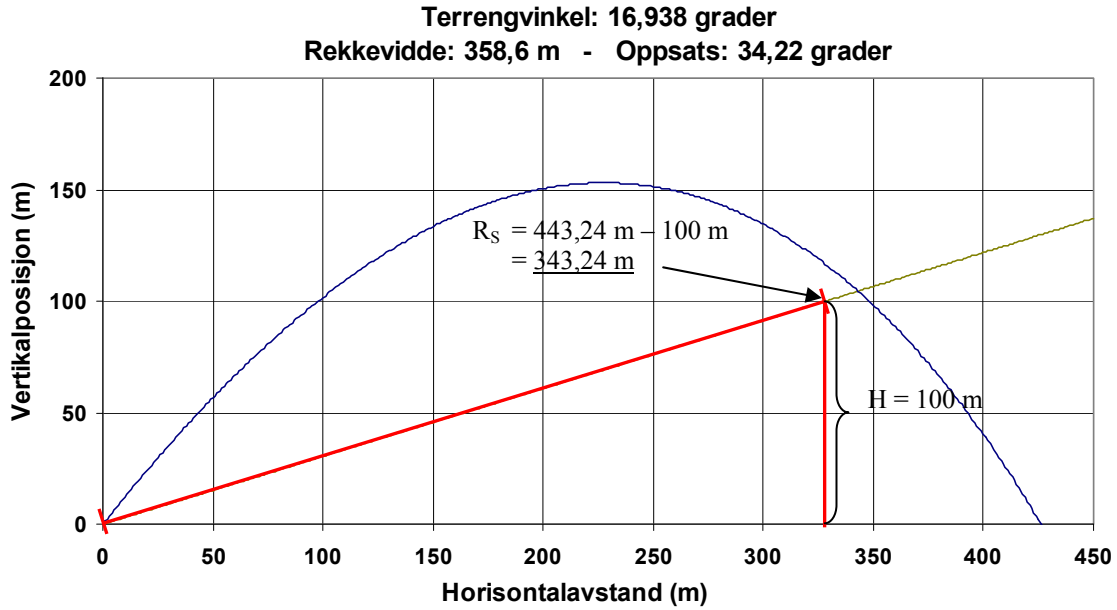
Tilsvarende som eksemplet i avsnitt 3.4.3 (i vakuum), skyter vi her på et mål som befinner seg 100 m over der vi skyter fra. For at diagrammet skal stemme med målhøyde 100 m og forventet maksimalrekkevidde, er terrengvinkelen beregnet som invers sinus til  $100/343,24$ , nemlig  $16,938^\circ$ .

Dersom tommelfingerregelen (3.42) om maksimal rekkevidde også skal gjelde i luft, bør prosjektillet kunne nå  $443,24 \text{ m} - 100 \text{ m} = 343,24 \text{ m}$  langs en terrenglinje med vinkel  $\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{H}{R_s}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{100 \text{ m}}{343,24 \text{ m}}\right) = 16,938^\circ$ . Figur 4.22 på neste side viser resultatet av denne testen. Den viser at dersom en (ved ”prøveskyting”) optimaliserer oppsatsvinkelen (i dette tilfellet til  $34,22^\circ$ ), vil maksimalrekkevidden bli ca 15 m lengre enn forespeilet.

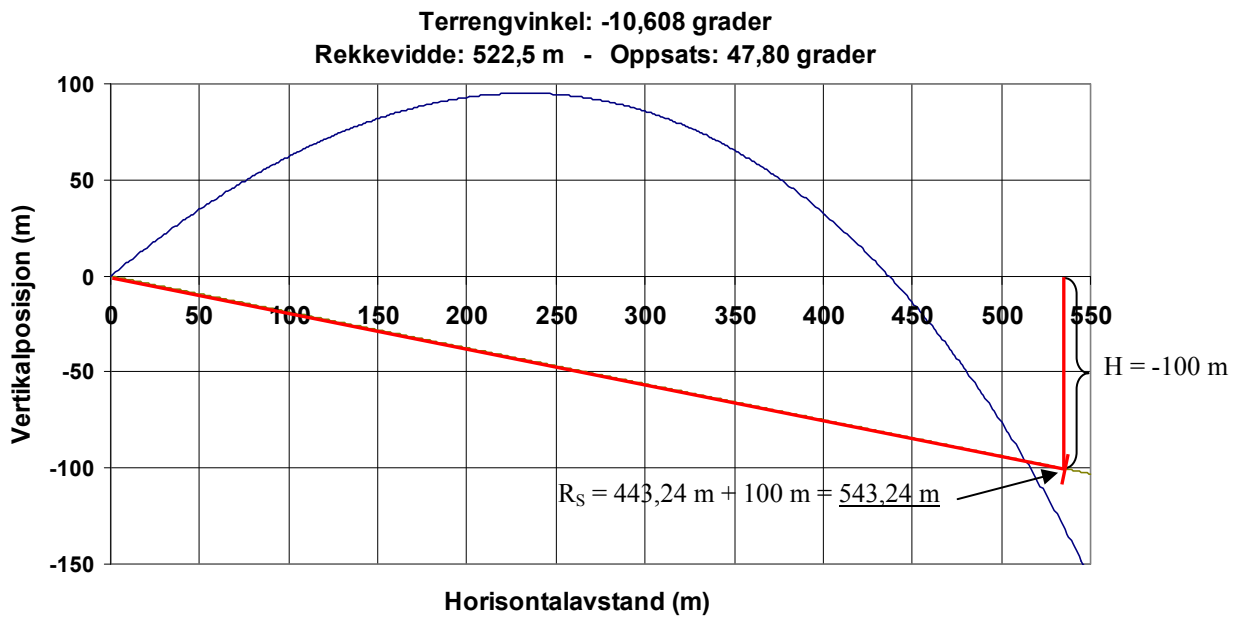
Tilsvarende test er gjennomført i nedoverbakke. Resultatet av denne ”prøveskytingen” viser at en her skyter ca 20 m kortere enn ”forventet”. (Jf. verdiene angitt i figur 4.23).

#### Tillegg:

Vi tester som i forrige avsnitt oppsatsregelen  $\theta = 45^\circ - \alpha/2$  for maksimal rekkevidde også på vinklene på de to neste figurene. Dette gir med  $\alpha = 16,938^\circ$  en  $\theta = 36,5^\circ$  og med  $\alpha = -10,608^\circ$  en  $\theta = 50,3^\circ$ . De simulerte verdiene for  $\theta$  som gir maksimal rekkevidde for de samme terrengvinklene er  $34,22^\circ$  og  $47,80^\circ$  henholdsvis. (Jf. figurene på neste side). Også med disse vinklene er det en meget god overensstemmelse mellom ”luftverdiene” og ”vakuumverdiene”.



**Figur 4.22** *Maksimalrekkevidden oppover skråningen er ca 15 m lengre enn de drøyt 343 m som tommelfingerregelen anslår.*



**Figur 4.23** *Maksimalrekkevidden nedover skråningen er ca 20 m kortere enn de drøyt 543 m som tommelfingerregelen anslår.*

Simuleringene med GUR viser at også likning (3.40) med god tilnærming er brukelig i luft for dette våpensystemet, på grunn av den lave prosjektilhastigheten. (Tilsvarende simuleringer med flatbanevåpnene viser at de to reglene (3.40) og (3.42) rimeligvis *ikke* fungerer i luft siden hastigheten da er betydelig større).

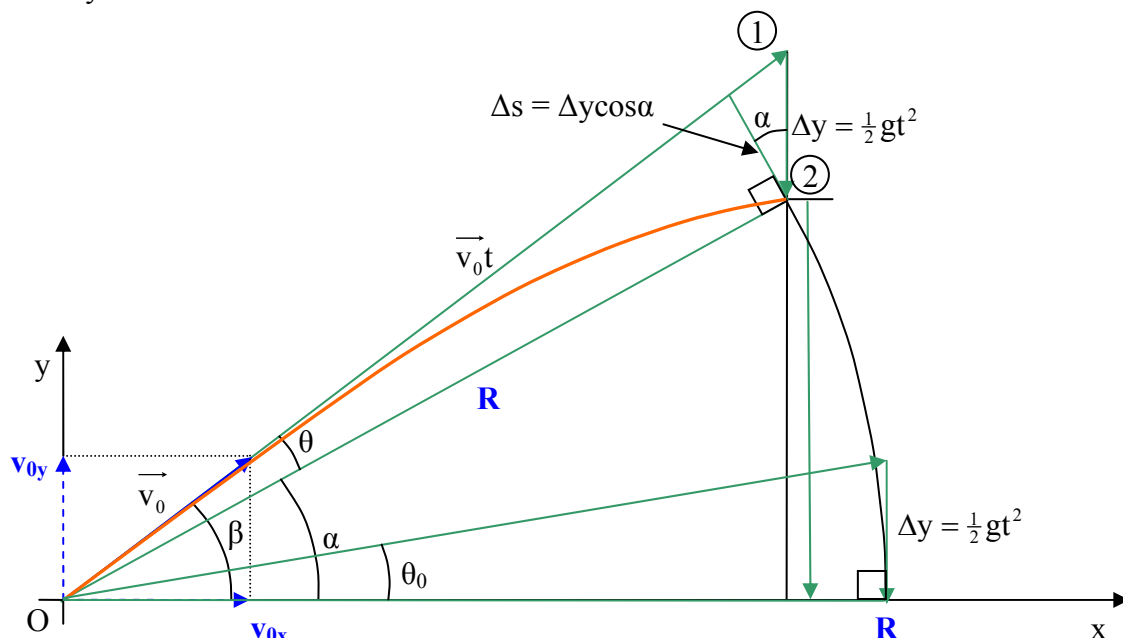
### Konklusjon

”Tommelfingerreglene” som gjelder ved maksimal rekkevidde i vakuum, er med meget god tilnærming også anvendelige når det er relativt liten luftmotstand, slik det er med GUR, på grunn av dets lave prosjektilhastighet.

## 5 En alternativ korreksjonsmodell

### 5.1 En bedre korreksjonsregel enn Rifleman's Rule

Foregående kapittel har vist at Rifleman's Rule i mange tilfeller er uegnet som rettesnor for siktekorreksjon ved skyting i skrått terreng. Nedenfor presenteres et bedre alternativ. Figur 5.1 benyttes til å illustrere resonnetet bak dette.



**Figur 5.1** Størrelsen på droppet  $\Delta y$  ser mindre ut desto brattere terrenget er.

Som det fremgår av tabellene F1.1 og F1.2 i vedlegg F1 for 7,62 mm skarpskyttergevær og skytetabellene for 12,7 mm MP, tabellene F2.1 og F2.2 i vedlegg F2, er flygetiden ved skyting på samme avstand omtrent den samme for alle terrengvinklene. En kan da med god tilnærming si at vertikaldroppet  $\Delta y = \frac{1}{2}gt^2$  er det samme. Fra siktepunktet (origo) ser dette ut til å ha en størrelse gitt ved  $\Delta s = \Delta y \cos \alpha$ , altså mindre desto brattere terrenget er. (Jf. figur 5.1). Dette innebærer at riktig oppsatsvinkel  $\theta$  som skal "dekke"  $\Delta s$ , bør være mindre enn oppsatsen  $\theta_0$  ved skyting i horisontalt terreng.

Av figuren ovenfor ser vi at oppsatsvinkelen  $\theta$  skal være omtrent proporsjonal med størrelsen  $\Delta s$ , dvs. proporsjonal med  $\cos \alpha$ . Vi tester dette opp mot simuleringer. Vi ser for eksempel på tabell 4.3 side 63 for 7,62 mm skarpskyttergevær og skyting på 800 m hold. Der finner vi at oppsatsen i horisontalt terreng er  $\theta_0 = 0,5655^\circ$  og ved terrengvinklene  $-50^\circ$  og  $50^\circ$  henholdsvis  $0,3617^\circ$  og  $0,3652^\circ$ . Vi regner ut  $\theta_0 \cdot \cos \pm 50^\circ$  og får  $0,3635^\circ$ . Dette er helt likt med gjennomsnittsverdien av de to oppsatsene ved  $\pm 50^\circ$  terrenghelning!

Tabellen på neste side viser samme slående likhet for de to relasjonene ved alle de angitte terrengvinklene, nemlig at:

$$\theta = \theta_0 \cdot \cos \alpha \quad (5.1)$$

og at

$$\theta = (\theta^- + \theta^+)/2 \quad (5.2)$$

der  $\alpha$  er terrengvinkelen,  $\theta_0$  er oppsats ved  $\alpha = 0^\circ$  og  $\theta^-$  og  $\theta^+$  er de riktige oppsats i henholdsvis like bratt nedoverbakke og oppoverbakke.

**Tabell 5.1** 7,62 mm skarpskyttergevær. Tabellen viser den store forskjellen når det gjelder bom i høyde ved bruk av Rifleman's Rule (kolonne 5) og med "ny" korreksjonsregel (kolonne 9). Legg også merke til den kraftige reduksjonen RR gir i oppsats prosentvis (kolonne 4) i forhold til riktig vinkel (kolonne 2), mens "ny" regel gir svært lite avvik (kolonne 8).

Skyteavstand 800 m

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\alpha$	$\theta_{\text{Riktig}}$	$\theta_{\text{RR}}$	Vinkel- avvik %	$\Delta y$ $RR_{\text{korr}}$	Gj.sn. $\theta^-$ og $\theta^+$	$\theta = \theta_0 \cdot \cos \alpha$	Vinkel- avvik %	$\Delta y$ Ny	
-50	0,3617	0,2873	-20,56	-1,626	0,3634	0,3635	0,49	0,039	
-45	0,3983	0,3292	-17,35	-1,373	0,3999	0,3998	0,38	0,030	
-40	0,4318	0,3703	-14,23	-1,126	0,4331	0,4332	0,33	0,026	
-35	0,4620	0,4099	-11,27	-0,891	0,4632	0,4632	0,26	0,021	
-30	0,4887	0,4471	-8,52	-0,673	0,4897	0,4897	0,21	0,017	
-25	0,5116	0,4806	-6,05	-0,478	0,5124	0,5125	0,18	0,014	
-20	0,5307	0,5098	-3,94	-0,311	0,5314	0,5314	0,12	0,009	
-15	0,5456	0,5335	-2,23	-0,176	0,5461	0,5462	0,10	0,008	
-10	0,5565	0,5510	-0,99	-0,078	0,5568	0,5569	0,07	0,006	
-5	0,5632	0,5619	-0,23	-0,018	0,5634	0,5633	0,02	0,002	
0	0,5655	0,5655	0,00	0,000	0,5655	0,5655	0,00	0,000	
5	0,5635	0,5619	-0,29	-0,023	0,5634	0,5633	-0,04	-0,003	
10	0,5572	0,5510	-1,11	-0,087	0,5568	0,5569	-0,05	-0,004	
15	0,5467	0,5335	-2,41	-0,190	0,5461	0,5462	-0,08	-0,007	
20	0,5321	0,5098	-4,18	-0,330	0,5314	0,5314	-0,14	-0,011	
25	0,5133	0,4806	-6,36	-0,501	0,5124	0,5125	-0,16	-0,012	
30	0,4907	0,4471	-8,90	-0,701	0,4897	0,4897	-0,20	-0,016	
35	0,4644	0,4099	-11,72	-0,924	0,4632	0,4632	-0,25	-0,020	
40	0,4345	0,3703	-14,78	-1,164	0,4331	0,4332	-0,31	-0,024	
45	0,4014	0,3292	-17,99	-1,418	0,3999	0,3998	-0,39	-0,031	
50	0,3652	0,2873	-21,31	-1,679	0,3634	0,3635	-0,46	-0,037	

Sammenligner vi verdiene i kolonne 6 og 7, ser vi at disse parvis praktisk talt er helt like. Siden tallene i kolonne 6 er gjennomsnittsverdiene for de riktige oppsatsene i oppover- og nedoverbakke med samme helning, er dette en god bekreftelse på regel (5.1) sin gyldighet. Kolonne 9, som angir bom i høyde, stadfester også dette.

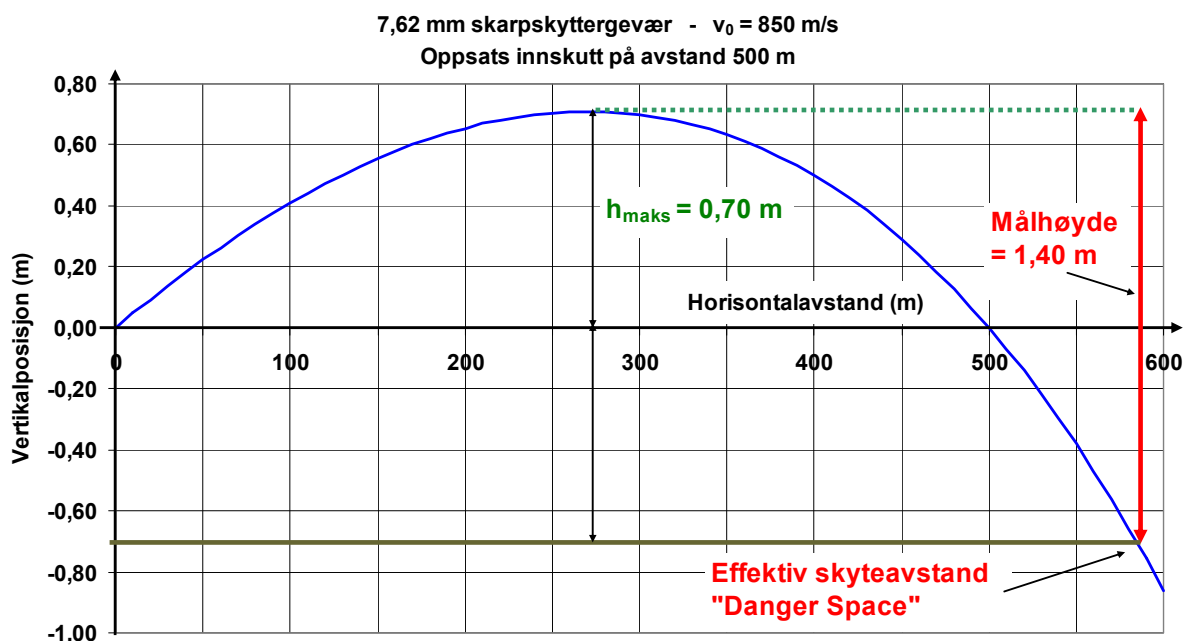
Selv om en regner at maksimal effektiv skuddvidde til dette våpenet mot punktmål er 800 m ([30] side 2-2), kan det allikevel være interessant å se hvordan forholdene endrer seg på lengre avstand. (På 1200 m avstand er prosjektillets bevegelsesenergi fortsatt mer enn 300 J, langt over den energien en regner som nedre grense for å kunne skade en ubeskyttet person). Når skyteavstanden økes med 50 % til 1200 m, forverres brukbarheten til *Rifleman's Rule* dramatisk (se vedlegg F5, tabell F5.1 s. 140), mens regel (5.1) fortsatt fungerer glimrende<sup>38</sup>. En forutsetning for at denne regelen kan brukes, er at flygetiden tilnærmet er den samme for ulike terrengvinkler. Dette viser seg å stemme for de flatbanevåpen som er simulert i denne rapporten.

Det er med andre ord litt merkelig at ikke korreksjonsregelen gitt ved likning (5.1) for lengst har avløst *Rifleman's Rule*. Selv om flere forfattere har vært inne på nevnte regel både i tekst og i figurer, ser det ikke ut til at de har fulgt opp dette videre. Tvert i mot utleder de i stedet en stor mengde formler for å beregne prosjektilbaner og siktejustering. Se for eksempel [36] og [41].

<sup>38</sup> Etter at rapporten ble tilgjengelig på Internett har forfatteren mottatt en rekke positive tilbakemeldinger på denne. En av disse, som gir en **empirisk støtte for gyldigheten av korreksjonsregel (5.1)**, lyder slik: "Noen av oss som skyter litt på lengre hold har brukt en metode der vi går ut fra antall klikk vi stiller på siktet ved horisontal avstand, og multipliserer antall klikk med cos til vinkelen ved skyting opp eller ned med samme absolutte avstand. Dette er like enkelt som riflemans rule, men mye mer korrekt. Denne er enkel å bruke i felt, og burde vært brukt på lange hold eller bratte vinkler. Filosofien er at vi da får korrekt flygetid og korrekt absolutt drop inn i beregningen. Da er det bare lufttetthet og gravitasjon tilbake av usikkerhetene". [61].

## 5.2 Litt om innskyting

I avsnitt 4.4 angående 7,62 mm skarpskyttergevær, så man at en typisk prosjekttilbane for et flatbanevåpen faller ganske drastisk på litt lengre avstand. (Jf. figurene 4.4 og 4.5 side 67). Slike bilder viser tydelig hvor viktig det er å ha innskutt våpenet riktig i forhold til avstanden til målet og ha kjennskap til hvor langt unna et mål kan befinne seg fra denne avstanden og likevel kunne bli truffet med samme oppsatsvinkel. En figur som illustrerer dette, er vist nedenfor.



**Figur 5.2** Eksempel på effektiv skyteavstand for et mål med høyde 1,40 m og der det siktes midt i målet og med oppsats innskutt på 500 m.

I vurderingen av effektiv skyteavstand, er banens største høyde over siktelinjen/horisontalen gjennom våpenets munnings viktig. Kjenner man flygetiden ut til det treffpunktet som siktet er innstilt på, er det lett å beregne denne høyden. Det finnes flere forskjellige formler for å gjøre dette. En klassisk slik er den såkalte Haupts likning. (Se for eksempel Kneubuehl (1998), [46] side 92). Den går ut på at flygetiden ut til toppunktet,  $t_T$ , er halvparten av den totale tiden frem til målet,  $t_M$ . (Jf. ”tid opp = tid ned” side 21). Kjenner man denne (fra f.eks skytetabeller), kan man enkelt regne ut toppunktshøyden,  $h$ , ved hjelp av ”droppformelen” vist i figur 5.1. Denne gir da følgende uttrykk for toppunktshøyden:

$$h = \frac{gt_M^2}{8} \quad (5.3)$$

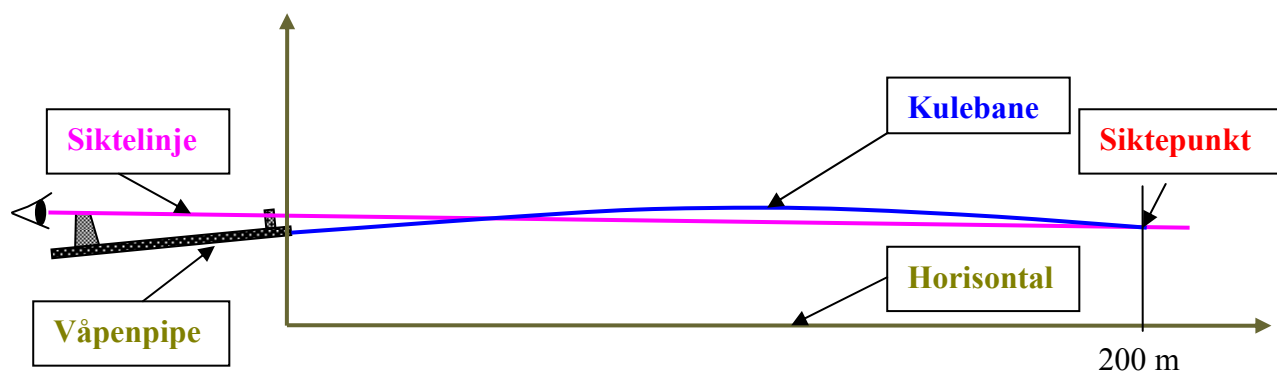
Vi viser et aktuelt eksempel. Simuleringen til figur 5.2 ga følgende verdier:

- $t_M = 0,75848$  s.
- $h = 0,709$  m  $\approx 0,71$  m

(Andre verdier: Oppsats 0,2764 grader = 4,914 streker, avstand til toppunktet: 270,4 m, terminalhastighet = 519 m/s og nedslagsvinkel -0,3831 grader).

Setter vi verdien for  $t_M$  og  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup> inn i likning (5.3), får vi  $h = 0,705$  m  $\approx$  0,71 m. Dette stemmer svært bra med den ”riktige” simulerte verdien gitt ovenfor. (Se også figur 5.2).

Figuren nedenfor viser et eksempel på en normal situasjon der siktelinjen og våpenets kjernelinje danner en vinkel. Kjennskap til siktets plassering (høyde) på våpenet er svært viktig i forbindelse med innskyting.



**Figur 5.2** Kulebanen skjærer siktelinjen to steder; på vei opp og på vei ned.

Det er ulike måter å skyte inn våpenet på ("zero in" som det kalles på engelsk). Vi går ikke nærmere inn på dette her. Instruksjoner for dette finnes bl.a. i Forsvarets reglementer for håndvåpen. Én konkret metode som kan være spesielt relevant i forbindelse med den "nye" justeringsregelen (5.1) er den som på engelsk kalles "Parallel Bore Zero". (Se [35] side 4-44). Den er basert på at man tar utgangspunkt i den *absolutte* oppsatsvinkelen til våpenet. Som det står i [35]:

*Når innskyting er foretatt med denne metoden, kan en deretter benytte våpen-systemet på alle aktuelle avstander, under alle aktuelle forhold, hvor som helst i verden, uten lokal innskyting.*

Etter en kort beskrivelse av selve innskytingsmetoden, står det videre:

*Våpenet er nå innskutt, og klart for å løse oppdrag under alle forhold, under forutsetning av at du har ballistiske data. Du kan benytte alle aktuelle ammunisjonstyper som du har ballistiske data for.*

Et konkret eksempel på anvendelse av den "nye" korreksjonsformelen kan være følgende scenario:

1. Du har tatt med deg våpenet opp i en viss høyde over havet. Basert på værddata/målinger og tabeller finner du lufttettheten på stedet. Av disse dataene følger hvilken **opsats,  $\theta_0$** , som skal brukes på en bestemt avstand **horisontalt**.
2. Det dukker opp et mål som du kjapt finner avstand og sikteretning til, enten ved måling (ved hjelp av for eksempel teodolitt eller andre hjelpemidler, jf. avsnittene 4.4.4 og 4.4.5) eller ved velbegrunnet gjetning.
3. Du multipliserer oppsatsvinkelen  $\theta_0$  med cosinus til terrengvinkelen, skyter og treffer målet (i hvert fall med betydelig større sannsynlighet enn ved å bruke *Rifleman's Rule*).

## 6 En korreksjonsmodell til feltbruk

### 6.1 Alternativer

I forrige kapittel ble det presentert en ”ny” metode som er svært mye bedre enn Rifleman’s Rule (RR), særlig for flatbanevåpen. Metoden er imidlertid i likhet med RR basert på at en må regne ut en oppsats i forbindelse med siktejustering i skrått terreng. (Begge metoder baserer seg på at en multipliserer en størrelse med cosinus til helningsvinkelen).

Som nevnt i forordet til denne rapporten, finnes det flere metoder som er utviklet for å beregne siktejustering som korrigerer for skrått terreng. De fleste av disse krever til dels betydelig mer tid å lære seg og til å utføre beregninger, og at en også har med seg en ballistisk computer i felt. *Det* er ikke alltid tilfellet. Dessuten bør en ikke gjøre seg *avhengig* av at en slik PC fungerer i en stridssituasjon. *Da* er det viktig å ha enkle og raske prosedyrer for siktejustering, i det minste som ”back up”. Som McDonald skriver i sin artikkel [8], er det den *enkleste* metoden som er den beste blant alle metoder som gir nøyaktig nok anvisning for siktejustering.

Forsvarets reglementer for håndvåpen (lette og middels tunge) baserer seg, uten synlige reservasjoner ser det ut til, på den nevnte *cosinusregelen* (*Rifleman’s Rule*). Som det fremgår av simuleringsresultatene vist foran, kan bruk av denne regelen i mange tilfeller føre til at en bommer ganske betydelig på målet, og i noen tilfeller til og med mer enn uten korrigerende for terrenghelning.

Med bakgrunn i disse forhold er det derfor utviklet en enkel modell, heretter kalt ”Feltmodellen”, som raskt (anslagsvis i løpet av noen sekunder), kan angi hvilken avstand siktet skal justeres til, uten at skytteren behøver å regne ut dette. I neste avsnitt er modellen beskrevet i korte trekk.

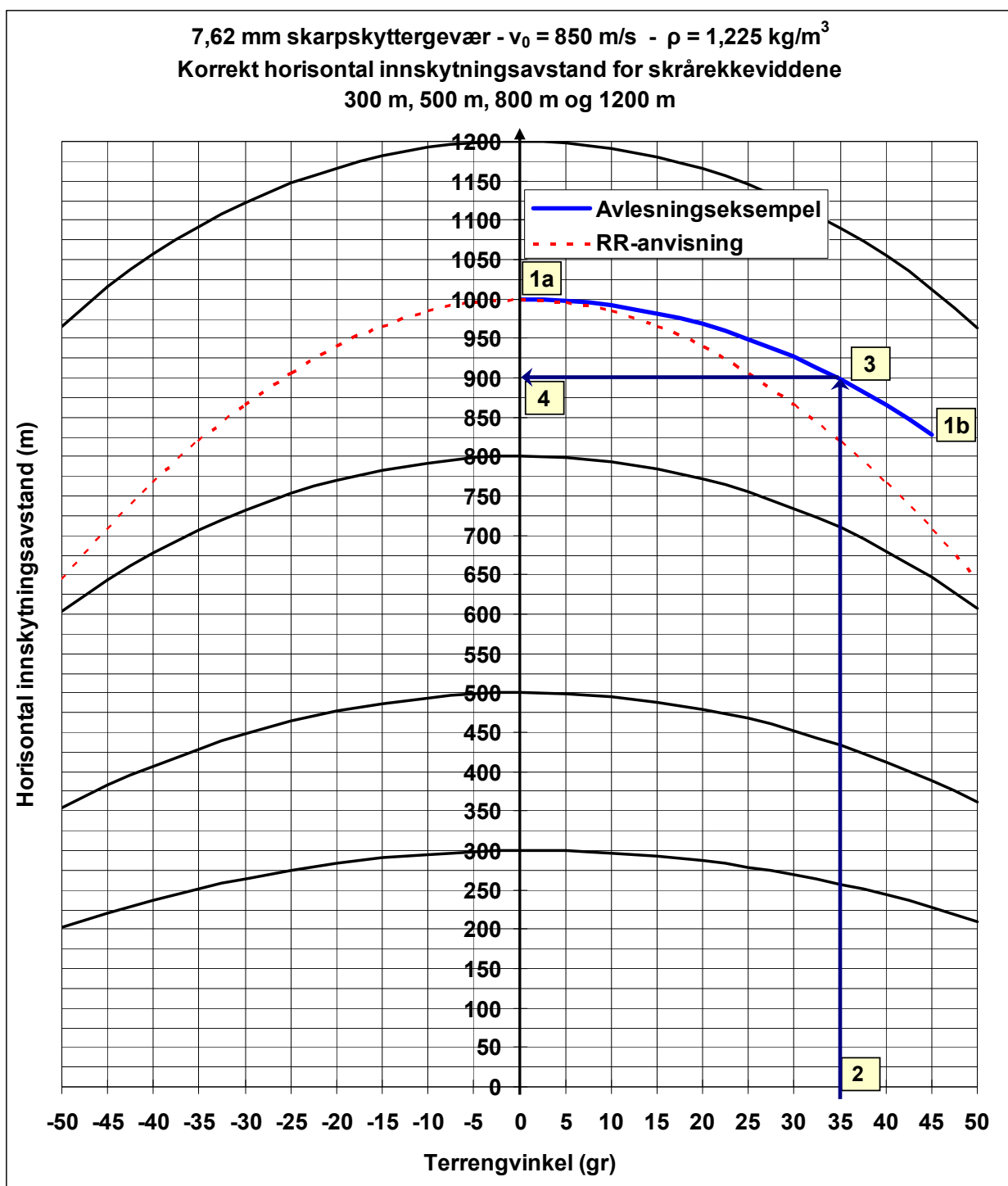
### 6.2 Beskrivelse av modellen

Metoden går ut på å estimere eller måle skråavstanden og siktevinkelen (gjennomsnittlig terrengvinkel) til målet. På et ”overlegg” tilsvarende som vist i figur 6.1, er det tegnet inn kurver for noen få aktuelle avstander, som angir verdier for siktejustering. Med en blyant eller tusj tegnes raskt en kurve basert på den aktuelle avstand og helningsvinkel. Deretter avleses den horisontale avstand siktet skal justeres til.

Fremgangsmåten forklares enklest ved å vise et konkret eksempel, i dette tilfellet 7,62 mm skarpskyttergevær. Diagrammet er basert på simuleringer der utgangshastigheten er 850 m/s.

Fremgangsmåte (Se figur 6.1 nedenfor):

1. Finn skråavstanden  $R$  til målet, for eksempel 1000 m. Tegn en kurve fra denne verdien på y-aksen, som best mulig følger krumningen til de to ferdiglagde kurvene på hver side, i dette tilfellet  $R = 800$  m og  $R = 1200$  m. (Denne kurven er markert i diagrammet med start 1a og endepunkt eksempelvis 1b).
2. Ut fra terrengets helningsvinkel, i dette eksemplet 35 grader (dvs. oppoverbakke), tegnes en vertikal strek fra 1.aksen til denne skjærer kurven tegnet i foregående trinn, (dvs. fra 2 til 3 på figuren).
3. Deretter trekkes en horisontal strek fra skjæringspunktet med kurven (3) og mot y-aksen. Verdien der denne streken treffer y-aksen (punkt 4), er den søkte horisontalavstand siktet skal justeres til.



**Figur 6.1** *Illustrasjon på en fremgangsmåte for å finne horisontalavstanden siktet skal justeres til ved skyting i skrått terreng. I overlegget er fire faste kurver tegnet for henholdsvis 300 m, 500 m, 800 m og 1200 m. Etter å ha funnet skråavstanden (i dette tilfellet 1000 m) og terrengvinkelen (her 35 grader) frem til målet, tegnes en ny strek (farget blå) som best mulig følger krumningen til de to sorte strekene på hver side. Deretter trekkes en rett strek fra avlest terrengvinkel og opp til den blå kurven (2→3). Der disse skjærer hverandre, trekkes en vannrett strek mot y-aksen (3→4). Skjæringspunktet med denne er den korrekte horisontalavstand siktet skal justeres til. (I diagrammet er også tegnet en stiplet rød strek som viser RRs feilaktige anvisning).*



Diagrammet viser tydelig den store forskjellen på horisontalverdiene som RR anviser og hva "Feltmodellen" gir.

I vedlegg F6 figur F6.3 side 143 er vist et tilsvarende overlegg for 40 mm AGL. Også denne figuren demonstrerer tydelig at Rifleman's Rule tilviser altfor korte horisontalavstander som utgangspunkt for siktejustering.

### 6.3 Drøfting av modellen

Som det fremgår av simuleringresultatene for 7,62 mm skarpskyttergevær, for 12,7 mm MP og 40 mm AGL vil denne siktejusteringsmodellen i de fleste tilfeller være et vesentlig bedre verktøy enn RR.

I det konkrete eksemplet vist i figur 6.1 foran, anviser Rifleman's Rule en siktejustering basert på en horisontal avstand på 819 m (jf. tabell F1.1 side 117 for  $R = 1000$  m og  $\alpha = 35^\circ$  markert gult), mens den korrekte er på ca 900 m. Dette vil innebære at prosjektilet med RR-justering går mer enn 2 m for lavt.

Modellen baserer seg på at våpenet er innskutt under samme forhold som i den aktuelle situasjonen, dvs. med samme utgangshastighet og lufttetthet. Det er ved hjelp av simuleringer testet hvor mye typiske avvik i disse størrelsene vil påvirke selve avlesningen av feltoverlegget.

Som det fremgår av drøftingen i avsnittene 4.4.3-4.4.5, skal det mye til at det er avvik i *utgangshastighet* som vil bidra mest til at det bommes. Selv med såpass stort avvik som  $\pm 30$  m/s (ca  $\pm 3,5\%$  når  $v_0 \approx 850$  m/s), kan samme overlegg benyttes. Dette er demonstrert i figur F6.1 (vedlegg F6 side 141) med en  $v_0 = 820$  m/s.

Dersom en antar en  $v_0 = 820$  m/s i stedet for 850 m/s, vil modellens overlegg altså ikke endre seg synlig. En sammenligning mellom figur 6.1 foran og figur F6.1 viser dette. **Årsaken til at en slik endring i utgangshastighet ikke påvirker overleggets utseende og brukbarhet, er at alle de ferdig inntegnede referansekurvene endrer fasong "i samme takt"**. Det er m.a.o. ikke selve *overlegget* som vil forårsake at en bomber på grunn av feil antagelse om  $v_0$ .

Tabell F1.2 side 118-120 i vedlegg F1 for 7,62 mm skarpskyttergevær viser simuleringresultater med lufttetthet  $\rho = 1,006$  kg/m<sup>3</sup>. Dette tilsvarer en "ICAO-høyde" på ca 2000 m.o.h. Som vi ser av tabellen, anviser "Feltmodellen" i dette tilfellet at siktet justeres til horisontalavstand 887,68 m  $\approx$  890 m, når det skytes på 1000 m skråavstand og terrengvinkel 35 grader. Anta at skytteren ikke er klar over den reduserte lufttettheten på utgangsstedet, og bruker de 900 m horisontalavstand som vedlegget basert på lufttetthet 1,225 kg/m<sup>3</sup> foreslår. En enkel simulering for akkurat dette viser at det ikke vil skytes mer enn ca 28 cm for høyt (når en kun ser på siktejustering på grunn av endring i terrengvinkel). Dette er *marginalt* i forhold til den forandring som endringen i lufttetthet vil gi for selve prosjektilbanen, også ved horisontal skyting. Som det fremgår av tabell F1.2 for  $R = 1000$  m, vil det skytes ca 2,2 m for høyt både ved terrengvinkel 0° og terrengvinkel 35° (sistnevnte markert gult), dersom det ikke er innskutt på nytt med den lavere angitte lufttettheten (eller at siktet justeres etter dette ved hjelp av tabeller).

**Konklusjon:** Feltmodellen basert på et medbragt plastoverlegg og en tusj fungerer betydelig bedre enn Rifleman's Rule. En fordel med denne metoden er at den ikke krever beregninger, dersom en kjenner grunnlagsdata, som for øvrig alle andre metoder også krever.

## 7 Sammendrag og konklusjoner

Denne rapporten bidrar med bl.a. følgende:

- Det dokumenteres at det både i anerkjente bøker og på presumptivt seriøse Internettsteder finnes mer eller mindre alvorlige feil og misforståelser angående temaet skyting i skrått terreng. Noen av disse er forklart og ”rettet opp” i denne rapporten.
- De viktigste faktorene som bestemmer prosjektilbanens form, er forsøkt forklart på en relativt enkel grafisk måte, med lite bruk av matematikk. (Jf kapittel 2).
- Temaet prosjektilbevegelse i vakuum er beskrevet på en kortfattet, men relativt fullstendig måte. I denne forbindelse presenteres flere likninger og regler det ikke ser ut til er publisert tidligere. (Jf. kapittel 3).
- Det er utviklet et regnemaskinprogram basert på den såkalte massepunktmodellen, som simulerer prosjektilbevegelsen under ulike forhold. Der resultater fra disse simuleringene er sammenlignet med skytetabeller fra NAMMO eller Forsvarets reglementer, er det i hovedsak meget god overensstemmelse.
- Ved hjelp av simuleringverktøyet er det vist at flere ”tommelfingerregler” som gjelder ved maksimal rekkevidde i vakuum, også gjelder med god tilnærming for våpensystemet GUR, som har liten prosjektilhastighet.
- Når det gjelder banekrumning for 12,7 mm MP-ammunisjon, er det svært godt samsvar mellom FFIs resultater og simuleringer gjennomført som en del av arbeidet med foreliggende rapport. NAMMOs skytetabeller avviker her noe, foreløpig uvisst av hvilken grunn.
- Den mye brukte korreksjonsregelen *Rifleman's Rule* er vist stemmer bra i de fleste tilfellene med svært små oppsatser og i terreng som ikke er veldig bratt. Men i enkelte meget aktuelle tilfeller viser denne rapporten at nevnte regel gir helt feil anvisninger for korreksjon av siktet. Den kan endog medføre at bommen blir større enn uten noen siktekorreksjon i det hele tatt.
- Det er presentert en alternativ metode til Rifleman's Rule (RR), som i likhet med denne, baserer seg på bruk av cosinus til terrengvinkelen. Denne ”nye” metoden gir for flatbanevåpen en svært mye bedre anvisning for siktejustering enn hva RR gir.
- Det er videre utviklet en ny og enkel ”feltmetode” for raskt å finne hvor mye siktet skal justeres ved skyting i skrått terreng. Denne kan forhåpentligvis ha en nytteverdi i felt fordi den ikke krever noen utregninger, men bare noen enkle ”streker” på et plastoverlegg. Simuleringer viser at denne metoden i mange tilfeller gir betydelig bedre siktekorreksjon enn for eksempel hva *Rifleman's Rule* gir.

Simuleringer gjennomført i denne rapporten og som er sammenliknet med hva andre profesjonelle instanser har kommet fram til, stemmer som nevnt meget bra overens når det gjelder prosjektilbanen sett i vertikalprojeksjon. Det kan derfor med rimelig stor grad av sikkerhet konkluderes med at en kan stole på de øvrige resultatene som er presentert i denne rapporten, under de forutsetninger som er gitt i hvert enkelt tilfelle. Det er dokumentert at eventuelle avvik med stor sannsynlighet ligger langt innenfor avvik som kan oppstå i felt når en ikke tar hensyn til endringer i viktige parametere som påvirker prosjektilbanen.

Dersom det skulle vise seg at den presenterte modellen for siktejustering i felt faller i ”god jord”, kan det være interessant å teste denne ved noen prøveskytinger. Det ville glede forfatteren av denne rapporten meget om dette blir gjort.

## Referanser

- [1] "Rifleman's rule", [http://en.wikipedia.org/wiki/Rifleman%27s\\_rule](http://en.wikipedia.org/wiki/Rifleman%27s_rule), 2009-08-25.
- [2] "Trajectory", <http://en.wikipedia.org/wiki/Trajectory>, 2009-08-25.
- [3] Baltzersen, Rolf (2010). *Store Norske Wikipedia*. Utdanning nr 12-2010.
- [4] UD 6-5-2 (juli 1994), "Våpentjeneste skarpskyttergevær 7,62 mm x 51 NM 149, Hefte 2 Utdannelse", Infanteriinspektøren.
- [5] NAMMO: *Firing Data Table, 12.7 mm x 99 MP NM140F2*, constructed from March 2004 Hjerkin Trials, Barrel: Barrett 29".
- [6] [http://www.amazon.com/Modern-Exterior-Ballistics-Symmetric-Projectiles/dp/0764307207/ref=cm\\_cr\\_pr\\_pb\\_i](http://www.amazon.com/Modern-Exterior-Ballistics-Symmetric-Projectiles/dp/0764307207/ref=cm_cr_pr_pb_i)
- [7] McCoy Robert L (1999). *Moderen Exterior Ballistics, The Launch and Flight Dynamics of Symmetric Projectiles*. Schiffer Publishing.
- [8] McDonald WT, "Inclined Fire", [www.exteriorballistics.com/ebexplained/article1.html](http://www.exteriorballistics.com/ebexplained/article1.html), 2009-08-12.
- [9] Ole Anton Haugland (1983): *A puzzle in elementary ballistics, The Physics Teacher Vol 21*, p. 246.
- [10] Resnick R, Halliday D, Krane K S (1992). *Physics, 4<sup>th</sup> Edition, Volume 1*. John Wiley & Sons, Inc. side 67, oppgave 10 henvisning til Ole Anton Haugland i The Physics Teacher, April 1983, p. 246
- [11] *Artillerilära för Kustartilleriet. Artlära Ka.* (1984). Chefen för marinledningen. Kustartilleriets stridsskola.
- [12] M 7742 – 186012, *Skjutlära för Armén* (1986). Chefen för armén, Stockholm.
- [13] *Handbook on Weaponry* (1982). Rheinmetall GmbH, Düsseldorf.
- [14] Chapter 10 Exercises pg. 206, 14.: <http://home.southernct.edu/~tremblayer1/hewitt/phy111chapters10thpdf/Section1/ch10.pdf>
- [15] UNSW, School of Physics, Sydney, Australia: [http://www.animations.physics.unsw.edu.au/jw/monkey\\_hunter.html](http://www.animations.physics.unsw.edu.au/jw/monkey_hunter.html)
- [16] Boston University, Physics Department: [http://physics.bu.edu/~duffy/semester1/c04\\_monkey/hunter.html](http://physics.bu.edu/~duffy/semester1/c04_monkey/hunter.html)
- [17] [http://webphysics.davidson.edu/physlet\\_resources/gustavus\\_physlets/MonkeyandHunter.html](http://webphysics.davidson.edu/physlet_resources/gustavus_physlets/MonkeyandHunter.html)
- [18] <http://waowen.screaming.net/revision/force&motion/mandh.htm>
- [19] Professor Ephraim Fischbach demonstrates the hunter and the monkey: <http://www.5min.com/Video/Physics-in-Action-The-Hunter-and-the-Monkey-174067794>
- [20] "Figuring Physics": *The Physics Teacher, Vol 40, Issue 6*, p. 246.
- [21] John Pratt: *Figuring Physics: A Full Solution and a Challenging Problem*. The Physics Teacher, Vol 41, Issue 4, p, 220.
- [22] Carlucci Donald E, Jacobson Sidney S (2008). *Ballistics, Theory and Design of Guns and Ammunition*. CRC Press.
- [23] Meriam J L, Kraige L G (1993). *Engineering Mechanics, Volume Two, Third Edition: Dynamics*. John Wiley & Sons, Inc.
- [24] Resnik, Robert et al (1992): *Physics, Volume 1, fourth ed.*, John Wiley & Sons, Inc.
- [25] Brown, Ronald A (1992): *Maximizing the Range of a Projectile*, The Physics Teacher, Vol. 30, Issue 6
- [26] William S. Porter (1977): *The range of a projectile*, The Physics Teacher, Vol. 15, Issue 6.
- [27] Inouye, Carey S og Chong, Eric W T (1992): *Maximum Range of a Projectile*. The Physics Teacher, Vol. 30, Issue 3.
- [28] Springer Online Reference Works. <http://eom.springer.de/C7c027320.htm> (hentet fra Encyclopedia of Mathematica).

- [29] <http://en.wikipedia.org/wiki/Curvature>
- [30] TH9-1005-25/214-10, midlertidig utgave (31.03.08), *Gevær, skarpskytter, 7,62 mm x 51, HK417*, FLO/S/Landkapasiteter.
- [31] UD 5-9 (1973). *Våpentjeneste gevær 7,62 mm x 51 automatisk gevær 3 (AG 3). Grunnleggende skyteutdanning*. Oslo. Forsvarets overkommando/Hærstaben.
- [32] UD 5-21-2 (2008). *Retningslinjer for våpentjeneste automatgevær 5.56 mm x 45 HK 416 N og HK 416 K. Hefte 2, skyteutdanning*. Oslo, TRADOK.
- [33] UD 6-7-2 (versjon 2.0 24.01.01). *Våpentjeneste skarpskyttergevær 12,7 mm x 99, hefte 2, Utdanning*. Skyte- og vinterskolen for Infanteriet.
- [34] UD 5-11 (1974), "Våpentjeneste gevær 7,62 mm automatisk gevær (AG 3), Videregående skyteutdanning", Forsvarets overkommando/Hærstaben.
- [35] SÆP 40 (2005). *Skarpskyttertjeneste – Håndbok for kystjegere*. Stridsskolen for Kyst- og Amfibieoperasjoner. Haakonsværn.
- [36] Pejisa A J (1991). *Moderen Practical Ballistics*". Kenwood Publishing, Minneapolis, Minesota.
- [37] <http://www.exteriorballistics.com/ebexplained/index.cfm>
- [38] About The Authors – exterior ballistics: <http://www.exteriorballistics.com/ebexplained/authors.cfm>
- [39] Ballistic Ranging Methods and Systems for Inclined Shooting: <http://www.faqs.org/patents/app/20090200376>
- [40] <http://www.theighroad.org/archive/index.php/t-66403.html>
- [41] Rinker, Robert A (2007). *Understanding Firearm Ballistics, Basic to Advanced Ballistics, Simplified, Illustrated & Explained. Sixth edition*. Mulberry House Publishing.
- [42] *Textbook of Ballistics and Gunnery*, Volume One, Part I Basic Theory, Part II Application and Design (1987). London. Her Majesty's Stationary office.
- [43] Grandum, Øyvind: *E-post med vedlegg sendt 07.05.2009*
- [44] Grandum, Øyvind (2003): *Analytiske metoder for baneberegning av flatbaneprosjektiler*, FFI/NOTAT-2003/01742
- [45] Moss G M, Leeming D W, Farrar CL (1995). *Military Ballistics, A Basic Manual*. Land Warfare: Brassey's New Battlefield Weapons and Technology Series into the 21<sup>st</sup> Century. Volume 1.
- [46] Kneubuehl Beat P. (1998). *Geschosse, Ballistik, Treffsicherheit, Wirkungsweise*. Verlag Stocker\_schmid AG, Dietikon-Zürich, 2. Auflage 1998.
- [47] Mustafa Cavcar, professor, School of Aviation: *The International Atmosphere (IS)*. Artikkel på: <http://home.anadolu.edu.tr/~mcavcar/common/ISAweb.pdf>
- [48] *Textbook of Ballistics and Gunnery*, Volume Two, Part III, Measurements, Instrumentation and Data Derivation (1984). London. Her Majesty's Stationary office.
- [49] *Vapenlära för Armén, Vapenlära A* (1986). Chefen för armén, Stockholm, M7742-108001.
- [50] Michaelis D (2000). *The Complete .50-Caliber Sniper Course. Hard-Target Interdiction*. Palladin Press · Boulder, Colorado.
- [51] Long Range Hunting Online Magazine: Air Temperature Effects On Muzzle Velocity, <http://www.longrangehunting.com/>
- [52] Sgt G. Roberts: Long Range Shooter: <http://longrangeshooter.com/2009/02/temperature-effects-on-zero/>
- [53] <http://www.mil.no/start/article.jhtml?articleID?189761>
- [54] [http://en.wikipedia.org/wiki/Salang\\_Pass](http://en.wikipedia.org/wiki/Salang_Pass)

- [55] TH9-1010-25/205-24 (13.06.2008): *Teknisk håndbok, utskyter, granat, 40mmx53, AGL*, midlertidig versjon. FLO/Landkapasiteter.
- [56] UD 6-25 (1990). *40 mm granatutskytingsrør for AG 3. Våpenkjennskap. Skyteutdannelse*. Oslo. Forsvarets overkommando/Hærstaben.
- [57] SDP 142 (2003). *AG 36 40 mm granatutskytningsrør for G 36 KV. Våpentjeneste. Skyteutdannelse*. Stridsskolen for Kyst- og Amfibieoperasjoner. Haakonsværn.
- [58] TS 6-25-3: *Patron, 40 mm x 46, spreng/splint, DM 101A2*. Teksthefte for transparentserie under Produktkatalog, Forsvarets logistikkorganisasjon.
- [59] UD 5-22-1 (2009). *Retningslinjer for 40 mm granatutskytningsrør (GUR) AG-HK 416. Hefte 1, våpenkjennskap og skyteutdannelse*. Oslo. TRADOK.
- [60] NAMMO: *Firing Data Table, 40 mm Mk285*, Ver. 1.0, 2008-May
- [61] E-post fra senioringeniør Per Stensland i FLO/S/SBL/AMS 7.12.2010.

### Forsidebilder

- Det øverste er en kopi av figur 2.3 i rapporten.
- Bildet nederst til høyre viser den såkalte "Vestlandsstillingen" og er med tillatelse fra Kysteskadren (KE) hentet fra [35].
- Bildet nederst til venstre er hentet fra Internett. (Bildet var tidligere åpent tilgjengelig, men er nå fjernet fra nettstedet. Av den grunn oppgis ikke denne kilden. Etter tidligere innsendt søknad til nettstedet har netteier ikke motsatt seg at bildet blir brukt).

## VEDLEGG A Rifleman's Rule

### A.1 Utledninger i Wikipedia

I dette vedlegget tas med utdrag av utledningen av Rifleman's Rule i Wikipedia for å vise hva den omtalte feilen består i. Dette er hentet fra [http://en.wikipedia.org/wiki/Rifleman's\\_rule](http://en.wikipedia.org/wiki/Rifleman's_rule) og <http://en.wikipedia.org/wiki/Trajectory> 12. mars 2010. Kommentarene som gis nedenfor er markert med gul farge.

#### Rifleman's rule

From Wikipedia, the free encyclopedia

[\[edit\]](#) Inclined trajectory analysis

The situation of shooting on an incline is illustrated in Figure 4.

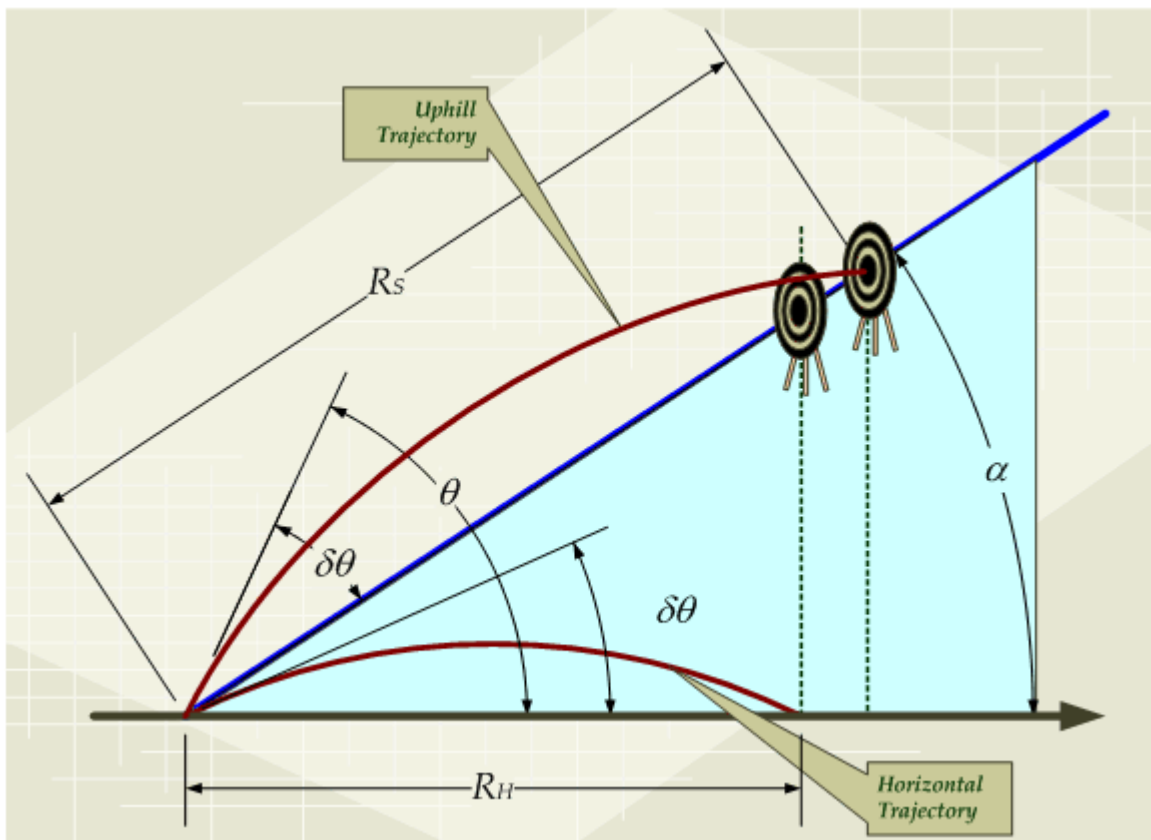


Figure 4: Illustration of Shooting on an Incline.

Figure 4 illustrates both the horizontal shooting situation and the inclined shooting situation. When shooting on an incline with a rifle that has been zeroed at  $R_H$ , the bullet will impact along the incline as if it were zeroed at a longer range  $R_S$ . Observe that if the rifleman does not make a range adjustment, his rifle will appear to hit above its intended aim point. In fact, riflemen often report their rifle "shoots high" when they engage a target on an incline and they have not applied the rifleman's rule.

Equation 6 is the exact form of the rifleman's equation. It is derived from Equation 11 in [Trajectory](#).

$$R_S = R_H (1 - \tan(\delta\theta) \tan(\alpha)) \sec(\alpha) \text{ (Equation 6)}$$

**[edit]** Derivation

Equation 6 can be obtained from the following equation, which was named equation 11 in the article [Trajectory](#).

$$R_S = \frac{v_{\text{Bullet}}^2 \sin(2\theta)}{g} (1 - \cot(\theta) \tan(\alpha)) \sec(\alpha)$$

**Kommentar:**

Dette er en riktig formel, men i artikkelen den er hentet fra, [2], står den på side 5 skrevet med  $\tan\theta$  og ikke  $\cot\theta$ . Nedenfor vises hva denne feilen består i. En sannsynlig årsak til "forvirringen" omkring denne ombyttingen er sammenblandingen av vinklene  $\theta$  og  $\delta\theta$  (henholdsvis elevasjonsvinkel og oppsatsvinkel i figuren ovenfor). Sistnevnte formel benytter forfatteren av [1] litt omstendelig videre til utledningen av den "eksakte" Rifleman's Rule, nemlig den skrevet med deres symboler:

$$R_S = R_H (1 - \tan(\alpha) \tan(\delta\theta)) \sec(\alpha)$$

This completes the derivation of the exact form of the rifleman's rule.

**Kommentar**

Her følger utdrag fra [2] som artikkelforfatteren til [1] henter "equation 6" (nederst på forrige side) fra:

**Trajectory****From Wikipedia, the free encyclopedia**

Jump to: [navigation](#), [search](#)

For other uses, see [Trajectory \(disambiguation\)](#).



This article **does not** [cite](#) any [references or sources](#).

Please help [improve this article](#) by adding citations to [reliable sources](#). Unsourced material may be [challenged](#) and [removed](#). *(September 2009)*

**[edit]** Uphill/downhill in uniform gravity in a vacuum

This section's **factual accuracy** is [disputed](#). Please see the relevant discussion on the [talk page](#). *(March 2008)*

Given a hill angle  $\alpha$  and launch angle  $\theta$  as before, it can be shown that the range along the hill  $R_s$  forms a ratio with the original range  $R$  along the imaginary horizontal, such that:

$$\frac{R_s}{R} = (1 - \cot \theta \tan \alpha) \sec \alpha \quad (\text{Equation 11})$$

**Kommentar:**

Dette er den riktige formelen, men forfatteren ender i sin utledning på en feilaktig variant. Hans utledning er riktig fram til denne likningen:

$$R_s = \frac{2v^2 \cos^2 \theta}{g} \left( \frac{\sin \theta}{\cos \theta} - \tan \alpha \right) \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}$$

Now this can be refactored and the [trigonometric identity](#) for  $\sec \alpha = \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}$  may be used:

$$R_s = \frac{2v^2 \cos \theta \sin \theta}{g} \left( 1 - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \tan \alpha \right) \sec \alpha$$

Now the flat range  $R = v^2 \sin 2\theta / g = 2v^2 \sin \theta \cos \theta / g$  by the previously used [trigonometric identity](#) and  $\sin \theta / \cos \theta = \tan \theta$  so:

$$R_s = R(1 - \tan \theta \tan \alpha) \sec \alpha$$

$$\frac{R_s}{R} = (1 - \tan \theta \tan \alpha) \sec \alpha$$

Her skal det være omvendt, nemlig:  $\frac{\cos \theta}{\sin \theta}$

Det skal derfor stå  $\cot \theta$  her.

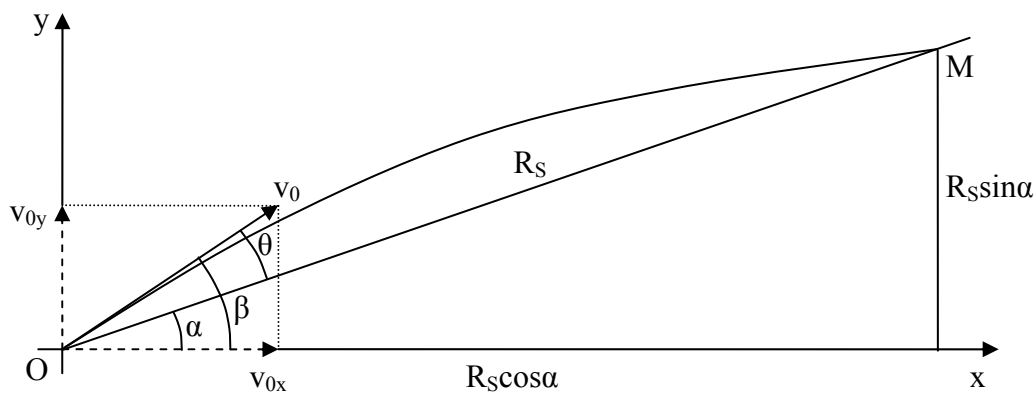
### Kommentar:

I <http://en.wikipedia.org/wiki/Talk:Trajectory> er denne forbyttningen ganske riktig antydnet av personen signert "Mark" i hans diskusjon med personen "Sam".

## A.2 En alternativ utledning

Forutsetninger:

- Kun tyngden (gravitasjonskraften) virker på prosjektilet.
- Skyteavstanden er ikke lengre enn at gravitasjonsvektoren hele tiden er konstant i størrelse og retning.



**Figur A.1** Skyting i skrått terreng – symbolangivelser.

Definisjon av symboler:

- $v_0$ , utgangshastigheten
- $\alpha$ , terrengets helningsvinkel



- $\beta$ , elevasjonsvinkel i forhold til horisontalplanet
- $\theta$ , oppsatsvinkel, dvs. elevasjonsvinkel i forhold til siktelinjen (OM)
- $R_s$ , rekkevidden målt langs siktelinjen.

Vi tar utgangspunkt i likning (3.30) og erstatter  $1/(1+\tan^2\beta)$  med  $\cos^2\beta$ :

$$R_s = \frac{2v_0^2 \cos^2 \beta}{g \cos \alpha} \cdot (\tan \beta - \tan \alpha) \quad (\text{A.1) tilsvarer (3.30)}$$

Det kan enkelt vises (jf. også formelsamling i trigonometri) at :

$$\tan \beta - \tan \alpha = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\cos \beta \cos \alpha} \quad (\text{A.2})$$

Dette innsatt i (A.1) gir likningen (A.4) nedenfor, etter forkorting med  $\cos \beta$  og ved å bruke at (jf. figur A.1):

$$\beta = \alpha + \theta \quad (\text{A.3})$$

$$R_s = \frac{2v_0^2 \cos \beta}{g \cos^2 \alpha} \cdot \sin \theta \quad (\text{A.4})$$

Det er ”praktisk” å begrense antall vinkler i (A.4) til de to ”fundamentale”, nemlig terrenghelningen  $\alpha$  og oppsatsvinkelen  $\theta$ . Vinkelen  $\beta$  gitt ved (A.3) innsatt i (A.4) sammen med den trigonometrisk formelen for  $\cos$  til en sum av to vinkler gir:

$$\begin{aligned} R_s &= \frac{2v_0^2 (\cos \alpha \cos \theta - \sin \alpha \sin \theta)}{g \cos^2 \alpha} \cdot \sin \theta \Rightarrow \\ R_s &= \frac{2v_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g \cos \alpha} \cdot \left(1 - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right) \Rightarrow \\ R_s &= \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g \cos \alpha} \cdot (1 - \tan \alpha \tan \theta) \quad (\text{A.5}) \end{aligned}$$

### Innskyting

Når et våpen skal *innskytes* (på engelsk kalles dette gjerne ”*zero in*”), velges en avstand horisontalt som samsvarer med den/de avstand(er) som er relevant i forhold til hva det skal skytes mot. Ved skyting i horisontalt terreng er  $\alpha = 0$  og  $\beta = \theta$  (jf figur A.1). Rekkevidden i horisontalt terreng med oppsats  $\theta$  er (jf. likning (3.19):

$$R_H = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} \quad (\text{A.6) = (3.19)}$$

Dette innsatt i (A.5) gir følgende uttrykk for rekkevidden,  $R_s$ , i skrått terreng og med samme oppsats  $\theta$  som ved skyting i horisontalt terreng:

$$R_s = R_H \cdot (1 - \tan \alpha \tan \theta) \cdot \frac{1}{\cos \alpha} \quad (\text{A.7) = (3.64)}$$

Dette er den ”eksakte” *Rifleman's Rule*.

For små vinkler  $\alpha$  og  $\theta$  er parentesens i likning (A.7) tilnærmet lik 1. (Dersom vi eksempelvis setter  $\alpha = \theta = 10^\circ$ , er produktet  $\tan\alpha \cdot \tan\theta \approx 0,03$ ). Desto mindre vinkel  $\alpha$  og/eller  $\theta$ , desto nærmere er parentesverdien = 1. Det er derfor vanlig å sløyfe denne parentesens. Likning (A.7) på tilnærmet form blir da:

$$R_S = R_H \cdot \frac{1}{\cos \alpha} \quad \Leftrightarrow \quad R_H = R_S \cdot \cos \alpha \quad (\text{A.8}) = (3.63)$$

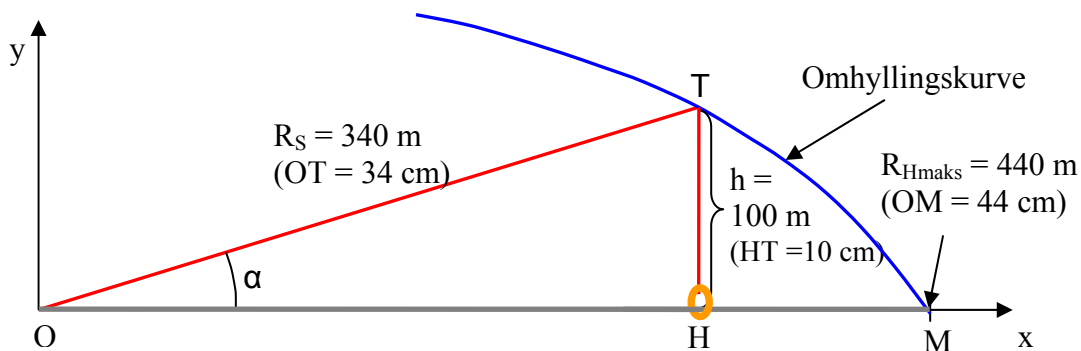
Det er denne likningen som omtales som "Rifleman's Rule" eller "cosinusregelen" i noen av Forsvarets reglementer.

## VEDLEGG B    Konstruksjon av omhyllingskurven

Dersom skrårekkevidden  $R_S$  i figur 3.7 side 26 er den maksimale ved den gitte terrengvinkel  $\alpha$ , må punkt M, som nevnt i avsnitt 3.4.3, ligge på omhyllingskurven.

Som en ren kuriositet viser likning (3.42) at omhyllingskurven kan tegnes på for eksempel en finérplate med følgende enkle ”mekaniske” innretning (jf figur B.1 nedenfor):

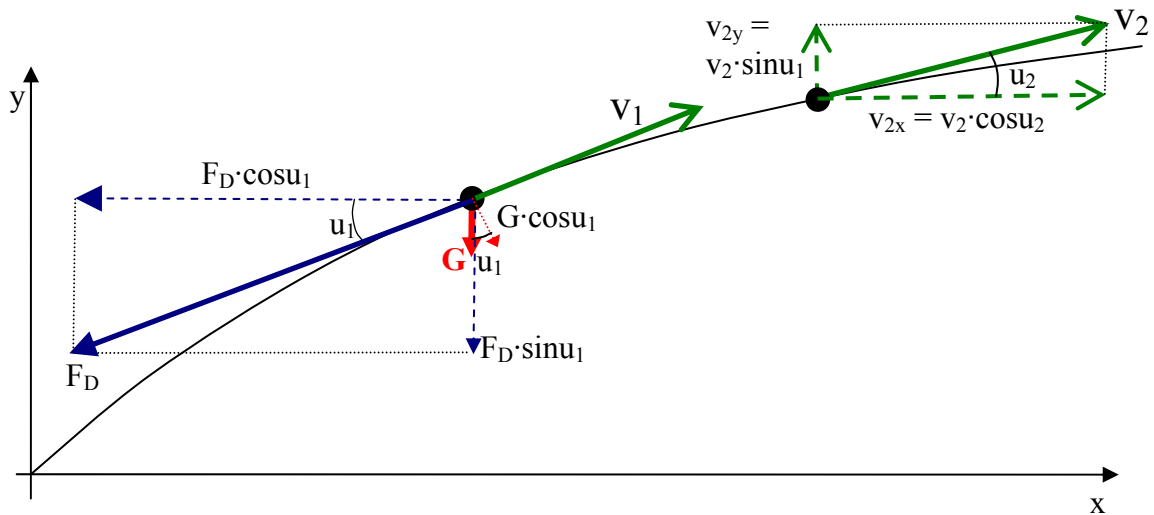
1. Tegn inn en x- og en y-akse. Slå to spiker et lite stykke inn i platen, den ene i origo (O, representert ved utskytningsstedet) og den andre i det punktet på x-aksen som representerer maksimal horisontal rekkevidde, (M). Bruk for eksempel målestokk 1:1000.
2. Fest en hyssing i ”origospikeren” og en liten ring i den andre enden av hyssingen slik at når denne er stram, er ringen ved punktet M.
3. Tre en ståltråd gjennom ringen og fest ståltråden som en ”løpestreng” stramt mellom de to spikrene (det grå linjestykket OM i figuren).
4. Press en blyant vinkelrett på platen og mot hyssingen (rød farge i figuren) og før blyanten fra punkt M oppover platen. Sørg for at blyanten hele tiden holder hyssingen stram og at ringen (oransje farge i punkt H i figur B.1) sklir langs ståltråden slik at tråden mellom blyanten og ringen er vinkelrett på ståltråden. (I figuren er blyantspissen i punkt T).
5. Blyantspissen vil da tegne omhyllingskurven (blå strek i figuren), fordi **hyssingens lengde er  $OM = OT + HT$** .



**Figur B.1**    *Modell for konstruksjon av omhyllingskurven.*

## VEDLEGG C Modell for prosjektilbaneberegning

### C.1 Massepunktmodellen



**Figur C.1** Dekomponering av krefter og hastighet horisontalt og vertikalt.

Simuleringsprogrammet er omtalt i avsnittene 4.1 og 4.2. I dette vedlegget utdypes dette noe.

#### Antagelser:

- i) Kun tyngden  $G$  og luftmotstanden  $F_D$  virker på prosjektilet i banen.
- ii) Begge krefter har sitt angrepspunkt i prosjektilets massesenter.

Luftmotstanden  $F_D$  har pr definisjon til enhver tid retning motsatt av hastighetsvektoren  $v$ . (Se figuren over).

Luftmotstanden er gitt ved:

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho A v^2 \quad (\text{C.1})$$

der luftmotstandskoeffisienten  $C_D$  defineres ved likning (C.1),  $\rho$  er lufttettheten,  $v$  er hastigheten og  $A$  er prosjektilets tverrsnittareal gitt ved kaliberet  $c$ :

$$A = \pi \left( \frac{c}{2} \right)^2 \quad (\text{C.2})$$

$C_D$ -koeffisienten er hastighetsavhengig. Et diagram for denne er vist i Vedlegg D.2 basert på oppgitte verdier fra testskytinger som NAMMO utførte på Hjerkinnskytefelt i mars 2004. (Jf. vedlegg E). I simuleringsprogrammet er denne  $C_D$ -kurven delt inn i 5 intervaller. Et 2. grads-polynom for hvert av intervallene tilpasses best mulig til  $C_D$ -kurven. For hvert enkelt punkt i banen beregnes en ny  $C_D$ -verdi ut fra den hastighet prosjektilet har i det aktuelle banepunktet.

Newtons 2. lov  $\Sigma F = ma$  gir at akselerasjonene henholdsvis horisontalt og vertikalt er gitt ved:

$$a_x = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{-F_{Dx}}{m} = \frac{-F_D \cos u}{m} \quad (\text{C.3})$$

$$a_y = \frac{\sum F_y}{m} = \frac{-F_{Dy} - G}{m} = \frac{-F_D \sin u - G}{m} = -\left(\frac{F_D \sin u}{m}\right) - g \quad (\text{C.4})$$

### Eksempel:

For å gi en antydning om typisk størrelsesforhold mellom luftmotstanden og tyngden, tar vi her med et lite eksempel med 12,7 mm MØR. Prosjekttilmasse  $m = 43$  g, lufttetthet  $\rho = 1,22$  kg/m<sup>3</sup>, luftmotstandskoeffisient  $C_D = 0,30$ , prosjekttilhastighet  $v = 800$  m/s (litt ut i banen) og tyngdeakselerasjon  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>.

Verdier innsatt i likning (C1) gir at luftmotstanden  $F_D = 14,8$  N. Tyngden  $G = mg = 0,42$  N

Luftmotstanden er altså i dette tilfellet vesentlig (ca 35 ganger) større enn tyngden, og har derfor den desidert største innvirkningen på prosjekttilbevegelsen. Siden luftmotstanden kun virker *langs* banetangenten, har den *ingen direkte* innvirkning på banekrumningen, slik det er nevnt tidligere i denne rapporten. Den har imidlertid en *indirekte* virkning på denne ved at flygetiden fram til målet blir lengre, slik at tyngdens komponent vinkelrett på banetangenten,  $G \cdot \cos u$ , derfor får lengre tid til å virke. Se figur C1. (Det er under de gitte forutsetninger kun *denne* tyngdekomponenten som direkte bidrar til krumningen av banen. Desto brattere banen er, desto mindre bidrar denne komponenten til denne).

## C.2 Simuleringsprogrammet

Det ble utarbeidet et Excel-program basert på de ovenstående formler for å regne ut banehøyden  $y$  som funksjon av horisontalposisjonen  $x$ . I programmet kan en velge en "steplengde"  $\Delta x$ , for eksempel  $= 0,01$  m. Dette gir et "tidsstep"  $\Delta t$  gitt ved:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_x} = \frac{\Delta x}{v \cos \beta} \quad (\text{C.5})$$

(Man kan naturligvis like gjerne velge et "tidsstep", men den grafiske fremstillingen i Excel blir mer "praktisk" ved å ha like store intervaller for strekningen langs horisontalplanet).

Hastighetsendringene i intervallet er gitt ved:

$$\Delta v_x = a_x \cdot \Delta t \quad (\text{C.6})$$

$$\Delta v_y = a_y \cdot \Delta t \quad (\text{C.7})$$

der  $a_x$  og  $a_y$  er gitt ved henholdsvis likningene (C.3) og (C.4).

Hastighetene ved starten og slutten av hvert intervall angis med henholdsvis  $v_1$  og  $v_2$  og tilsvarende for hastighetskomponentene  $v_x$  og  $v_y$ .

$$v_{2x} = v_{1x} + \Delta v_x \quad (\text{C.8})$$

$$v_{2y} = v_{1y} + \Delta v_y \quad (\text{C.9})$$

der  $\Delta v_x$  og  $\Delta v_y$  er gitt ved (C.6) og (C.7) henholdsvis.

Ny totalhastighet  $v_2$  beregnes ved:

$$v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} \quad (\text{C.10})$$

Den nye verdien  $v_2$  settes inn i likning (C.1) for å beregne den nye luftmotstanden  $F_{D2}$ .

Posisjonsendringene i intervallet er gitt ved

$$\Delta x = \frac{v_{1x} + v_{2x}}{2} \cdot \Delta t \quad (\text{C.11})$$

$$\Delta y = \frac{v_{1y} + v_{2y}}{2} \cdot \Delta t \quad (\text{C.12})$$

Ny vinkel  $u_2$  for hastighetsretningen gir følgende nye komponentverdier (jf figur C.1):

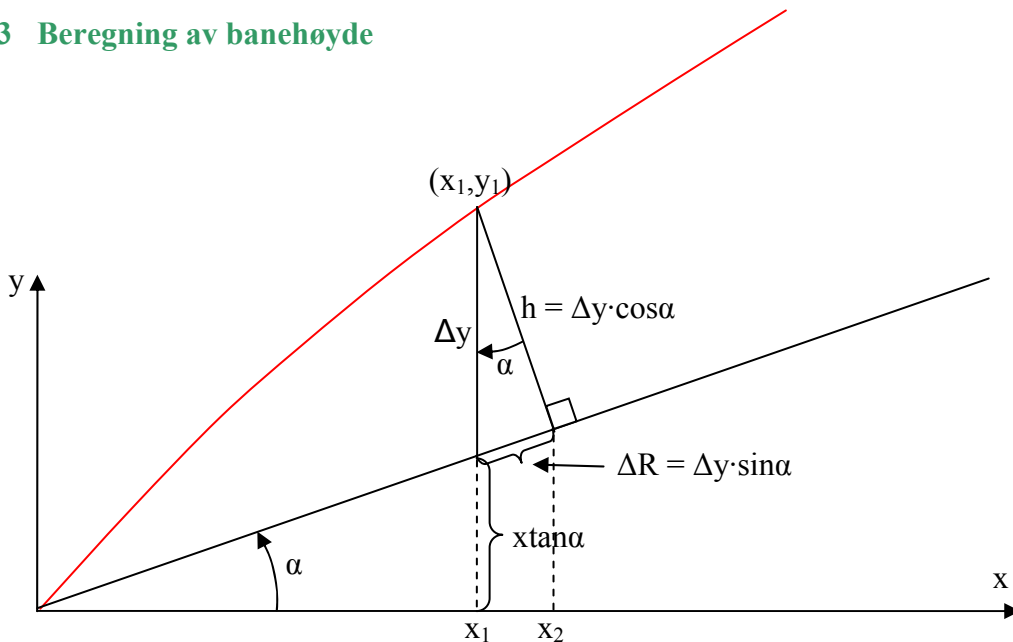
$$\cos u_2 = \frac{v_{2x}}{v_2} \quad (\text{C.13})$$

$$\sin u_2 = \frac{v_{2y}}{v_2} \quad (\text{C.14})$$

De nye verdiene settes inn i likningene (C.3) og (C.4) for å beregne de nye akselerasjoner  $a_{2x}$  og  $a_{2y}$  henholdsvis. "Loopen" er derved fullført og prosessen gjentas for neste "loop" ved å starte med likning (C.1) igjen og fortsette frem til likning (C.14).

Regnenøyaktigheten (med de gitte forutsetninger) kan endres ved å justere "steplengden"  $\Delta x$ . I våre beregninger viser det seg at  $\Delta x = 0,1$  m i de fleste tilfellene er en tilstrekkelig god nok "oppløsning". (For 40 mm GUR, der banen endrer retning raskere pr lengdeenhet, er det benyttet  $\Delta x = 0,01$  m).

### C.3 Beregning av banehøyde



**Figur C.2** Beregning av banens høyde over terrenklinjen og vinkelrett på denne.

I eksempelvis figur 4.8 er banehøyden over terrenklinjen fremstilt grafisk som funksjon av posisjon langs denne. Dette gjøres slik figur C.2 illustrerer. For hvert punkt  $(x_1, y_1)$  beregnes vertikalhøyden  $\Delta y = y_1 - x_1 \tan \alpha$ . Deretter beregnes forskyvningen  $\Delta R = \Delta y \cdot \sin \alpha$  langs terrenklinjen fram til fotpunktet gitt ved koordinaten  $x_2$ . Høyden  $h$  over dette fotpunktet vinkelrett på terrenklinjen er gitt ved  $h = \Delta y \cdot \cos \alpha$ .

## VEDLEGG D Grunnlagsdata – C<sub>D</sub>-verdier

### D.1 7,62 mm

#### Skytetabell for 7,62 mm NATO ammunisjon (NM 60) i NM 149<sup>39</sup>

Avstand i meter	Elevasjons- vinkel i streker	Fallvinkel i streker	Endehastighet m/s	Flyvetid Sek	Toppunkthøyder	
					Høyde i cm	Avstand
100	0,70	0,75	793	0,120	2	51
125	0,89	0,97	775	0,152	3	64
150	1,80	1,20	756	0,184	4	76
175	1,29	1,45	738	0,218	6	90
200	1,50	1,71	721	0,252	8	103
225	1,71	1,98	703	0,287	10	116
250	1,94	2,28	686	0,324	13	130
275	2,17	2,59	669	0,361	16	144
300	2,41	2,92	653	0,398	20	157
325	2,65	3,28	636	0,437	24	171
350	2,91	3,66	620	0,770	28	185
375	3,18	4,06	604	0,518	33	199
400	3,45	4,49	589	0,560	39	213
425	3,74	4,94	574	0,603	45	227
450	4,03	5,42	559	0,647	52	241
475	4,34	5,94	544	0,692	59	256
500	4,66	6,49	530	0,739	67	270
525	4,98	7,07	516	0,786	76	285
550	5,33	7,70	502	0,836	86	300
575	5,68	8,36	488	0,886	97	315
600	6,05	9,06	475	0,938	109	330
625	6,44	9,82	462	0,991	121	345
650	6,84	10,62	450	1,046	135	360
675	7,26	11,47	437	1,102	150	376
700	7,69	12,38	425	1,160	167	391
725	8,14	13,35	413	1,220	184	407
750	8,61	14,39	402	1,281	204	423
775	9,10	15,49	390	1,344	224	439
800	9,61	16,67	379	1,409	247	455

Prosjektil:	M63	Lufttemperatur:	+ 150C
Prosjektilvekt:	9,45 gram	Lufttrykk:	750 mm Hg
Tverrsnittbelastning:	20,7 g/cm <sup>2</sup>	Lufttetthet:	1,21 kp/cm <sup>3</sup>
Utgangshastighet:	870 m/sek	Luftfuktighet:	70 %
Ballistisk koeffisient C:	0,325	Kruttemperatur:	+ 210C

<sup>39</sup> Tabellen er hentet fra UD 6-5-2, [4] side XVIII-6.

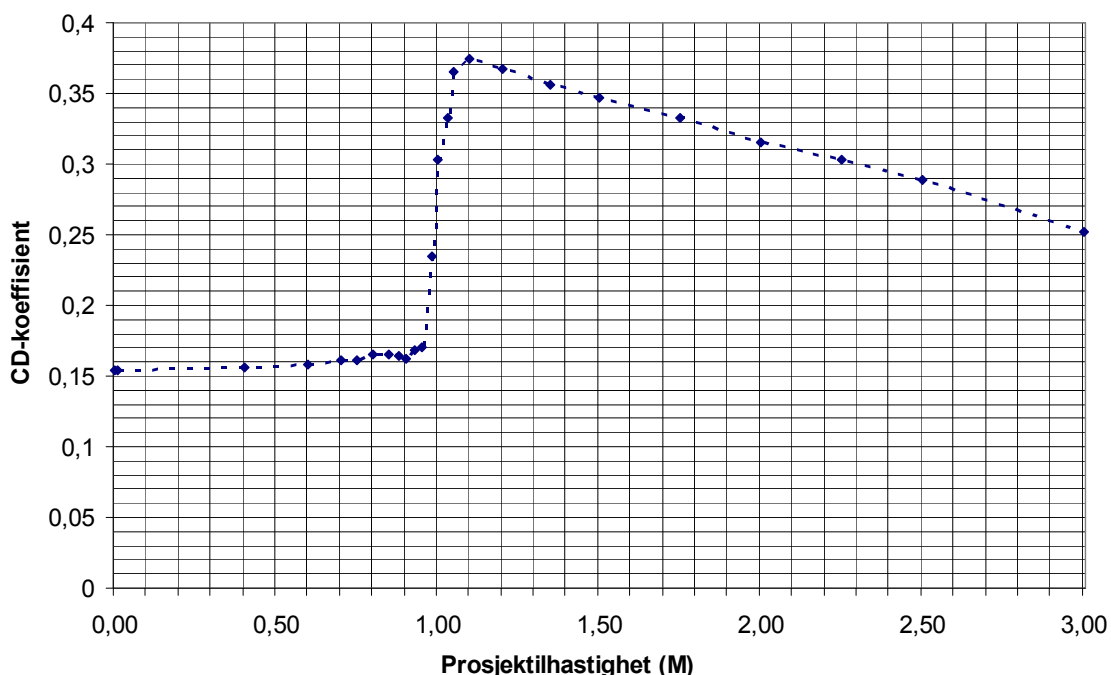
## D.2 12,7 mm MP

I beregningene for 12,7 mm MØR er det benyttet inngangsverdier i NAMMOS skytetabeller basert på deres testskyting på Hjerkin i mars 2004, [5]. Verdiene for ammunisjonstypen Multipurpose MP NM140F2 med skarpskytteriflen MØR Barrett M82A1 er følgende ("standardbetingelser"):

- Utgangshastighet 853 m/s
- Prosjektilmasse 43 g

Dessuten standard ICAO-verdier:

- Lufttetthet  $1,225 \text{ kg/m}^3$  ved havflaten
- Tyngdeakselerasjon  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
- Lydfart ved  $15 \text{ }^\circ\text{C}$ :  $340,3 \text{ m/s}$  (som grunnlag for  $C_D$ -koeffisient som funksjon av Mach-tall i figur D1 nedenfor).



**Figur D.1**  $C_D$ -koeffisient for 12,7 mm MP-prosjektil. (Jf. tabell i vedlegg E midt på s. 114).

$C_D$ -kurven er delt inn i 5 intervaller slik at  $C_D$  i hvert av disse med god tilnærming kan tilpasses med et 2. gradspolynom. Koeffisientene a, b og c i 2. gradspolynomet  $C_D(v) = av^2 + bv + c$  beregnes (løsning av 3 likninger med 3 ukjente) ved å bruke avleste  $C_D$ -verdier for Mach-tall<sup>40</sup> i hver ende og i midten av et intervall.

Under simuleringene finner programmet for hver ny hastighetsverdi fram til riktig hastighetsintervall av de 5, og beregner tilhørende  $C_D$ -verdi ved innsetting i intervallets 2. gradspolynom.

<sup>40</sup> Mach-verdien er definert som  $v/a$ , der a er lydfarten.

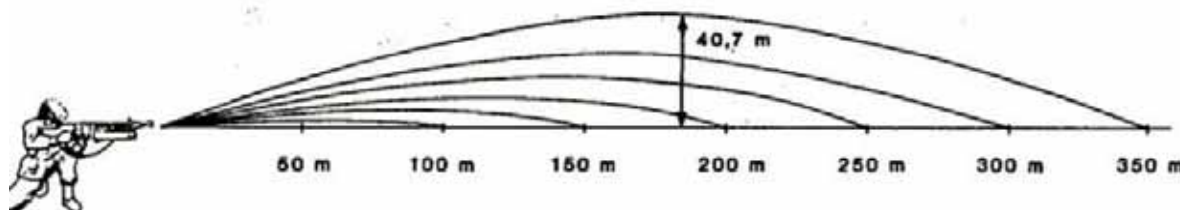


### D.3 40 mm AGL

I simuleringene for AGL er det benyttet data for granaten Mk285 fra [60], bl.a. prosjektilmasse 245,6 g og utgangshastighet 240 m/s. Følgende  $C_D$ -verdier oppgitt i [60] er benyttet:

<b>Mach</b>	0,127	0,201	0,253	0,314	0,375	0,501	0,577	0,649	0,705	0,742
<b><math>C_D</math></b>	0,2036	0,1854	0,1802	0,1749	0,1749	0,1755	0,1771	0,1817	0,1878	0,1926

### D.4 40 mm GUR



Sikteoppslag/ Avstand (i m)		50	100	150	200	250	300	350
Granatens største flyvehøyde (i m) over siktelinjen	Ref [56]	0,5	2,2	5,3	10,0	16,9	26,6	40,7
	HH	0,53	2,23	5,31	10,07	16,96	26,7	40,7
Avstand (i m) ut til Toppøyde	Ref [56]	25,0	50,7	76,7	103,1	129,9	157,0	184,6
	HH	25,2	50,8	76,7	103,0	129,7	156,8	184,3

Figuren er hentet fra UD-6-25, [56] side 24, og tallene i tabellens rader merket ref [56] er hentet fra samme sted. Tallene i radene merket HH er de som ved simuleringer kom ut som resultat av best mulig tilpassning til [56]-verdiene, ved justering av  $C_D$ -verdier. Utgangshastigheten på 78 m/s som er benyttet i simuleringene, er også hentet fra denne kilden. I SDP 142, [57] side 2-4/5 er samme figur og tilsvarende tabell som ovenfor gjengitt. På side 2-5 er samme verdien for utgangshastighet også skrevet, selv om det i denne kilden også er oppgitt en utgangshastighet på 75 m/s (på side 1-1 i tabell 1.2 med "Tekniske data"). Granatens masse er ikke oppgitt i verken [56] eller [57]. Verdien for denne, nemlig  $m = 177$  g, er hentet fra TS 6-25-3 [58], side 12.

### D.5 ICAO-atmosfære

I beregningene av luftens tetthet  $\rho$  i en bestemt høyde benyttes følgende formler (jf. [46] og [47]):

$$\rho = \rho_0 \cdot \frac{T_0}{T_0 - 0,0065 \cdot h} \cdot \frac{p}{p_0} \quad (\text{D.1})$$

I likning (D.1) betyr  $\rho_0$  luftens tetthet ( $\text{kg/m}^3$ ) og  $T_0$  temperaturen (i K) der våpenet er plassert, og  $h$  prosjektillets høyde (i m) i et hvilket som helst punkt i banen over nivået det skytes fra. I simuleringsprogrammet kan både  $\rho_0$  og  $T_0$  velges. Som faste referanseverdier velges gjennomsnittlig lufttetthet ved havnivå ved temperatur 15 °C, dvs.  $T_0 = 273,15$  K. Uttrykket i nevneren er basert på standard ICAO-modell som baserer seg på et gjennomsnittlig temperaturfall på 0,0065 grader for hver høydemeter i Troposfæren (opp til ca 11 km).

Brøken  $p/p_0$  er forholdet mellom trykket  $p$  i en høyde  $h$  og trykket  $p_0$  ved skytestillingen. Denne brøken er ut fra klassisk termodynamikk gitt ved:

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 - \frac{0,0065 \cdot h}{T_0}\right)^{5,2559} \quad (\text{D.2})$$

Eksponenten 5,2559 er verdien av følgende brøk:

$$\frac{g \cdot M}{R \cdot 6,5} \approx 5,2559 \quad (\text{D.3})$$

der  $g = 9,80665$  (i  $\text{m/s}^2$ ) er gravitasjonskonstanten,  $M = 28,9644$  er molekylmassen av tørr luft (i  $\text{g/mol}$ ) og  $R = 8,31432$  er den molare gasskonstanten i  $\text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ . Disse formlene er brukt til å generere luftens tetthet i hvert banepunkt under simuleringene.

## VEDLEGG E NAMMOs skytetabeller

Nedenfor vises et lite utsnitt av NAMMOs skytetabeller for 12,7 mm MP [5].

### Technical Data

#### Weapon Data – Barrett M82A1

Total weapon mass: -	12.9 kg
Total weapon length: -	1.45 m
Barrel length: -	0.74 m
Rifling: -	8 grooves
Twist: -	29.47 cal/rev
Operation: -	Semi Automatic – Short Recoil Cycle
Maximum effective range: -	2000 m

#### Ammunition Data – MP NMI40F2

Type: -	Multipurpose
Total round length: -	137.4 mm
Muzzle velocity: -	853 m/s
Primer: -	Percussion
Propellant	
Type: -	NEXPLO NC 1214
Mass: -	15.5 g
Projectile	
Total weight: -	43 g
Total length: -	57.8 mm

Mach	CD	Mach	CD	Mach	CD	Mach	CD
0.01	0.1540	0.85	0.1650	1.00	0.3030	1.50	0.3470
0.40	0.1560	0.88	0.1640	1.03	0.3330	1.75	0.3330
0.60	0.1580	0.90	0.1620	1.05	0.3650	2.00	0.3150
0.70	0.1610	0.93	0.1680	1.10	0.3740	2.25	0.3030
0.75	0.1610	0.95	0.1780	1.20	0.3670	2.50	0.2890
0.80	0.1650	0.98	0.2350	1.35	0.3560	3.00	0.2520

### Firing Table Data

The following data was used in the firing table creation:

Muzzle velocity, $V_0$ : -	853 m/s
Atmospheric conditions: -	ICAO standard atmosphere
Propellant temperature: -	15°C

Calculated maximum values:

Maximum range: -	5917 m
Maximum height: -	4344 m

The following firing tables detail weapon elevations from -10 deg to +50 deg in 5 deg increments for ranges from 100m to 4000m.

### Standard Atmospheric Condition

(According to ICAO, DIN 5450)

Condition	Unit	Value
Sea-level barometric pressure	mbar	1013.25
Sea-level air temperature	°C	+15
Sea-level air density	Kg/m <sup>3</sup>	1.225
Temperature gradient, <11000m	°C/1000m	6.5
Temperature gradient, >11000m	°C/1000m	0
Gravity	m/s <sup>2</sup>	9.80665
Relative humidity	%	0
Wind speed	m/s	0
Speed of sound at +15°C	m/s	340.29



## VEDLEGG F1 7,62 mm – tillegg

**Tabell F1.1** Denne tabellen består av 5 deltabeller der (skrå)avstandene er henholdsvis 300 m, 500 m, 800 m, 1000 m og 1200 m. I tillegg til tidligere forklarte symboler, nevnes her spesielt kolonneparet  $x$  og  $x_{innsk}$  som angir de horisontal-avstander som henholdsvis Rifleman's Rule (RR) og foreliggende rapport anbefaler siktet skal justeres til.  $\Delta y_{ukorr}$  og  $\Delta y_{RRkorr}$  viser hvor mye det bommes i høyde dersom det henholdsvis ikke korrigeres for terrengvinkel og når det korrigeres etter RR.

**7,62 mm skarpskyttergevær -  $v_0 = 850$  m/s -  $\rho = 1,225$  kg/m<sup>3</sup>**

**R = 300**

$\alpha$	$\theta_{Riktig}$	t	$v_f$	$y$	$H_{maks}$	$R_{topp}$	$\Delta y_{ukorr}$	x	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkorr}$	$x_{innsk}$
-50	0,08957	0,409	635,15	-50,11324	0,132	157,04	<b>0,434</b>	192,84	0,08516	<b>-0,036</b>	201,55
-45	0,09893	0,409	635,10	-45,12423	0,145	157,20	<b>0,325</b>	212,13	0,09494	<b>-0,029</b>	219,8
-40	0,10754	0,409	635,03	-40,13429	0,157	157,13	<b>0,241</b>	229,81	0,10414	<b>-0,023</b>	236,2
-35	0,11531	0,409	635,00	-35,14330	0,168	157,21	<b>0,176</b>	245,75	0,11259	<b>-0,017</b>	250,74
-30	0,12224	0,409	634,92	-30,15128	0,178	157,27	<b>0,125</b>	259,81	0,12024	<b>-0,012</b>	263,46
-25	0,12823	0,409	634,84	-25,15810	0,186	157,25	<b>0,085</b>	271,89	0,12692	<b>-0,008</b>	274,27
-20	0,13323	0,409	634,79	-20,16369	0,193	157,21	<b>0,054</b>	281,91	0,13252	<b>-0,004</b>	283,17
-15	0,13724	0,409	634,70	-15,16808	0,199	157,31	<b>0,030</b>	289,78	0,13700	<b>-0,001</b>	290,2
-10	0,14015	0,409	634,67	-10,17112	0,203	157,25	<b>0,014</b>	295,44	0,14021	<b>0,000</b>	295,3
-5	0,14209	0,410	634,55	-5,17298	0,205	157,28	<b>0,004</b>	298,86	0,14223	<b>0,001</b>	298,65
0	<b>0,14286</b>	0,410	634,50	-0,17342	0,206	157,30	<b>0,000</b>	300,00	<b>0,14286</b>	<b>0,000</b>	300
5	0,14260	0,410	634,40	4,82739	0,205	157,32	<b>0,001</b>	298,86	0,14223	<b>-0,002</b>	299,54
10	0,14118	0,410	634,38	9,82962	0,203	157,33	<b>0,009</b>	295,44	0,14021	<b>-0,005</b>	297,1
15	0,13877	0,410	634,27	14,83303	0,199	157,31	<b>0,022</b>	289,78	0,13700	<b>-0,010</b>	292,9
20	0,13525	0,410	634,21	19,83779	0,194	157,36	<b>0,042</b>	281,91	0,13252	<b>-0,015</b>	286,7
25	0,13072	0,410	634,13	24,84376	0,187	157,33	<b>0,070</b>	271,89	0,12692	<b>-0,022</b>	278,7
30	0,12518	0,410	634,07	29,85094	0,179	157,39	<b>0,107</b>	259,81	0,12024	<b>-0,030</b>	268,8
35	0,11867	0,410	634,04	34,85928	0,169	157,38	<b>0,155</b>	245,75	0,11259	<b>-0,039</b>	256,9
40	0,11129	0,410	633,95	39,86865	0,158	157,34	<b>0,216</b>	229,81	0,10414	<b>-0,049</b>	243,3
45	0,10304	0,410	633,91	44,87906	0,146	157,47	<b>0,295</b>	212,13	0,09494	<b>-0,060</b>	227,7
50	0,09401	0,410	633,86	49,89039	0,133	157,37	<b>0,398</b>	192,84	0,08516	<b>-0,072</b>	210,3

**R = 500**

$\alpha$	$\theta_{Riktig}$	t	$v_f$	$y$	$H_{maks}$	$R_{topp}$	$\Delta y_{ukorr}$	x	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkorr}$	$x_{innsk}$
-50	0,17534	0,758	518,90	-50,24767	0,455	270,01	<b>1,370</b>	321,39	0,15543	<b>-0,271</b>	354,07
-45	0,19332	0,758	518,89	-45,27219	0,501	270,11	<b>1,025</b>	353,55	0,17505	<b>-0,226</b>	382,37
-40	0,20974	0,758	518,97	-40,29451	0,542	270,15	<b>0,759</b>	383,02	0,19375	<b>-0,182</b>	407,2
-35	0,22466	0,758	518,96	-35,31476	0,580	270,27	<b>0,551</b>	409,58	0,21134	<b>-0,142</b>	429,1
-30	0,23780	0,758	519,01	-30,33251	0,613	270,25	<b>0,389</b>	433,01	0,22738	<b>-0,105</b>	447,8
-25	0,24921	0,758	519,00	-25,34788	0,642	270,33	<b>0,261</b>	453,15	0,24165	<b>-0,073</b>	463,67
-20	0,25861	0,758	519,08	-20,36041	0,666	270,36	<b>0,165</b>	469,85	0,25370	<b>-0,046</b>	476,47
-15	0,26618	0,758	519,05	-15,37044	0,685	270,43	<b>0,092</b>	482,96	0,26348	<b>-0,024</b>	486,6
-10	0,27162	0,758	519,10	-10,37750	0,698	270,38	<b>0,042</b>	492,40	0,27056	<b>-0,009</b>	493,8
-5	0,27504	0,758	519,11	-5,38175	0,706	270,47	<b>0,012</b>	498,10	0,27490	<b>-0,001</b>	498,3
0	<b>0,27635</b>	0,758	519,13	-0,38309	0,709	270,40	<b>0,000</b>	500,00	<b>0,27635</b>	<b>0,000</b>	500
5	0,27557	0,759	519,15	4,61848	0,707	270,49	<b>0,007</b>	498,10	0,27490	<b>-0,006</b>	498,97
10	0,27268	0,759	519,17	9,62296	0,699	270,43	<b>0,033</b>	492,40	0,27056	<b>-0,019</b>	495,2
15	0,26775	0,759	519,16	14,63026	0,686	270,50	<b>0,078</b>	482,96	0,26348	<b>-0,039</b>	488,68
20	0,26068	0,759	519,21	19,64055	0,667	270,45	<b>0,145</b>	469,85	0,25370	<b>-0,065</b>	479,25
25	0,25176	0,759	519,17	24,65334	0,644	270,55	<b>0,237</b>	453,15	0,24165	<b>-0,097</b>	467,17
30	0,24081	0,759	519,21	29,66899	0,615	270,61	<b>0,358</b>	433,01	0,22738	<b>-0,135</b>	452,02
35	0,22810	0,759	519,19	34,68705	0,582	270,65	<b>0,514</b>	409,58	0,21134	<b>-0,178</b>	434,03
40	0,21358	0,759	519,22	39,70762	0,544	270,68	<b>0,715</b>	383,02	0,19375	<b>-0,226</b>	412,9
45	0,19753	0,759	519,17	44,73028	0,503	270,83	<b>0,973</b>	353,55	0,17505	<b>-0,277</b>	388,8
50	0,17988	0,759	519,20	49,75516	0,457	270,92	<b>1,310</b>	321,39	0,15543	<b>-0,331</b>	361,3

## Vedlegg F1 7,62 mm (side 2)

Tabell F1.1 forts.

R = 800

$\alpha$	$\theta_{\text{Riktig}}$	t	$v_f$	$\gamma$	$H_{\text{maks}}$	$R_{\text{topp}}$	$\Delta y_{\text{ukorr}}$	x	$\theta_{\text{RR}}$	$\Delta y_{\text{RRkorr}}$	$x_{\text{innsk}}$
-50	0,36171	1,436	379,72	-50,61637	1,645	451,22	<b>4,430</b>	514,23	0,28735	<b>-1,626</b>	603,22
-45	0,39831	1,436	379,83	-45,67786	1,810	451,69	<b>3,307</b>	565,69	0,32919	<b>-1,373</b>	643,1
-40	0,43176	1,436	380,01	-40,73396	1,961	451,87	<b>2,443</b>	612,84	0,37031	<b>-1,126</b>	677,6
-35	0,46198	1,435	380,15	-35,78466	2,097	452,09	<b>1,768</b>	655,32	0,40994	<b>-0,891</b>	707,3
-30	0,48866	1,435	380,31	-30,82938	2,217	452,20	<b>1,241</b>	692,82	0,44705	<b>-0,673</b>	732,5
-25	0,511585	1,435	380,49	-25,86774	2,3202	452,295	<b>0,832</b>	725,05	0,48062	<b>-0,478</b>	753,37
-20	0,53074	1,435	380,62	-20,89984	2,407	452,51	<b>0,517</b>	751,75	0,50984	<b>-0,311</b>	770,33
-15	0,54564	1,435	380,82	-15,92463	2,473	452,45	<b>0,287</b>	772,74	0,53346	<b>-0,176</b>	783,23
-10	0,55648	1,435	380,99	-10,94263	2,522	452,53	<b>0,127</b>	787,85	0,55099	<b>-0,078</b>	792,45
-5	0,56320	1,435	381,12	-5,95372	2,552	452,60	<b>0,032</b>	796,96	0,56188	<b>-0,018</b>	798,1
0	<b>0,56546</b>	1,435	381,30	-0,95722	2,561	452,60	<b>0,0000</b>	800,00	<b>0,56546</b>	<b>0,000</b>	800
5	0,56353	1,435	381,43	4,04632	2,552	452,65	<b>0,027</b>	796,96	0,56188	<b>-0,023</b>	798,38
10	0,55715	1,434	381,62	9,05748	2,522	452,62	<b>0,118</b>	787,85	0,55099	<b>-0,087</b>	793,03
15	0,54665	1,434	381,76	14,07555	2,474	452,69	<b>0,271</b>	772,74	0,53346	<b>-0,190</b>	784,1
20	0,53209	1,435	381,86	19,10045	2,408	452,78	<b>0,495</b>	751,75	0,50984	<b>-0,330</b>	771,52
25	0,51328	1,434	382,03	24,13268	2,322	452,81	<b>0,802</b>	725,05	0,48062	<b>-0,501</b>	754,88
30	0,49071	1,434	382,13	29,17123	2,219	452,97	<b>1,202</b>	692,82	0,44705	<b>-0,701</b>	734,37
35	0,46438	1,434	382,24	34,21618	2,099	453,11	<b>1,718</b>	655,32	0,40994	<b>-0,924</b>	709,61
40	0,43451	1,434	382,35	39,26716	1,963	453,30	<b>2,381</b>	692,82	0,37031	<b>-1,164</b>	680,37
45	0,401416	1,434	382,41	44,32358	1,8124	453,697	<b>3,233</b>	655,32	0,32919	<b>-1,418</b>	646,38
50	0,365165	1,434	382,51	49,38545	1,6473	454,058	<b>4,346</b>	612,84	0,28735	<b>-1,679</b>	607,07

R = 1000

$\alpha$	$\theta_{\text{Riktig}}$	t	$v_f$	$\gamma$	$H_{\text{maks}}$	$R_{\text{topp}}$	$\Delta y_{\text{ukorr}}$	x	$\theta_{\text{RR}}$	$\Delta y_{\text{RRkorr}}$	$x_{\text{innsk}}$
-50	0,54359	2,021	310,16	-51,04879	3,289	579,48	<b>8,252</b>	642,79	0,39802	<b>-4,008</b>	781,47
-45	0,59818	2,021	310,3	-46,15342	3,6176	580,227	<b>6,155</b>	707,11	0,46176	<b>-3,409</b>	826,78
-40	0,64814	2,02	310,46	-41,24924	3,918	580,661	<b>4,539</b>	766,04	0,52580	<b>-2,818</b>	865,63
-35	0,69334	2,02	310,57	-36,33615	4,1907	581,169	<b>3,277</b>	819,15	0,58879	<b>-2,249</b>	898,86
-30	0,73295	2,019	310,74	-31,41228	4,4286	581,442	<b>2,296</b>	866,03	0,64864	<b>-1,713</b>	926,63
-25	0,76710	2,019	310,89	-26,4781	4,6342	581,634	<b>1,531</b>	906,31	0,70379	<b>-1,227</b>	949,64
-20	0,79537	2,019	311,03	-21,53272	4,8045	581,841	<b>0,948</b>	939,69	0,75219	<b>-0,806</b>	968,1
-15	0,81749	2,018	311,2	-16,57555	4,9375	581,905	<b>0,521</b>	965,93	0,79196	<b>-0,463</b>	982,17
-10	0,83345	2,018	311,34	-11,60667	5,0336	582,055	<b>0,227</b>	984,81	0,82167	<b>-0,209</b>	992,14
-5	0,84305	2,018	311,48	-6,625595	5,0914	582,17	<b>0,055</b>	996,19	0,84002	<b>-0,053</b>	998,07
0	<b>0,84620</b>	2,017	311,62	-1,632117	5,1103	582,2	<b>0,000</b>	1000,00	<b>0,84620</b>	<b>0,000</b>	1000
5	0,84294	2,017	311,75	3,373699	5,0904	582,261	<b>0,057</b>	996,19	0,84002	<b>-0,051</b>	998
10	0,83324	2,016	311,87	8,391946	5,0316	582,334	<b>0,229</b>	984,81	0,82167	<b>-0,205</b>	992,02
15	0,81721	2,016	311,99	13,42245	4,9344	582,469	<b>0,522</b>	965,93	0,79196	<b>-0,455</b>	981,98
20	0,79506	2,016	312,09	18,46476	4,8007	582,581	<b>0,946</b>	939,69	0,75219	<b>-0,792</b>	967,9
25	0,76682	2,016	312,19	23,51899	4,6296	582,759	<b>1,521</b>	906,31	0,70379	<b>-1,206</b>	949,47
30	0,73276	2,015	312,28	28,58455	4,4234	582,955	<b>2,273</b>	866,03	0,64864	<b>-1,682</b>	926,5
35	<b>0,69332</b>	<b>2,015</b>	<b>312,33</b>	<b>33,66058</b>	<b>4,1851</b>	<b>583,323</b>	<b>3,238</b>	<b>819,15</b>	<b>0,58879</b>	<b>-2,207</b>	<b>898,83</b>
40	0,64836	2,015	312,43	38,74757	3,9122	583,756	<b>4,481</b>	766,04	0,52580	<b>-2,763</b>	865,78
45	0,59871	2,015	312,48	43,84365	3,6118	584,228	<b>6,076</b>	707,11	0,46176	<b>-3,340</b>	827,2
50	0,54452	2,015	312,51	48,94872	3,2835	584,973	<b>8,157</b>	642,79	0,39802	<b>-3,925</b>	782,27

## Vedlegg F1 7,62 mm (side 3)

Tabell F1.1 forts.

R = 1200

$\alpha$	$\theta_{\text{Riktig}}$	t	$v_f$	$\gamma$	$H_{\text{maks}}$	$R_{\text{topp}}$	$\Delta y_{\text{ukorr}}$	x	$\theta_{\text{RR}}$	$\Delta y_{\text{RRkorr}}$	$x_{\text{innsk}}$
-50	0,79135	2,731	256,96	-51,69724	6,092	711,34	14,385	771,35	0,53185	-8,672	965,5
-45	0,87060	2,730	257,03	-46,86779	6,701	712,76	10,721	848,53	0,62575	-7,418	1014,8
-40	0,94327	2,730	257,08	-42,02479	7,260	713,81	7,892	919,25	0,72233	-6,162	1056,88
-35	1,00843	2,729	257,16	-37,16606	7,761	714,60	5,693	982,98	0,81880	-4,932	1092,43
-30	1,06579	2,728	257,24	-32,29106	8,203	715,18	3,977	1039,23	0,91219	-3,768	1122,23
-25	1,11522	2,728	257,29	-27,39962	8,584	715,65	2,643	1087,57	0,99935	-2,709	1146,84
-20	1,15581	2,727	257,37	-22,48949	8,897	715,94	1,632	1127,63	1,07642	-1,786	1166,4
-15	1,18775	2,727	257,41	-17,56121	9,145	716,26	0,888	1159,11	1,14052	-1,031	1181,38
-10	1,21067	2,726	257,44	-12,61384	9,324	716,54	0,380	1181,77	1,18865	-0,470	1191,93
-5	1,22411	2,725	257,48	-7,64615	9,429	716,70	0,092	1195,43	1,21829	-0,123	1198,03
0	1,22846	2,725	257,49	-2,65910	9,465	716,90	0,000	1200,00	1,22846	0,000	1200
5	1,22333	2,724	257,51	2,34849	9,427	717,05	0,108	1195,43	1,21829	-0,106	1197,68
10	1,20912	2,724	257,49	7,37561	9,320	717,34	0,410	1181,77	1,18865	-0,434	1191,23
15	1,18553	2,723	257,48	12,42339	9,140	717,50	0,925	1159,11	1,14052	-0,970	1180,35
20	1,15301	2,723	257,46	17,49075	8,891	717,83	1,668	1127,63	1,07642	-1,692	1165,03
25	1,11196	2,723	257,41	22,57689	8,577	718,19	2,667	1087,57	0,99935	-2,573	1145,25
30	1,06224	2,722	257,38	27,68250	8,194	718,72	3,977	1039,23	0,91219	-3,579	1120,4
35	1,00475	2,722	257,31	32,80538	7,752	719,31	5,654	982,98	0,81880	-4,678	1090,48
40	0,93965	2,722	257,25	37,94548	7,251	720,17	7,804	919,25	0,72233	-5,831	1054,83
45	0,86724	2,721	257,21	43,10232	6,691	721,24	10,577	848,53	0,62575	-7,001	1012,74
50	0,78844	2,721	257,16	48,27369	6,082	722,55	14,192	771,35	0,53185	-8,163	963,62

Tabell F1.2 Som foregående tabell består også denne tabellen av 5 deltabeller, med de samme (skrå)avstandene. Her simuleres effekten av redusert lufttetthet. Den er satt til en verdi som ICAO-modellen gir (under øvrige standardbetingelser) i ca 2000 m høyde over havnivå.

7,62 mm skarpskyttergevær -  $v_0 = 850$  m/s $\rho = 1,006$  kg/m<sup>3</sup> (ICAO ca 2000 m høyde)

R = 300

$\alpha$	$\theta_{\text{Riktig}}$	t	$v_f$	$\gamma$	$H_{\text{maks}}$	$R_{\text{topp}}$	$\theta_{\rho_0}$	$\Delta y_{\text{ukorr}}$	$x_{\text{innsk}}$
-50	0,08653	0,398	670,02	-50,10497	0,125	155,89	0,08957	0,025	199,8
-45	0,09551	0,398	669,95	-45,11520	0,137	155,85	0,09893	0,025	218,24
-40	0,10378	0,398	669,86	-40,12458	0,149	155,87	0,10754	0,026	234,93
-35	0,11123	0,398	669,80	-35,13297	0,159	155,90	0,11531	0,026	249,7
-30	0,11787	0,398	669,69	-30,14042	0,168	155,90	0,12224	0,026	262,68
-25	0,12361	0,398	669,59	-25,14678	0,176	155,94	0,12823	0,027	273,73
-20	0,12839	0,398	669,51	-20,15201	0,183	155,94	0,13323	0,027	282,83
-15	0,13222	0,398	669,39	-15,15612	0,188	155,97	0,13724	0,027	290,07
-10	0,13499	0,398	669,33	-10,15897	0,192	155,94	0,14015	0,027	295,27
-5	0,13682	0,398	669,18	-5,16073	0,194	155,98	0,14209	0,028	298,67
0	0,13753	0,398	669,10	-0,16117	0,195	156,00	0,14286	0,028	300
5	0,13725	0,399	668,97	4,83955	0,194	156,01	0,14260	0,028	299,47
10	0,13585	0,399	668,91	9,84159	0,192	156,00	0,14118	0,028	296,87
15	0,13350	0,399	668,77	14,84473	0,188	156,07	0,13877	0,029	292,46
20	0,13007	0,399	668,69	19,84912	0,183	155,97	0,13525	0,029	286,02
25	0,12568	0,399	668,58	24,85463	0,177	155,99	0,13072	0,029	277,7
30	0,12032	0,399	668,49	29,86128	0,169	155,98	0,12518	0,029	267,4
35	0,11402	0,399	668,43	34,86901	0,160	156,00	0,11867	0,030	255,19
40	0,10690	0,399	668,32	39,87769	0,150	155,99	0,11129	0,030	241,13
45	0,09893	0,399	668,25	44,88735	0,138	155,98	0,10304	0,030	225,2
50	0,09021	0,399	668,19	49,89787	0,126	156,03	0,09401	0,031	207,4

## Vedlegg F1 7,62 mm (side 4)

Tabell F1.2 forts.

R = 500

$\alpha$	$\theta_{\text{Riktig}}$	t	$v_f$	$\gamma$	$H_{\text{maks}}$	$R_{\text{topp}}$	$\theta\rho_0$	$\Delta y_{\text{ukorr}}$	$x_{\text{innsk}}$
-50	0,16400	0,722	568,37	-50,21774	0,412	266,63	0,17534	0,154	347,92
-45	0,18077	0,723	568,33	-45,23933	0,454	266,69	0,19332	0,155	377
-40	0,19610	0,722	568,36	-40,25900	0,492	266,54	0,20974	0,156	402,76
-35	0,21001	0,723	568,32	-35,27684	0,526	266,62	0,22466	0,156	425,51
-30	0,22227	0,723	568,32	-30,29251	0,556	266,65	0,23780	0,157	445,1
-25	0,23291	0,723	568,26	-25,30606	0,582	266,64	0,24921	0,157	461,72
-20	0,24168	0,723	568,29	-20,31714	0,604	266,68	0,25861	0,157	475,2
-15	0,24872	0,723	568,22	-15,32600	0,621	266,73	0,26618	0,158	485,87
-10	0,25380	0,723	568,21	-10,33226	0,633	266,64	0,27162	0,158	493,47
-5	0,25697	0,723	568,17	-5,33605	0,641	266,76	0,27504	0,158	498,2
0	<b>0,25818</b>	0,723	568,14	-0,33727	0,643	266,70	<b>0,27635</b>	0,159	500
5	0,25743	0,723	568,10	4,66406	0,641	266,77	0,27557	0,159	498,9
10	0,25471	0,723	568,06	9,66797	0,634	266,76	0,27268	0,159	494,84
15	0,25009	0,723	568,01	14,67436	0,622	266,85	0,26775	0,159	487,93
20	0,24347	0,723	568,01	19,68336	0,605	266,80	0,26068	0,160	477,93
25	0,23512	0,724	567,92	24,69461	0,584	266,85	0,25176	0,160	465,14
30	0,22487	0,724	567,91	29,70835	0,558	266,83	0,24081	0,160	449,19
35	0,21298	0,724	567,85	34,72423	0,528	266,86	0,22810	0,161	430,29
40	0,19940	0,724	567,84	39,74231	0,494	266,85	0,21358	0,161	408,21
45	0,18437	0,724	567,76	44,76225	0,456	266,89	0,19753	0,162	383,12
50	0,16787	0,724	567,75	49,78414	0,415	266,83	0,17988	0,163	354,71

R = 800

$\alpha$	$\theta_{\text{Riktig}}$	t	$v_f$	$\gamma$	$H_{\text{maks}}$	$R_{\text{topp}}$	$\theta\rho_0$	$\Delta y_{\text{ukorr}}$	$x_{\text{innsk}}$
-50	0,32037	1,323	441,12	-50,49619	1,390	442,81	0,36171	0,900	587,53
-45	0,35279	1,323	441,21	-45,54572	1,529	442,96	0,39831	0,901	629,83
-40	0,38244	1,323	441,35	-40,59095	1,657	442,84	0,43176	0,901	666,72
-35	0,40922	1,323	441,46	-35,63183	1,772	442,88	0,46198	0,901	698,72
-30	0,43288	1,323	441,59	-30,66791	1,874	442,90	0,48866	0,901	725,99
-25	0,45322	1,323	441,72	-25,69888	1,9611	442,974	0,511585	0,900	748,74
-20	0,47022	1,323	441,82	-20,72479	2,034	443,02	0,53074	0,900	767,3
-15	0,48347	1,323	441,98	-15,74487	2,091	443,06	0,54564	0,900	781,47
-10	0,49311	1,323	442,11	-10,75945	2,132	443,06	0,55648	0,899	791,63
-5	0,49909	1,323	442,20	-5,76845	2,158	443,10	0,56320	0,899	797,87
0	<b>0,50115</b>	1,323	442,34	-0,77137	2,166	443,10	<b>0,56546</b>	0,898	800
5	0,49947	1,323	442,44	4,23141	2,159	443,17	0,56353	0,898	798,27
10	0,49387	1,323	442,59	9,24030	2,134	443,20	0,55715	0,897	792,42
15	0,48460	1,323	442,70	14,25479	2,094	443,25	0,54665	0,896	782,67
20	0,47172	1,323	442,76	19,27481	2,038	443,33	0,53209	0,896	768,91
25	0,45508	1,323	442,89	24,30071	1,965	443,26	0,51328	0,895	750,8
30	0,43509	1,323	442,97	29,33174	1,878	443,33	0,49071	0,895	728,5
35	0,41176	1,323	443,05	34,36793	1,777	443,41	0,46438	0,895	701,7
40	0,38529	1,323	443,12	39,40900	1,662	443,41	0,43451	0,895	670,2
45	0,355951	1,323	443,16	44,45448	1,5347	443,476	0,401416	0,895	633,83
50	0,323809	1,323	443,24	49,50433	1,395	443,488	0,365165	0,896	592,11



## Vedlegg F1 7,62 mm (side 5)

Tabell F1.2 forts.

R = 1000

$\alpha$	$\theta_{\text{Riktig}}$	t	$v_f$	$\gamma$	$H_{\text{maks}}$	$R_{\text{topp}}$	$\theta\rho_0$	$\Delta y_{\text{ukorr}}$	$x_{\text{innsk}}$
-50	0,46190	1,818	370,77	-50,79506	2,638	567,18	0,54359	2,230	758,27
-45	0,50834	1,817	370,96	-45,87433	2,9019	567,168	0,59818	2,228	807,42
-40	0,55086	1,817	371,17	-40,94691	3,1433	567,173	0,64814	2,226	849,97
-35	0,58933	1,817	371,33	-36,01269	3,3624	567,259	0,69334	2,225	886,64
-30	0,62310	1,817	371,56	-31,07033	3,5539	567,216	0,73295	2,222	917,51
-25	0,65221	1,817	371,77	-26,12011	3,7195	567,278	0,76710	2,219	943,2
-20	0,67634	1,816	371,98	-21,16141	3,8567	567,293	0,79537	2,216	963,89
-15	0,69526	1,816	372,2	-16,19377	3,964	567,408	0,81749	2,212	979,73
-10	0,70894	1,816	372,41	-11,21723	4,0418	567,419	0,83345	2,209	991
-5	0,71721	1,816	372,61	-6,231443	4,0889	567,503	0,84305	2,206	997,74
0	<b>0,72000</b>	1,816	372,82	-1,236265	4,1046	567,5	<b>0,84620</b>	2,203	1000
5	0,71732	1,816	373,01	3,768269	4,0893	567,616	0,84294	2,199	997,83
10	0,70917	1,815	373,21	8,782213	4,0426	567,625	0,83324	2,196	991,2
15	0,69563	1,815	373,39	13,80544	3,9651	567,669	0,81721	2,193	980,04
20	0,67687	1,815	373,54	18,83762	3,8581	567,76	0,79506	2,190	964,33
25	0,65290	1,815	373,7	23,87879	3,7211	567,768	0,76682	2,187	943,8
30	0,62398	1,815	373,85	28,92854	3,5558	567,856	0,73276	2,185	918,3
35	0,59045	1,815	373,95	33,98623	3,3645	567,941	0,69332	2,183	887,68
40	0,55222	1,815	374,11	39,05215	3,1456	567,881	0,64836	2,181	851,3
45	0,50998	1,815	374,2	44,12497	2,9042	568,024	0,59871	2,180	809,1
50	0,46384	1,815	374,28	49,20458	2,6405	568,03	0,54452	2,179	760,39

R = 1200

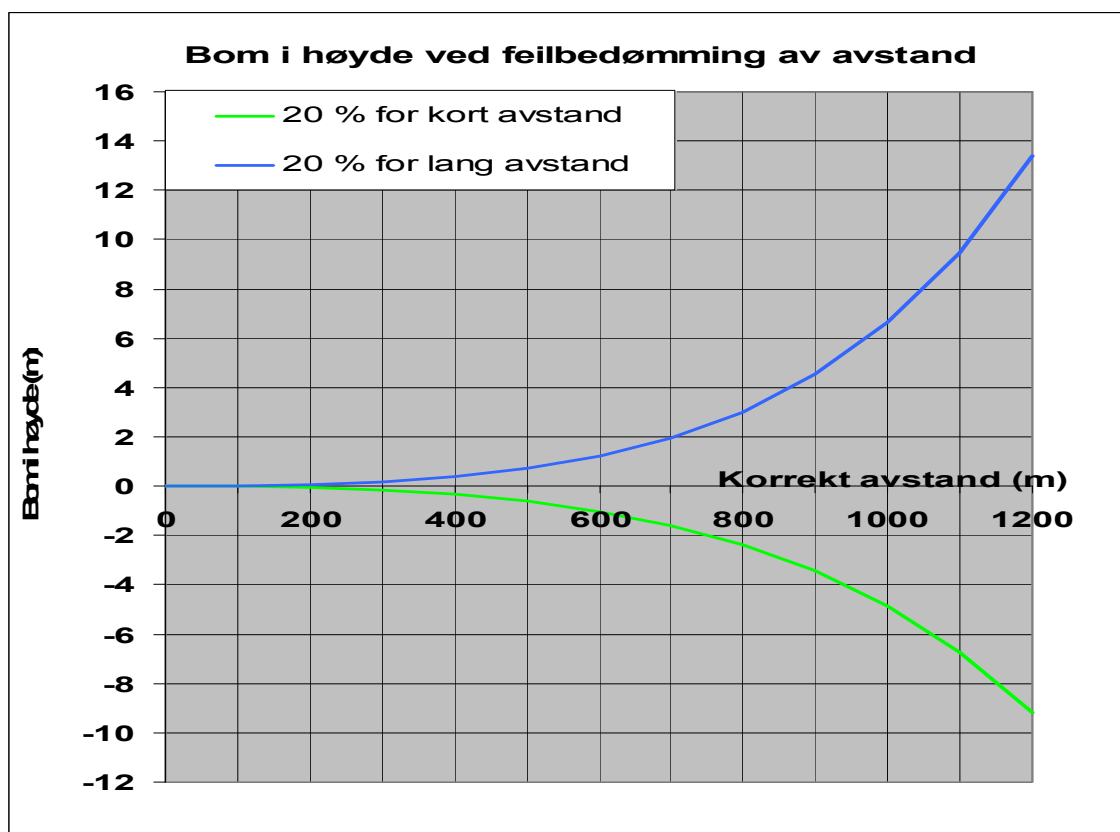
$\alpha$	$\theta_{\text{Riktig}}$	t	$v_f$	$\gamma$	$H_{\text{maks}}$	$R_{\text{topp}}$	$\theta\rho_0$	$\Delta y_{\text{ukorr}}$	$x_{\text{innsk}}$
-50	0,64467	2,405	314,21	-51,22928	4,652	696,40	0,79135	4,824	936,63
-45	0,70930	2,405	314,38	-46,35221	5,117	696,47	0,87060	4,819	991,32
-40	0,76857	2,404	314,53	-41,46514	5,544	696,61	0,94327	4,814	1038,32
-35	0,82175	2,404	314,73	-36,56658	5,926	696,70	1,00843	4,807	1078,23
-30	0,86860	2,403	314,94	-31,65610	6,263	696,71	1,06579	4,798	1111,78
-25	0,90896	2,403	315,12	-26,73355	6,555	696,82	1,11522	4,791	1139,57
-20	0,94216	2,402	315,33	-21,79740	6,794	696,80	1,15581	4,782	1161,73
-15	0,96830	2,401	315,52	-16,84800	6,983	696,94	1,18775	4,773	1178,73
-10	0,98708	2,401	315,70	-11,88471	7,119	697,05	1,21067	4,765	1190,72
-5	0,99816	2,400	315,90	-6,90674	7,199	697,13	1,22411	4,755	1197,72
0	<b>1,00181</b>	2,400	316,06	-1,91473	7,226	697,20	<b>1,22846</b>	4,747	1200
5	0,99773	2,399	316,24	3,09207	7,197	697,28	1,22333	4,738	1197,44
10	0,98623	2,399	316,38	8,11295	7,116	697,43	1,20912	4,731	1190,17
15	0,96708	2,398	316,53	13,14861	6,978	697,47	1,18553	4,722	1177,93
20	0,94064	2,398	316,67	18,19827	6,788	697,59	1,15301	4,714	1160,73
25	0,90721	2,398	316,77	23,26136	6,547	697,74	1,11196	4,708	1138,4
30	0,86673	2,397	316,89	28,33824	6,255	697,82	1,06224	4,700	1110,47
35	0,81987	2,397	316,97	33,42742	5,917	697,91	1,00475	4,695	1076,86
40	0,76679	2,397	317,04	38,52875	5,534	698,08	0,93965	4,690	1036,96
45	0,70776	2,396	317,13	43,64184	5,107	698,07	0,86724	4,684	990,04
50	0,64349	2,396	317,20	48,76518	4,642	698,14	0,78844	4,680	935,59

## Vedlegg F1 7,62 mm (side 6)

**Tabell F1.3** Simuleringer av bom i høyde,  $y$  (m) ved  $\pm 20\%$  feil i avstandsbedømming. De korrekte skråavstandene  $R$  (m) er angitt i venstre kolonne.

Riktig R	$R_R - 20\%$	$\alpha = 0^\circ$ $\Delta y$	$\alpha = -25^\circ$ $\Delta y$	$\alpha = -50^\circ$ $\Delta y$	$\alpha = 25^\circ$ $\Delta y$	$\alpha = 50^\circ$ $\Delta y$	Gj.sn. $\Delta y$
0	0	0	0	0	0	0	0,00
100	80	-0,015	-0,015	-0,015	-0,015	-0,015	-0,02
200	160	-0,069	-0,069	-0,069	-0,069	-0,069	-0,07
300	240	-0,174	-0,174	-0,174	-0,175	-0,174	-0,17
400	320	-0,351	-0,351	-0,351	-0,351	-0,351	-0,35
500	400	-0,623	-0,625	-0,625	-0,623	-0,622	-0,62
600	480	-1,022	-1,025	-1,028	-1,020	-1,018	-1,02
700	560	-1,588	-1,595	-1,601	-1,582	-1,577	-1,58
800	640	-2,375	-2,390	-2,402	-2,359	-2,347	-2,36
900	720	-3,450	-3,483	-3,508	-3,422	-3,397	-3,42
1000	800	-4,900	-4,960	-5,012	-4,845	-4,802	-4,85
1100	880	-6,823	-6,924	-7,018	-6,721	-6,649	-6,74
1200	960	-9,334	-9,510	-9,657	-9,171	-9,040	-9,19

Riktig R	$R_R + 20\%$	$\alpha = 0^\circ$ $\Delta y$	$\alpha = -25^\circ$ $\Delta y$	$\alpha = -50^\circ$ $\Delta y$	$\alpha = 25^\circ$ $\Delta y$	$\alpha = 50^\circ$ $\Delta y$	Gj.sn. $\Delta y$
0	0	0	0	0	0	0	0,00
100	120	0,016	0,016	0,016	0,016	0,016	0,02
200	240	0,072	0,072	0,072	0,072	0,073	0,07
300	360	0,189	0,189	0,189	0,190	0,190	0,19
400	480	0,393	0,393	0,393	0,393	0,393	0,39
500	600	0,720	0,720	0,721	0,719	0,719	0,72
600	720	1,219	1,221	1,224	1,216	1,215	1,22
700	840	1,960	1,967	1,971	1,954	1,947	1,95
800	960	3,035	3,053	3,066	3,022	3,011	3,02
900	1080	4,560	4,589	4,616	4,531	4,510	4,54
1000	1200	6,672	6,724	6,764	6,627	6,588	6,63
1100	1320	9,555	9,631	9,700	9,487	9,438	9,50
1200	1440	13,455	13,555	13,650	13,370	13,313	13,38

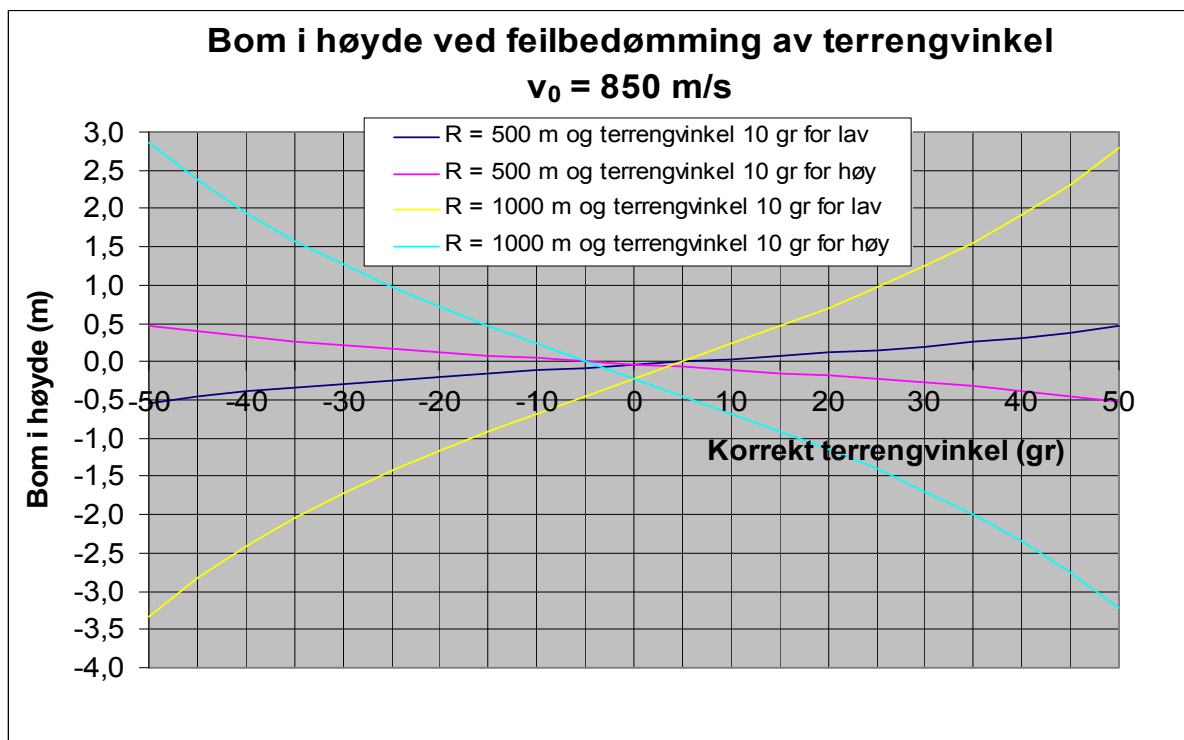


**Figur F1.1** Diagrammet viser at bom i høyde på grunn av  $\pm 20\%$  feil bedømt avstand, øker kraftig med avstanden. Simuleringene gjelder horisontalt terreng.

## Vedlegg F1 7,62 mm (side 7)

Tabell F1.4 Simuleringer av bom i høyde,  $y$  (m) ved  $\pm 10^\circ$  feil i avstandsbedømming. Korrekte terrengvinkler,  $\alpha$  (grader), er angitt i venstre kolonne.

R = 500 m					R = 1000 m				
Riktig $\alpha$	Bedømt $\alpha$		Bedømt $\alpha$		Riktig $\alpha$	Bedømt $\alpha$		Bedømt $\alpha$	
	$\alpha - 10^\circ$	$\Delta y$	$\alpha + 10^\circ$	$\Delta y$		$\alpha - 10^\circ$	$\Delta y$	$\alpha + 10^\circ$	$\Delta y$
-50	-60	-0,54	-40	0,47	-50	-60	-3,34	-40	2,86
-45	-55	-0,46	-35	0,39	-45	-55	-2,83	-35	2,37
-40	-50	-0,39	-30	0,32	-40	-50	-2,41	-30	1,95
-35	-45	-0,33	-25	0,26	-35	-45	-2,05	-25	1,58
-30	-40	-0,28	-20	0,21	-30	-40	-1,72	-20	1,27
-25	-35	-0,24	-15	0,16	-25	-35	-1,43	-15	0,98
-20	-30	-0,19	-10	0,12	-20	-30	-1,17	-10	0,71
-15	-25	-0,15	-5	0,08	-15	-25	-0,91	-5	0,46
-10	-20	-0,12	0	0,04	-10	-20	-0,68	0	0,23
-5	-15	-0,08	5	0,00	-5	-15	-0,45	5	0,00
0	-10	-0,04	10	-0,03	0	-10	-0,22	10	-0,23
5	-5	0,00	15	-0,07	5	-5	0,00	15	-0,45
10	0	0,03	20	-0,11	10	0	0,23	20	-0,67
15	5	0,07	25	-0,14	15	5	0,46	25	-0,91
20	10	0,11	30	-0,18	20	10	0,71	30	-1,15
25	15	0,15	35	-0,23	25	15	0,97	35	-1,41
30	20	0,20	40	-0,27	30	20	1,25	40	-1,69
35	25	0,25	45	-0,33	35	25	1,56	45	-2,00
40	30	0,31	50	-0,38	40	30	1,91	50	-2,34
45	35	0,38	55	-0,45	45	35	2,32	55	-2,75
50	40	0,46	60	-0,53	50	40	2,80	60	-3,23



Figur F1.2 Bom i høyde på grunn av  $\pm 10^\circ$  feil bedømt terrenghelningsvinkel. Feilen øker prosentvis betydelig mer enn prosentvis økning i avstanden.

## VEDLEGG F2 12,7 mm MP – tillegg

**Tabell F2.1** Tabellen består av 5 deltabeller der (skrå)avstandene er henholdsvis 500 m, 1000 m, 1500 m og 2000 m. Kolonneparet  $x$  og  $x_{innsk}$  angir de horisontal-avstander som henholdsvis Rifleman's Rule (RR) og foreliggende rapport anbefaler siktet skal justeres til.  $\Delta y_{ukorr}$  og  $\Delta y_{RRkorr}$  viser hvor mye det bommes i høyde dersom det henholdsvis ikke korrigeres for terrengvinkel og når det korrigeres etter RR. ( $v_0 = 853$  m/s,  $\rho_0 = 1,225$  kg/m<sup>3</sup>).

### R = 500 m

$\alpha$	$\theta$	$t$	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$H_{maks}$	$R_{topp}$	$\Delta y_{ukorr}$	$x$	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkorr}$	$x_{innsk}$
-50	0,14803	0,672	649,42	-50,17973	0,32776	0,355	261,25	<b>1,146</b>	321,39	0,13922	<b>-0,120</b>	339
-45	0,16310	0,672	649,31	-45,19761	0,36071	0,391	261,24	<b>0,857</b>	353,55	0,15501	<b>-0,100</b>	369
-40	0,17687	0,672	649,26	-40,21393	0,39081	0,424	261,25	<b>0,634</b>	383,02	0,16995	<b>-0,079</b>	396
-35	0,18935	0,672	649,13	-35,22875	0,41810	0,453	261,29	<b>0,460</b>	409,58	0,18368	<b>-0,061</b>	420
-30	0,20035	0,672	649,04	-30,24178	0,44213	0,479	261,26	<b>0,324</b>	433,01	0,19600	<b>-0,044</b>	441
-25	0,20988	0,672	648,90	-25,25306	0,46294	0,502	261,27	<b>0,218</b>	453,15	0,20676	<b>-0,031</b>	458,7
-20	0,21773	0,672	648,81	-20,26231	0,48004	0,520	261,17	<b>0,137</b>	469,85	0,21583	<b>-0,019</b>	473
-15	0,22404	0,672	648,65	-15,26971	0,49375	0,535	261,26	<b>0,076</b>	482,96	0,22302	<b>-0,010</b>	484,6
-10	0,22857	0,673	648,54	-10,27497	0,50354	0,546	261,27	<b>0,034</b>	492,40	0,22821	<b>-0,004</b>	493
-5	0,23138	0,673	648,40	-5,27819	0,50957	0,552	261,25	<b>0,009</b>	498,10	0,23140	<b>-0,001</b>	497,9
0	<b>0,23243</b>	0,673	648,27	-0,27929	0,51172	0,555	261,30	<b>0,000</b>	500,00	<b>0,23257</b>	<b>0,000</b>	500
5	0,23174	0,673	648,13	4,72177	0,50997	0,553	261,34	<b>0,006</b>	498,10	0,23140	<b>-0,004</b>	498,5
10	0,22926	0,673	647,99	9,72493	0,50433	0,547	261,37	<b>0,028</b>	492,40	0,22821	<b>-0,010</b>	494,05
15	0,22504	0,673	647,84	14,73013	0,49491	0,536	261,34	<b>0,067</b>	482,96	0,22302	<b>-0,020</b>	486,5
20	0,21908	0,673	647,73	19,73754	0,48154	0,522	261,34	<b>0,124</b>	469,85	0,21583	<b>-0,031</b>	475,6
25	0,21151	0,673	647,56	24,74679	0,46472	0,504	261,40	<b>0,201</b>	453,15	0,20676	<b>-0,047</b>	461,7
30	0,20225	0,673	647,46	29,75810	0,44414	0,481	261,36	<b>0,304</b>	433,01	0,19600	<b>-0,064</b>	444,5
35	0,19150	0,674	647,32	34,77122	0,42029	0,456	261,44	<b>0,436</b>	409,58	0,18368	<b>-0,085</b>	424,3
40	0,17924	0,674	647,22	39,78614	0,39310	0,426	261,44	<b>0,606</b>	383,02	0,16995	<b>-0,107</b>	400,8
45	0,16568	0,674	647,08	44,80264	0,36304	0,394	261,46	<b>0,824</b>	353,55	0,15501	<b>-0,133</b>	374,3
50	0,15079	0,674	647,00	49,82074	0,33005	0,358	261,48	<b>1,110</b>	321,39	0,13922	<b>-0,159</b>	344,5

### R = 1000 m

$\alpha$	$\theta$	$t$	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$H_{maks}$	$R_{topp}$	$\Delta y_{ukorr}$	$x$	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkorr}$	$x_{innsk}$
-50	0,37019	1,572	476,42	-50,54547	0,91566	1,950	547,78	<b>5,642</b>	642,79	0,31697	<b>-1,452</b>	724,8
-45	0,40746	1,572	476,57	-45,59995	1,00740	2,146	547,84	<b>4,214</b>	707,11	0,35835	<b>-1,217</b>	779,2
-40	0,44161	1,572	476,74	-40,64988	1,09149	2,325	547,76	<b>3,113</b>	766,04	0,39824	<b>-0,992</b>	826,9
-35	0,47251	1,572	476,86	-35,69512	1,16763	2,488	547,97	<b>2,253</b>	819,15	0,43597	<b>-0,781</b>	868,4
-30	0,49966	1,572	477,05	-30,73486	1,23452	2,630	547,89	<b>1,583</b>	866,03	0,47064	<b>-0,587</b>	903,7
-25	0,52310	1,572	477,21	-25,76919	1,29229	2,753	547,98	<b>1,061</b>	906,31	0,50163	<b>-0,415</b>	933,3
-20	0,54255	1,572	477,37	-20,79772	1,34027	2,856	547,97	<b>0,661</b>	939,69	0,52816	<b>-0,269</b>	957,4
-15	0,55785	1,572	477,55	-15,82012	1,37797	2,936	548,01	<b>0,366</b>	965,93	0,54952	<b>-0,152</b>	975,9
-10	0,56893	1,572	477,71	-10,83641	1,40535	2,995	548,01	<b>0,162</b>	984,81	0,56523	<b>-0,067</b>	989,1
-5	0,57570	1,572	477,86	-5,84635	1,42204	3,030	548,12	<b>0,041</b>	996,19	0,57486	<b>-0,016</b>	997,1
0	<b>0,57809</b>	1,572	478,02	-0,84980	1,42789	3,043	548,20	<b>0,000</b>	1000,00	<b>0,57812</b>	<b>0,000</b>	1000
5	0,57607	1,572	478,17	4,15316	1,42291	3,033	548,25	<b>0,035</b>	996,19	0,57486	<b>-0,022</b>	997,6
10	0,56962	1,572	478,31	9,16256	1,40706	2,999	548,25	<b>0,150</b>	984,81	0,56523	<b>-0,079</b>	989,9
15	0,55885	1,573	478,44	14,17836	1,38048	2,942	548,24	<b>0,347</b>	965,93	0,54952	<b>-0,170</b>	977,1
20	0,54387	1,573	478,55	19,20037	1,34350	2,863	548,35	<b>0,634</b>	939,69	0,52816	<b>-0,293</b>	959
25	0,52472	1,573	478,67	24,22857	1,29615	2,763	548,34	<b>1,025</b>	906,31	0,50163	<b>-0,445</b>	935,3
30	0,50156	1,573	478,78	29,26269	1,23888	2,641	548,39	<b>1,539</b>	866,03	0,47064	<b>-0,623</b>	906,14
35	0,47467	1,573	478,84	34,30231	1,17235	2,499	548,53	<b>2,200</b>	819,15	0,43597	<b>-0,823</b>	871,3
40	0,44401	1,573	478,96	39,34757	1,09644	2,337	548,53	<b>3,051</b>	766,04	0,39824	<b>-1,040</b>	830,2
45	0,41008	1,573	479,01	44,39765	1,01244	2,158	548,61	<b>4,144</b>	707,11	0,35835	<b>-1,273</b>	782,9
50	0,37300	1,574	479,06	49,45239	0,92062	1,963	548,55	<b>5,571</b>	642,79	0,31697	<b>-1,516</b>	729

## Vedlegg F2 12,7 mm (side 2)

Tabell F2.1 forts.

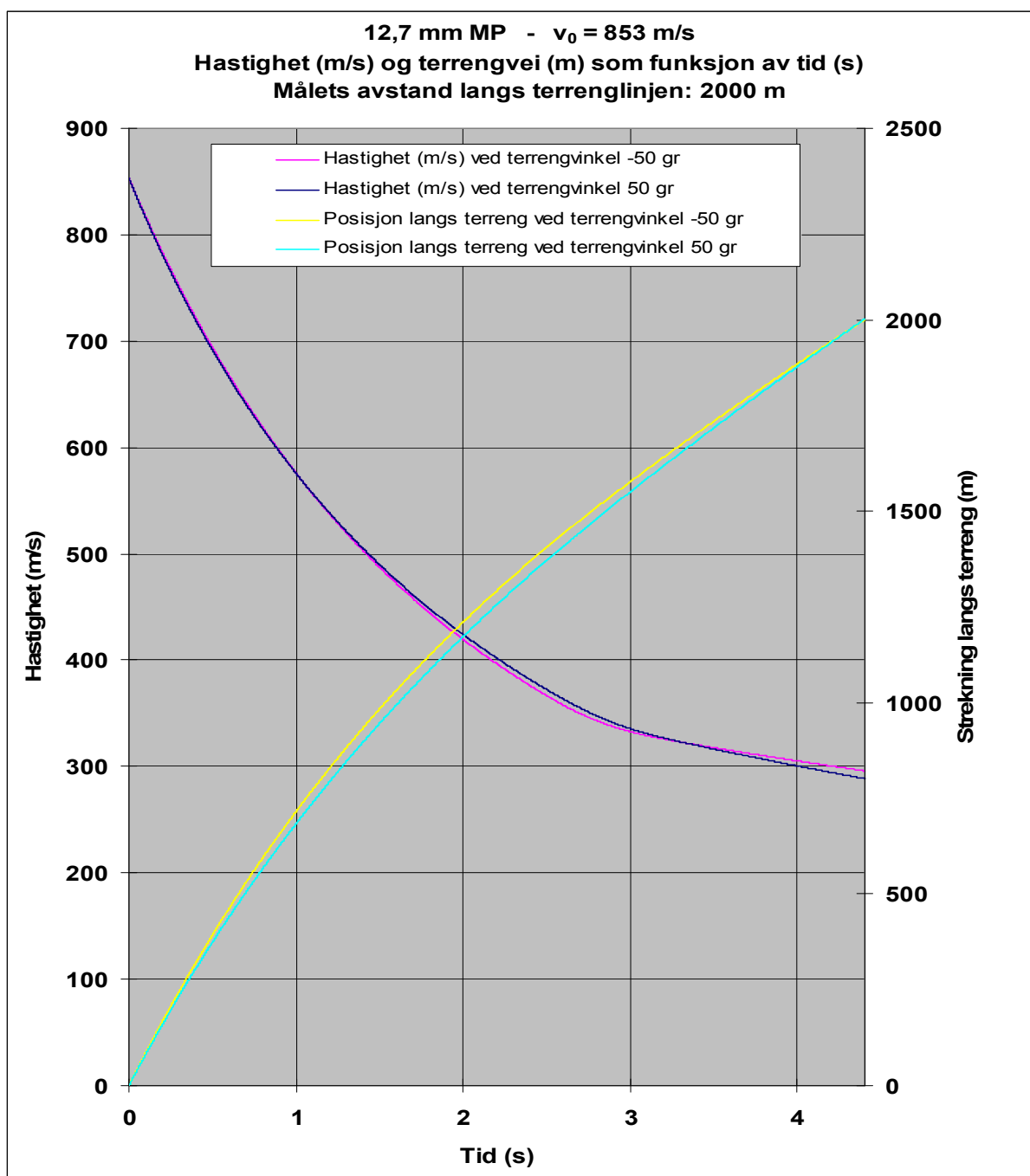
R = 1500 m

$\alpha$	$\theta$	t	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$H_{maks}$	$R_{topp}$	$\Delta y_{ukorr}$	x	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkorr}$	$x_{innsk}$
-50	0,72157	2,819	341,82	-51,31674	2,03831	6,317	862,90	<b>16,269</b>	964,18	0,54811	<b>-7,183</b>	1157
-45	0,79372	2,818	342,08	-46,44808	2,24180	6,948	862,93	<b>12,126</b>	1060,66	0,63111	<b>-6,111</b>	1228,2
-40	0,85971	2,817	342,36	-41,56827	2,42798	7,525	862,83	<b>8,932</b>	1149,07	0,71377	<b>-5,053</b>	1289,35
-35	0,91899	2,816	342,67	-36,67632	2,59532	8,043	862,83	<b>6,446</b>	1228,73	0,79420	<b>-4,033</b>	1341,4
-30	0,97129	2,815	342,98	-31,77179	2,74307	8,501	862,85	<b>4,504</b>	1299,04	0,87043	<b>-3,078</b>	1385,25
-25	1,01624	2,815	343,29	-26,85407	2,87032	8,896	862,89	<b>2,994</b>	1359,46	0,94026	<b>-2,212</b>	1421,5
-20	1,05321	2,813	343,63	-21,92177	2,97498	9,219	862,89	<b>1,850</b>	1409,54	1,00115	<b>-1,460</b>	1450,35
-15	1,08230	2,813	343,95	-16,97532	3,05761	9,475	862,95	<b>1,006</b>	1448,89	1,05128	<b>-0,845</b>	1472,5
-10	1,10302	2,812	344,29	-12,01366	3,11668	9,658	863,03	<b>0,433</b>	1477,21	1,08851	<b>-0,388</b>	1488
-5	1,11540	2,811	344,61	-7,03690	3,15230	9,767	863,13	<b>0,101</b>	1494,29	1,11150	<b>-0,103</b>	1497,14
0	1,11926	2,810	344,94	-2,04463	3,16389	9,803	863,20	<b>0,0000</b>	1500,00	<b>1,11928</b>	<b>0,0000</b>	1500
5	1,11462	2,809	345,25	2,96303	3,15159	9,764	863,24	<b>0,121</b>	1494,29	1,11150	<b>-0,083</b>	1496,6
10	1,10149	2,808	345,55	7,98622	3,11527	9,650	863,29	<b>0,471</b>	1477,21	1,08851	<b>-0,345</b>	1486,9
15	1,08008	2,808	345,83	13,02453	3,05556	9,464	863,37	<b>1,057</b>	1448,89	1,05128	<b>-0,778</b>	1470,85
20	1,05040	2,807	346,11	18,07806	2,97234	9,205	863,42	<b>1,908</b>	1409,54	1,00115	<b>-1,365</b>	1448,2
25	1,01294	2,806	346,34	23,14576	2,86718	8,879	863,56	<b>3,053</b>	1359,46	0,94026	<b>-2,085</b>	1418,9
30	0,96765	2,806	346,59	28,22811	2,73954	8,482	863,65	<b>4,554</b>	1299,04	0,87043	<b>-2,913</b>	1382,25
35	0,91514	2,805	346,79	33,32364	2,59150	8,023	863,70	<b>6,480</b>	1228,73	0,79420	<b>-3,825</b>	1338,1
40	0,85579	2,805	346,97	38,43180	2,42400	7,504	863,82	<b>8,947</b>	1149,07	0,71377	<b>-4,797</b>	1285,8
45	0,78993	2,805	347,13	43,55216	2,23778	6,927	863,94	<b>12,126</b>	1060,66	0,63111	<b>-5,801</b>	1224,6
50	0,71809	2,804	347,28	48,68373	2,03436	6,297	863,93	<b>16,276</b>	964,18	0,54811	<b>-6,818</b>	1153,5

R = 2000 m

$\alpha$	$\theta$	t	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$H_{maks}$	$R_{topp}$	$\Delta y_{ukorr}$	x	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkorr}$	$x_{innsk}$
-50	1,27308	4,403	295,95	-52,53920	3,81228	16,222	1188,38	<b>38,156</b>	1285,58	0,85550	<b>-23,548</b>	1607,1
-45	1,39966	4,402	295,80	-47,79661	4,19627	17,839	1188,63	<b>28,428</b>	1414,21	1,00703	<b>-20,042</b>	1688,1
-40	1,51547	4,402	295,61	-43,03412	4,54959	19,322	1188,94	<b>20,905</b>	1532,09	1,16373	<b>-16,504</b>	1757,74
-35	1,61944	4,401	295,41	-38,24949	4,86893	20,655	1189,34	<b>15,043</b>	1638,30	1,32079	<b>-13,050</b>	1817,27
-30	1,71101	4,401	295,17	-33,44157	5,15258	21,833	1189,78	<b>10,467</b>	1732,05	1,47209	<b>-9,836</b>	1867,7
-25	1,78914	4,400	294,91	-28,60805	5,39719	22,840	1190,16	<b>6,933</b>	1812,62	1,61108	<b>-6,978</b>	1909,35
-20	1,85370	4,399	294,62	-23,74854	5,60224	23,677	1190,71	<b>4,245</b>	1879,39	1,73271	<b>-4,556</b>	1942,95
-15	1,90405	4,399	294,31	-18,86147	5,76552	24,334	1191,19	<b>2,282</b>	1931,85	1,83228	<b>-2,620</b>	1968,64
-10	1,93964	4,398	293,97	-13,94542	5,88507	24,802	1191,70	<b>0,962</b>	1969,62	1,90592	<b>-1,204</b>	1986,55
-5	1,96062	4,397	293,61	-9,00043	5,96105	25,086	1192,15	<b>0,211</b>	1992,39	1,95134	<b>-0,327</b>	1997
0	1,96661	4,397	293,22	-4,02534	5,99195	25,179	1192,70	<b>0,000</b>	2000,00	<b>1,96663</b>	<b>0,000</b>	2000
5	1,95774	4,396	292,81	0,98002	5,97772	25,082	1193,33	<b>0,310</b>	1992,39	1,95134	<b>-0,224</b>	1995,57
10	1,93395	4,396	292,39	6,01602	5,91793	24,792	1193,84	<b>1,151</b>	1969,62	1,90592	<b>-0,988</b>	1983,7
15	1,89575	4,396	291,94	11,08212	5,81363	24,319	1194,39	<b>2,539</b>	1931,85	1,83228	<b>-2,273</b>	1964,44
20	1,84306	4,396	291,49	16,17890	5,66416	23,658	1194,96	<b>4,538</b>	1879,39	1,73271	<b>-4,048</b>	1937,47
25	1,77651	4,395	291,04	21,30541	5,47110	22,817	1195,45	<b>7,224</b>	1812,62	1,61108	<b>-6,270</b>	1902,7
30	1,69680	4,396	290,58	26,46048	5,23632	21,807	1196,04	<b>10,712</b>	1732,05	1,47209	<b>-8,881</b>	1860
35	1,60413	4,395	290,13	31,64417	4,95997	20,627	1196,52	<b>15,199</b>	1638,30	1,32079	<b>-11,794</b>	1808,67
40	1,49956	4,396	289,69	36,85432	4,64523	19,293	1196,93	<b>20,937</b>	1532,09	1,16373	<b>-14,891</b>	1748,4
45	1,38368	4,396	289,27	42,09006	4,29362	17,809	1197,40	<b>28,333</b>	1414,21	1,00703	<b>-18,023</b>	1678,15
50	1,25757	4,396	288,86	47,34917	3,90840	16,193	1197,76	<b>37,996</b>	1285,58	0,85550	<b>-21,087</b>	1596,76

## Vedlegg F2 12,7 mm (side 3)



**Figur F2.1** Diagrammet viser hvordan prosjektillets hastighet og forflytning langs terrenget endres som funksjon av tiden ved terrengvinklene  $\pm 50^\circ$  (Jf. figur 4.7 side 72). En viktig del av forklaringen på ulikhetene i grafene for de to forskjellige terrengvinklene er følgende: Ved samme tilbakelagte strekning langs terrenget/samme horisontalposisjon har prosjektilet gått en lengre vei i oppoverbakke enn i tilfellet nedoverbakke. Dette kan enkelt leses ut av en figur tilsvarende figur 3.11 side 32, når også nedoverbakke tas med. Forskjellen,  $\Delta s$ , i prosjektillets posisjon mellom de to tilfellene når prosjektillets posisjon måles langs terrenget vinkelrett på dette (i stedet for vinkelrett på horisontalen), er ved maks høyde,  $h_{maks}$ , over terrenget  $\Delta s = 2 \cdot h_{maks} \cdot \sin \alpha \approx 24,5$  m i foreliggende tilfelle. Prosjektilet bruker i denne delen av banen en tid  $\Delta t = \Delta s/v \approx 0,06$  s på å flytte seg en slik strekning. (Jf. verdier i tabell 4.6 og avlesning av hastighet i figur F2.1/figur 4.7).

## Vedlegg F2 12,7 mm (side 4)

**Tabell F2.2** Tabellene på denne og de tre neste sidene er simuleringer på henholdsvis 1000 m, 2000 m, 3000 m og 4000 m skråavstand ("Slant Range"). De er fra tre forskjellige kilder, henholdsvis NAMMO [4], FFI og HH.

## 12,7 mm MP NM140F2 SIMULATIONS

$v_0 = 853$  m/s mp = 43 g

Slant Range = 1000 m

Angle of Line of Sight degrees	Simulation	Super Elevation $\theta$ mils	Super Elevation $\theta$ degrees	Time of Flight s	Terminal velocity m/s	Vertex height m	Vertex range m	Angle of Fall v. Horiz. mils	Angle of Fall v. Horiz. degrees	Angle of Fall $\theta_2$ (mils) vs L.O.S.	Angle of Fall $\theta_2$ (deg) v. L.O.S.	Curvature of Traj. $\theta - \theta_2$ mils	Curvature of Traj. $\theta - \theta_2$ degrees	Change of curv. from horiz mils	Change in % from horizontal
-10	NAMMO	10,13	0,570	1,57	477	3	548	-189	-10,631	-11,222	-0,631	21,352	1,201	-3,928	-15,54
	FFI	10,14	0,570					-192,69	-10,839	-14,911	-0,839	25,051	1,409	-0,397	-1,56
	HH	10,11	0,569	1,57	477,7	2,99	548,0	-192,64	-10,836	-14,862	-0,836	24,977	1,405	-0,411	-1,62
0	NAMMO	10,28	0,578	1,57	477	3	548	-15	-0,844	-15,000	-0,844	25,280	1,422	0,000	0,00
	FFI	10,30	0,579					-15,15	-0,852	-15,151	-0,852	25,448	1,431	0,000	0,00
	HH	10,28	0,578	1,57	478,0	3,04	548,1	-15,11	-0,850	-15,111	-0,850	25,388	1,428	0,000	0,00
10	NAMMO	10,13	0,570	1,57	478	3	548	160	9,000	-17,778	-1,000	27,908	1,570	2,628	10,39
	FFI	10,14	0,570					162,85	9,160	-14,932	-0,840	25,072	1,410	-0,375	-1,48
	HH	10,13	0,570	1,57	478,3	3	548,3	162,90	9,163	-14,880	-0,837	25,007	1,407	-0,381	-1,50
20	NAMMO	9,67	0,544	1,57	478	2,9	548	335	18,844	-20,556	-1,156	30,226	1,700	4,946	19,56
	FFI	9,68	0,544					341,30	19,198	-14,260	-0,802	23,935	1,346	-1,513	-5,94
	HH	9,67	0,544	1,57	478,6	2,86	548,4	341,33	19,200	-14,222	-0,800	23,891	1,344	-1,497	-5,90
30	NAMMO	8,90	0,501	1,57	478	2,6	548	511	28,744	-22,333	-1,256	31,233	1,757	5,953	23,55
	HH	8,92	0,502	1,57	478,8	2,64	548,4	520,23	29,263	-13,102	-0,737	22,019	1,239	-3,368	-13,27
	NAMMO	7,87	0,443	1,57	478	2,3	548	687	38,644	-24,111	-1,356	31,981	1,799	6,701	26,51
40	FFI	7,89	0,444					699,47	39,345	-11,642	-0,655	19,530	1,099	-5,918	-23,25
	HH	7,89	0,444	1,57	479,0	2,34	548,5	699,52	39,348	-11,591	-0,652	19,485	1,096	-5,902	-23,25
	NAMMO	6,61	0,372	1,57	479	2	549	863	48,544	-25,889	-1,456	32,499	1,828	7,219	28,56
50	FFI	6,62	0,372					879,11	49,450	-9,775	-0,550	16,395	0,922	-9,053	-35,58
	HH	6,63	0,373	1,57	479,1	1,96	548,7	879,15	49,452	-9,742	-0,548	16,374	0,921	-9,014	-35,50

## Vedlegg F2 12,7 mm (side 5)

Tabell F2.2 forts.

Slant Range = 2000 m

Angle of Line of Sight degrees	Simulation	Super Elevation $\theta$ mils	Super Elevation $\theta$ degrees	Time of Flight s	Terminal velocity m/s	Vertex height m	Vertex range m	Angle of Fall v. Horiz. mils	Angle of Fall v. Horiz. degrees	Angle of Fall $\theta_2$ (mils) vs L.O.S.	Angle of Fall $\theta_2$ (deg) v. L.O.S.	Curvature of Traj. $\theta - \theta_2$ mils	Curvature of Traj. $\theta - \theta_2$ degrees	Change of curv. from horiz mils	Change in % from horizontal
-10	NAMMO	34,55	1,943	4,41	293	24,9	1192	-244	-13,725	-66,222	-3,725	100,772	5,668	-5,268	-4,97
	FFI	34,55	1,944					-248,08	-13,955	-70,306	-3,955	104,857	5,898	-2,014	-1,88
	HH	34,48	1,940	4,398	293,97	24,8	1191,7	-247,91	-13,945	-70,133	-3,945	104,616	5,885	-1,902	-1,79
0	NAMMO	35,04	1,971	4,41	291	25,2	1193	-71	-3,994	-71,000	-3,994	106,040	5,965	0,000	0,00
	FFI	35,03	1,971					-71,84	-4,041	-71,839	-4,041	106,871	6,011	0,000	0,00
	HH	34,96	1,967	4,397	293,22	25,18	1192,7	-71,56	-4,025	-71,556	-4,025	106,518	5,992	0,000	0,00
10	NAMMO	34,45	1,938	4,41	290	24,9	1194	104	5,850	-73,778	-4,150	108,228	6,088	2,188	2,06
	FFI	34,45	1,938					106,57	5,994	-71,212	-4,006	105,663	5,944	-1,208	-1,13
	HH	34,38	1,934	4,396	292,39	24,79	1193,8	106,95	6,016	-70,827	-3,984	105,209	5,918	-1,310	-1,23
20	NAMMO	32,83	1,847	4,41	289	23,7	1196	282	15,863	-73,556	-4,138	106,386	5,984	0,346	0,33
	FFI	32,83	1,847					287,16	16,153	-68,393	-3,847	101,222	5,694	-5,649	-5,29
	HH	32,77	1,843	4,396	291,49	23,66	1195	287,63	16,179	-67,929	-3,821	100,694	5,664	-5,824	-5,47
30	NAMMO	30,23	1,700	4,41	287	21,9	1197	461	25,931	-72,333	-4,069	102,563	5,769	-3,477	-3,28
	HH	30,17	1,697	4,396	290,58	21,81	1196	470,4	26,460	-62,933	-3,540	93,099	5,237	-13,420	-12,60
	NAMMO	26,71	1,502	4,41	286	19,4	1198	643	36,169	-68,111	-3,831	94,821	5,334	-11,219	-10,58
40	FFI	26,71	1,502					654,67	36,825	-56,442	-3,175	83,147	4,677	-23,724	-22,20
	HH	26,66	1,500	4,396	289,69	19,29	1196,4	655,18	36,854	-55,929	-3,146	82,588	4,646	-23,930	-22,47
	NAMMO	22,40	1,260	4,41	285	16,3	1199	826	46,463	-62,889	-3,538	85,289	4,798	-20,751	-19,57
50	FFI	22,39	1,259					841,28	47,322	-47,611	-2,678	70,001	3,938	-36,871	-34,50
	HH	22,36	1,258	4,396	288,86	16,19	1197,8	841,76	47,349	-47,129	-2,651	69,486	3,909	-37,033	-34,77



## Vedlegg F2 12,7 mm (side 6)

Tabell F2.2 forts.

Slant Range = 3000 m

Angle of Line of Sight degrees	Simulation	Super Elevation $\theta$ mils	Super Elevation $\theta$ degrees	Time of Flight s	Terminal velocity m/s	Vertex height m	Vertex range m	Angle of Fall v. Horiz. mils	Angle of Fall v. Horiz. degrees	Angle of Fall $\theta_2$ (mils) vs L.O.S.	Angle of Fall $\theta_2$ (deg) v. L.O.S.	Curvature of Traj. mils	Curvature of Traj. $\theta - \theta_2$ degrees	Change of curv. from horiz mils	Change in % from horizontal
-10	NAMMO	81,59	4,58944	8,36	225	94,5	1773	-345	-19,406	-167,222	-9,406	248,812	13,996	-13,448	-5,13
	FFI	81,51	4,58479					-351,61	-19,778	-173,828	-9,778	255,336	14,363	-9,477	-3,58
	HH	81,24	4,56980	8,334	225,71	93,97	1771,2	-350,737778	-19,729	-172,960	-9,729	254,201	14,299	-8,833	-3,36
0	NAMMO	83,26	4,68338	8,42	220	97,2	1783	-179	-10,069	-179,000	-10,069	262,260	14,752	0,000	0,00
	FFI	83,10	4,67411					-181,72	-10,222	-181,717	-10,222	264,812	14,896	0,000	0,00
	HH	82,71	4,65263	8,37	222,27	96,31	1780,1	-180,32	-10,143	-180,320	-10,143	263,033	14,796	0,000	0,00
10	NAMMO	82,36	4,63275	8,46	216	96,9	1793	-8	-0,450	-185,778	-10,450	268,138	15,083	5,878	2,24
	FFI	82,20	4,62393					-6,95	-0,391	-184,727	-10,391	266,930	15,015	2,117	0,80
	HH	81,71	4,59619	8,409	218,35	95,81	1789,4	-4,98	-0,280	-182,756	-10,280	264,466	14,876	1,432	0,54
20	NAMMO	78,99	4,44319	8,51	211	93,7	1803	169	9,506	-186,556	-10,494	265,546	14,937	3,286	1,25
	FFI	78,82	4,43347					173,29	9,748	-182,267	-10,252	261,084	14,686	-3,729	-1,41
	HH	78,24	4,40127	8,45	214,02	92,4	1798,9	175,75	9,886	-179,804	-10,114	258,049	14,515	-4,984	-1,89
30	NAMMO	73,18	4,11638	8,56	207	87,5	1814	352	19,800	-181,333	-10,200	254,513	14,316	-7,747	-2,95
	HH	72,38	4,07165	8,493	209,47	86,06	1808,3	362,36	20,383	-170,969	-9,617	243,354	13,689	-19,680	-7,48
40	NAMMO	65,03	3,65794	8,61	202	78,3	1823	541	30,431	-170,111	-9,569	235,141	13,227	-27,119	-10,34
	FFI	64,90	3,65045					552,08	31,055	-159,029	-8,945	223,926	12,596	-40,887	-15,44
	HH	64,27	3,61537	8,534	204,9	76,91	1817,2	555,15	31,227	-155,964	-8,773	220,238	12,388	-42,796	-16,27
50	NAMMO	54,82	3,08363	8,66	197	66,4	1832	737	41,456	-151,889	-8,544	206,709	11,627	-55,551	-21,18
	FFI	54,71	3,07741					751,19	42,254	-137,703	-7,746	192,413	10,823	-72,400	-27,34
	HH	54,14	3,04522	8,572	200,57	65,15	1825,3	754,19	42,423	-134,702	-7,577	188,839	10,622	-74,194	-28,21

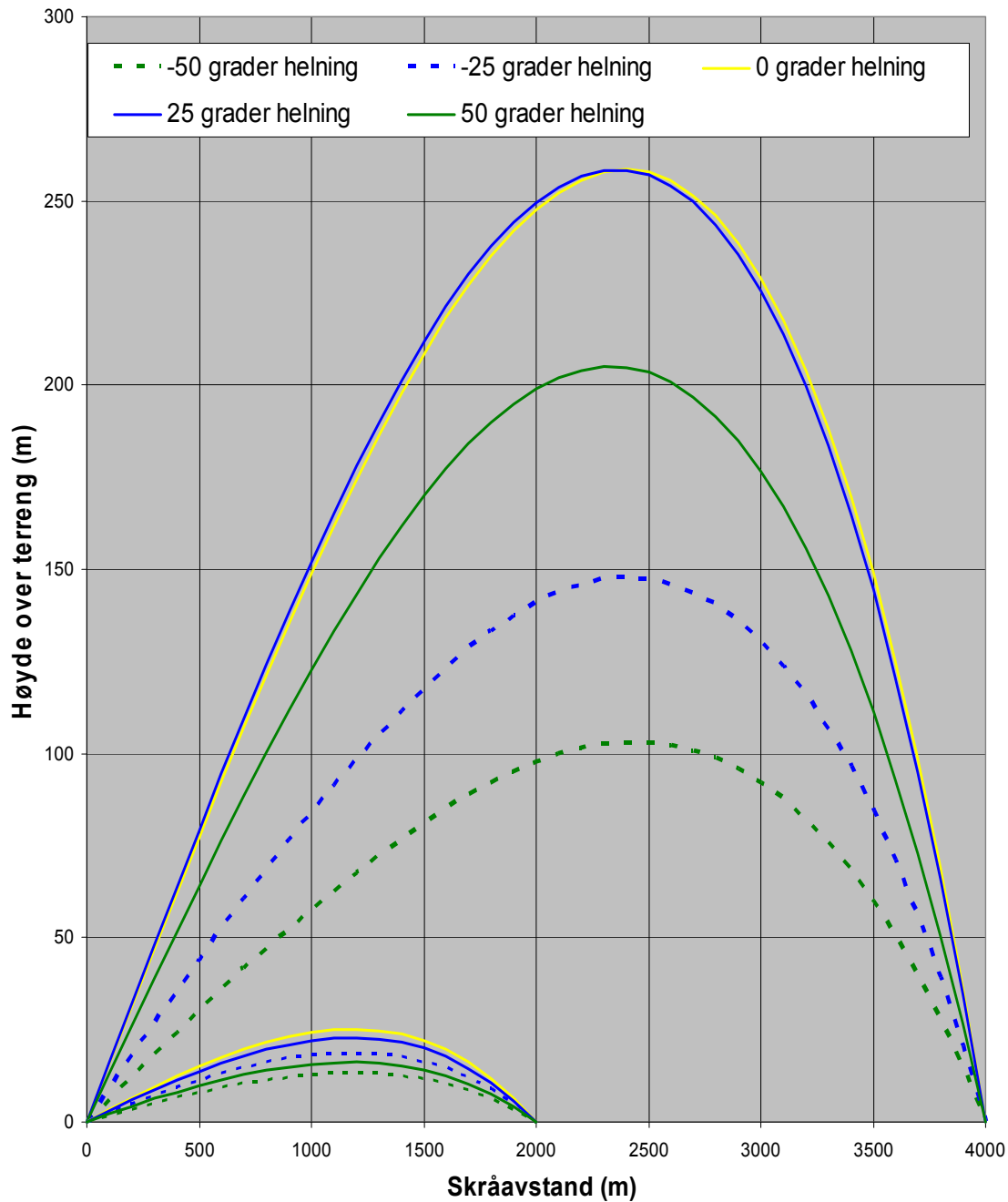
## Vedlegg F2 12,7 mm (side 7)

Tabell F2.2 forts.

Slant Range = 4000 m

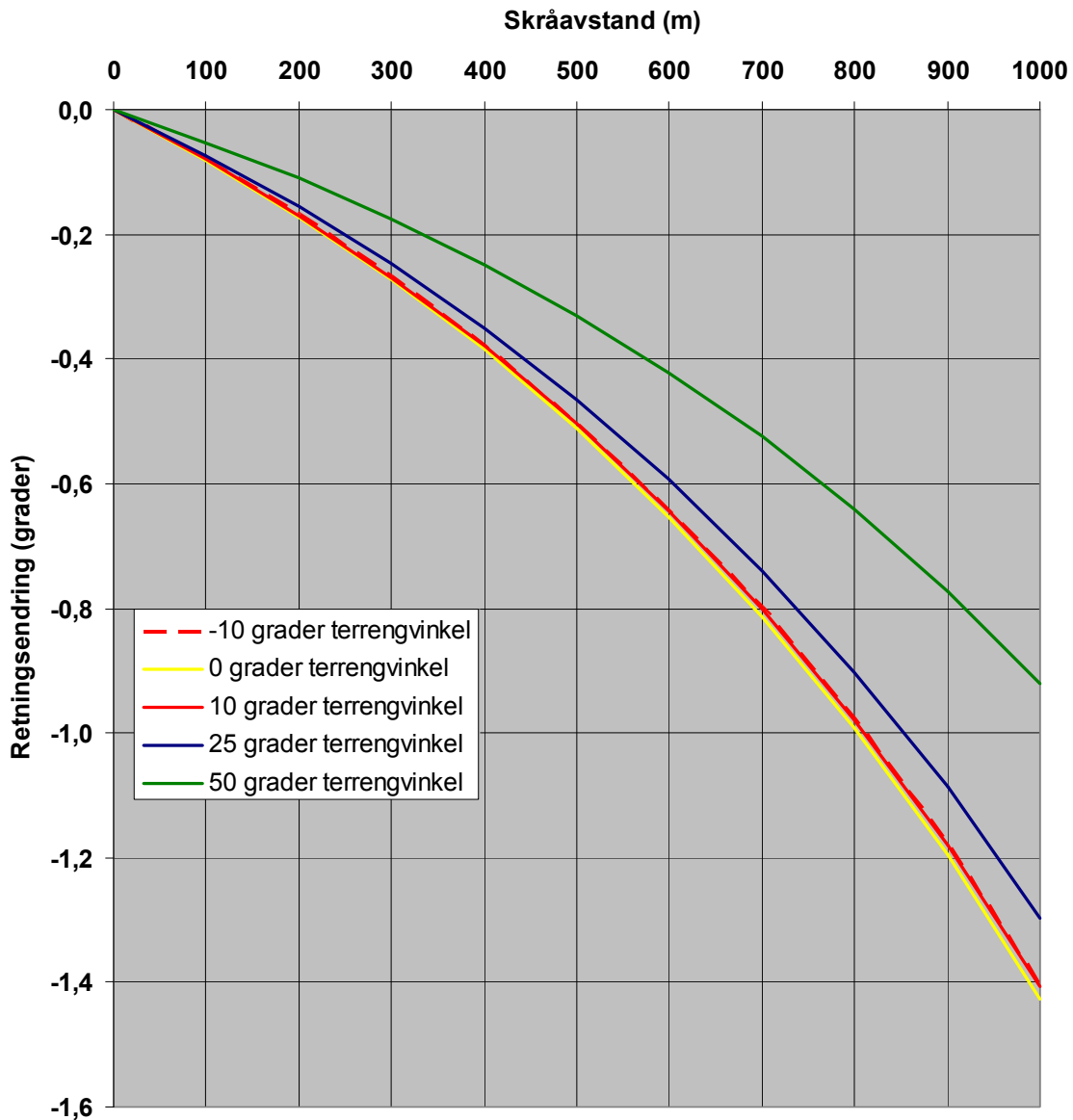
Angle of Line of Sight degrees	Simulation	Super Elevation $\theta$ mils	Super Elevation $\theta$ degrees	Time of Flight s	Terminal velocity m/s	Vertex height m	Vertex range m	Angle of Fall v. Horiz. mils	Angle of Fall v. Horiz. degrees	Angle of Fall $\theta_2$ (mils) vs L.O.S.	Angle of Fall $\theta_1$ (deg) v. L.O.S.	Curvature of Traj. $\theta - \theta_2$ mils	Curvature of Traj. $\theta - \theta_2$ degrees	Change of curv. from horiz mils	Change in % from horizontal
-10	NAMMO	156,88	8,82450	13,57	182	248,6	2373	-511	-28,744	-333,222	-18,744	490,102	27,568	-40,328	-7,60
	FFI	156,5773	8,80747					-521,05	-29,309	-343,271	-19,309	499,849	28,116	-35,468	-6,63
	HH	155,80	8,76380	13,52	181,58	246,51	2372,5	-519,27	-29,209	-341,493	-19,209	497,294	27,973	-33,695	-6,35
0	NAMMO	162,43	9,13669	13,82	174	262	2402	-368	-20,700	-368,000	-20,700	530,430	29,837	0,000	0,00
	FFI	161,9082	9,10734					-373,41	-21,004	-373,409	-21,004	535,317	30,112	0,000	0,00
	HH	160,73	9,04112	13,72	175,32	258,53	2399,8	-370,26	-20,827	-370,258	-20,827	530,989	29,868	0,000	0,00
10	NAMMO	163,4	9,19125	14,08	166	268,6	2433	-219	-12,319	-396,778	-22,319	560,178	31,510	29,748	5,61
	FFI	162,8459	9,16008					-221,06	-12,434	-398,833	-22,434	561,679	31,594	26,362	4,92
	HH	161,26	9,07065	13,95	167,58	264,07	2430,7	-216,14	-12,158	-393,920	-22,158	555,176	31,229	24,187	4,56
20	NAMMO	159,72	8,98425	14,37	156	267,9	2469	-64	-3,600	-419,556	-23,600	579,276	32,584	48,846	9,21
	FFI	159,1431	8,95180					-62,66	-3,525	-418,219	-23,525	577,363	32,477	42,046	7,85
	HH	157,18	8,84111	14,22	158,36	262,38	2464,7	-55,61	-3,128	-411,164	-23,128	568,340	31,969	37,351	7,03
30	NAMMO	151,14	8,50163	14,7	145	259	2507	100	5,625	-433,333	-24,375	584,473	32,877	54,043	10,19
	FFI														
	HH	148,29	8,34112	14,51	147,76	252,53	2501,3	113,65	6,393	-419,680	-23,607	567,967	31,948	36,978	6,96
40	NAMMO	137,5	7,73438	15,05	133	240,7	2547	275	15,469	-436,111	-24,531	573,611	32,266	43,181	8,14
	FFI	136,9234	7,70194					282,81	15,908	-428,303	-24,092	565,227	31,794	29,910	5,59
	HH	134,48	7,56435	14,82	136,08	233,68	2539,4	295,18	16,604	-415,929	-23,396	550,406	30,960	19,417	3,66
50	NAMMO	118,7	6,67688	15,41	120	212,2	2588	467	26,269	-421,889	-23,731	540,589	30,408	10,159	1,92
	FFI	118,1483	6,64584					479,48	26,971	-409,412	-23,029	527,561	29,675	-7,756	-1,45
	HH	115,71	6,50889	15,14	123,83	205,02	2577,3	494,54	27,818	-394,347	-22,182	510,060	28,691	-20,929	-3,94

## Vedlegg F2 12,7 mm (side 8)



**Figur F2.2** Prosjektilbaner som viser banehøyde over terrenklinjen (vinkelrett på denne) og som funksjon av avstand langs terrenklinjen med de angitte terrenghelningene. Baner som representerer samme bratthet, er tegnet med samme farge. De som gjelder nedoverbakke (negativ helningsvinkel) er stiplet (tegnet med minustegn). Utgangsnivåene for skytingen i nedoverbakke er satt til en høyde  $h = R_s \sin(-\alpha)$ , dvs. 1532 m.o.h ved skyting på 2000 m hold og 3064 m.o.h ved skyting på 4000 m hold. Skytingen på horisontaltliggende mål og i oppoverbakke har utgangsnivå 0 m.o.h. Variasjoner i tyngdens komponent på tvers av banen og ulik lufttetthet med høyden forklarer forskjellene på banene. (Jf. avsnitt 4.5).

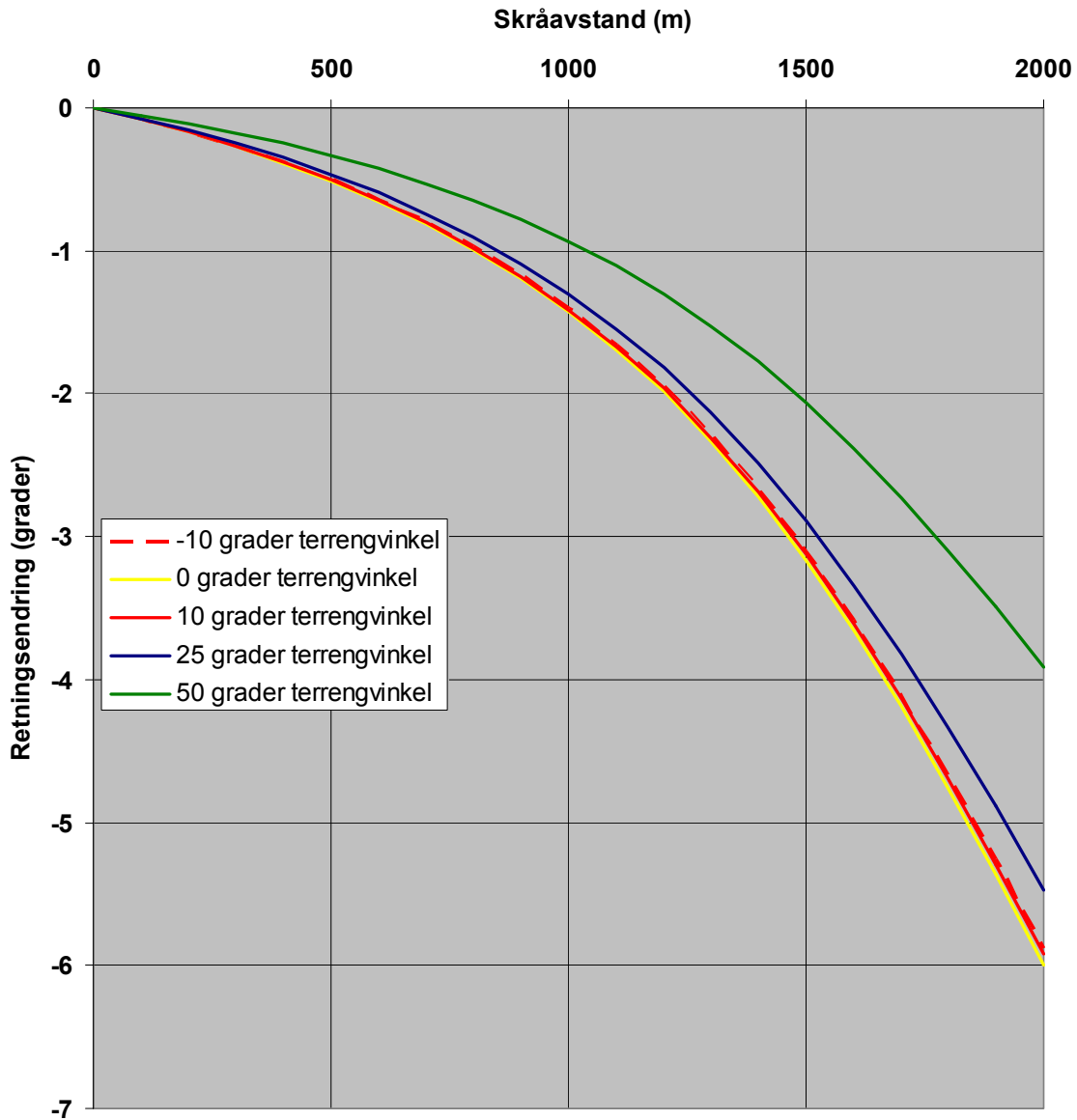
## Vedlegg F2 12,7 mm (side 9)



**Figur F2.3** 12,7 mm MP. Endring av fartsretning langs terrenget. Lufttetthet ved utgangsnivået er satt til  $1,225 \text{ kg/m}^3$ . Det er størst retningsendring og krumning ved lav terrengvinkel fordi tyngden da i større grad virker på tvers av fartsretningen.

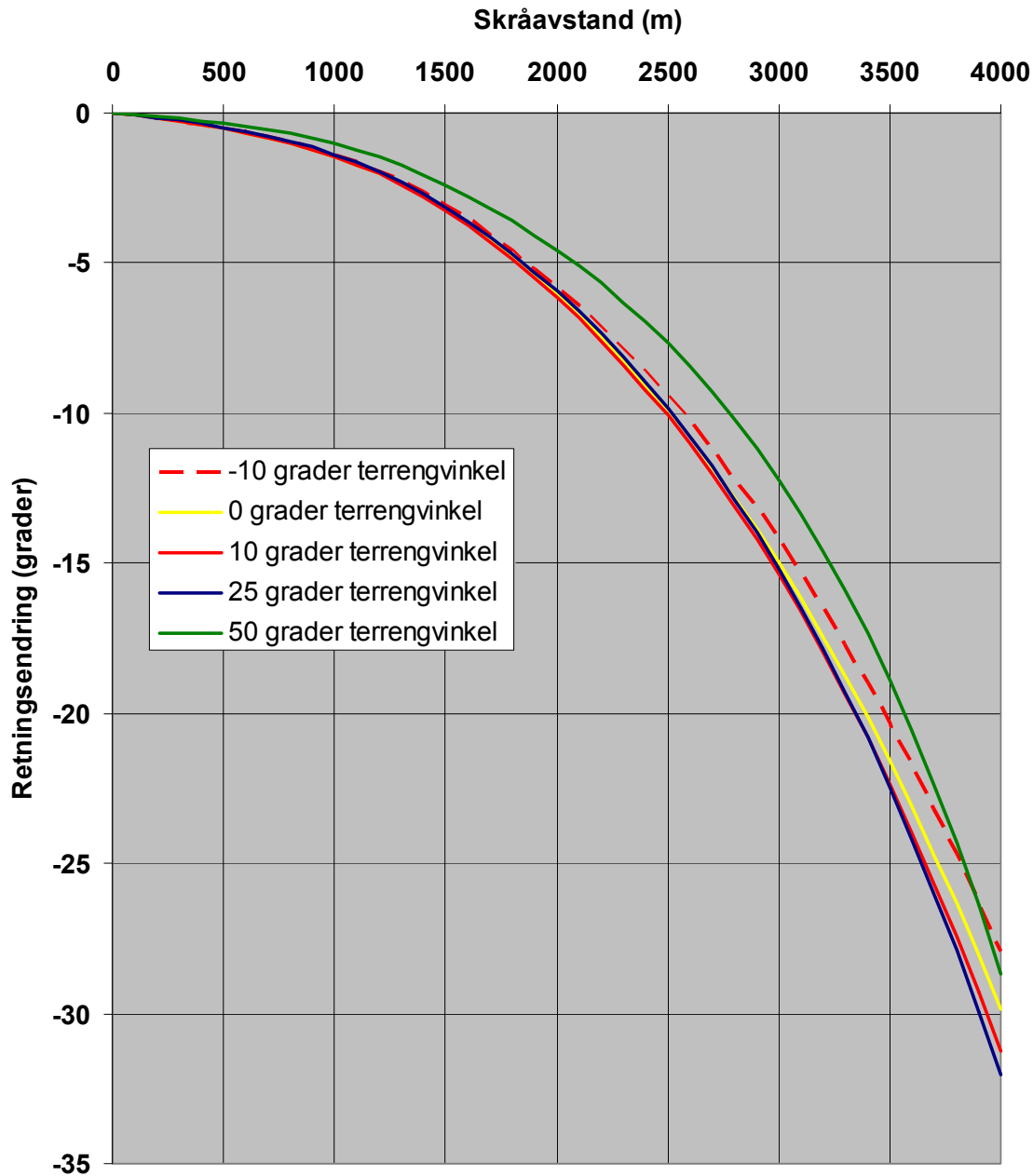
Figurene F2.3 til F2.5 viser endring i den vinkel som hastighetsvektor danner med horisontalen som funksjon av skråavstand ved skyting på ulike hold og terrengvinkler. (jf. vinkel  $u$  i figur C.1 side 107).

## Vedlegg F2 12,7 mm (side 10)



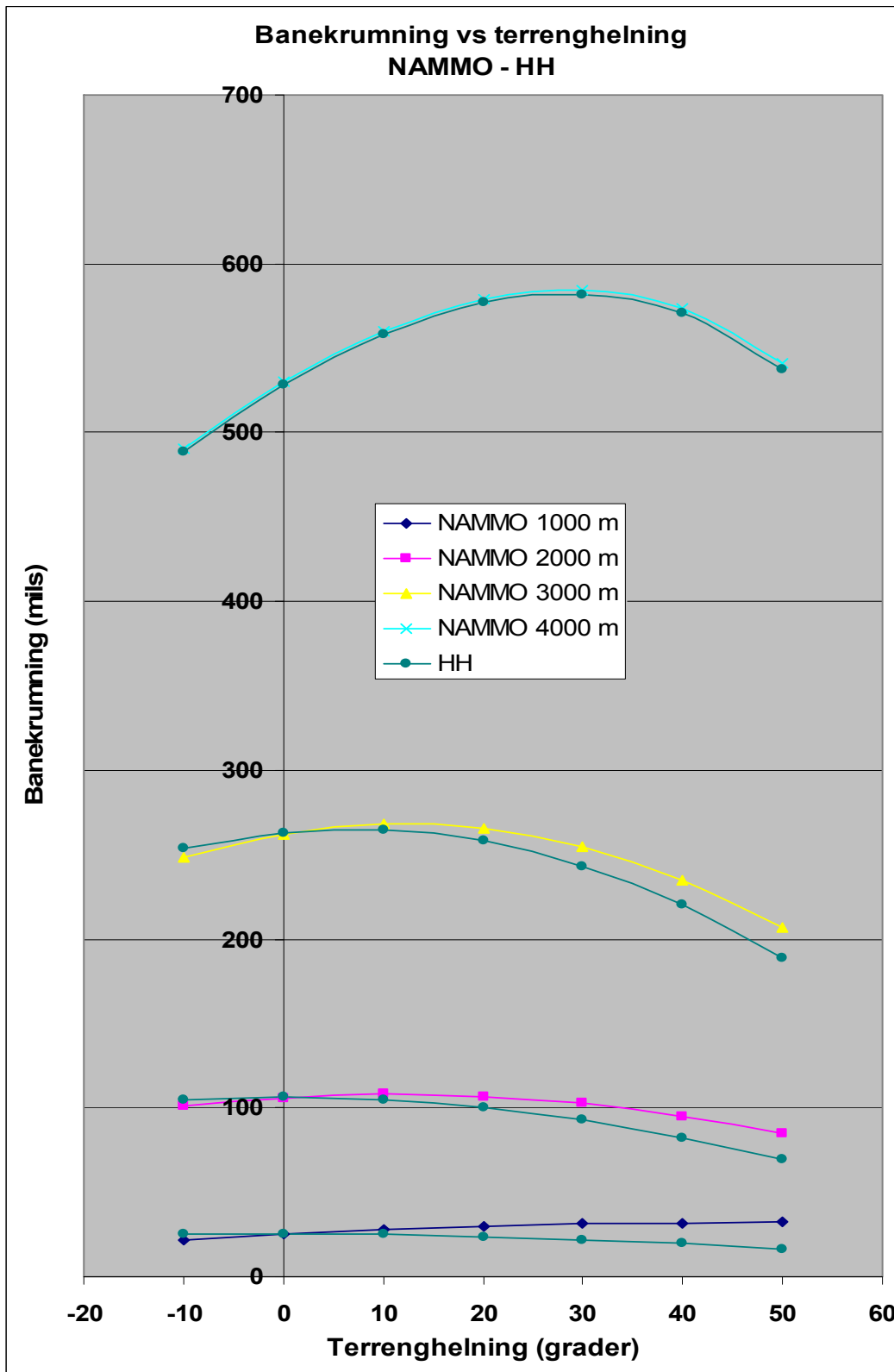
**Figur F2.4** Tilsvarende som forrige figur, men nå skyting på 2000 m hold. Det er liten relativ endring innbyrdes mellom de 5 banene sammenlignet med forrige figur, men krumningen er ca 4 ganger større på den dobbelte avstanden i forhold til i figur F2.3.

## Vedlegg F2 12,7 mm (side 11)



**Figur F2.5** Tilsvarende som de to forrige figurene, men her skyting på 4000 m hold. Krumningen er ca 5 ganger større på denne avstanden i forhold til i foregående figur, der skyteavstanden er halvparten. På dette lange holdet er bane-  
krumningen i det bratteste terrenget ( $\alpha = 50^\circ$ ) praktisk talt like stor som for de  
andre banene. I siste del av banen får den en retningsendring som er større enn  
banen for skyting i 10 graders nedoverbakke, (den røde stiplede kurven). Dette  
skyldes at 50gradersbanen på toppen nær nedslagspunktet nå er betydelig  
nærmere horisontalretning (dvs. mer på tvers av tyngdekraften) enn på kortere  
hold. Nedslagsvinkelen er omtrent like mye over horisontalen som banen for  $\alpha =$   
 $-10^\circ$  er under. (Se tabell F2.2 side 129 for 4000 m).

## Vedlegg F2 12,7 mm (side 12)



**Figur F2.6** Sammenlikning av banekrumninger basert på NAMMOs skytetabeller og HHs simuleringer. På 4000 m hold (øverst) er det meget godt samsvar, mens det på de kortere avstandene (3000 m, 2000 m og 1000 m) er signifikante avvik. NAMMOs verdier ligger i økende grad høyere ved økende terrengvinkel enn HHs.

## VEDLEGG F3 40 mm AGL – tillegg

**Tabell F3.1** Denne tabellen består av 5 deltabeller der (skrå)avstandene er henholdsvis 300 m, 500 m, 800 m, 1000 m og 1200 m. I tillegg til tidligere forklarte symboler, nevnes her spesielt kolonneparet  $x$  og  $x_{innsk}$  som angir de horisontale avstander som Rifleman's Rule (RR) og foreliggende rapport anbefaler siktet skal justeres til.  $\Delta y_{ukorr}$  og  $\Delta y_{RRkorr}$  viser hvor mye det bommes i høyde dersom det henholdsvis ikke korrigeres for terrengvinkel og når det korrigeres etter RR.

**R = 300 m**

$\alpha$	$\theta$	$t$	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$H_{maks}$	$R_{topp}$	$\Delta y_{ukorr}$	$x$	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkorr}$	$x_{innsk}$
-50	1,03605	1,336	211,14	-51,11289	2,149	1,408	152,65	<b>4,942</b>	192,84	1,01561	<b>-0,167</b>	196,40
-45	1,14186	1,338	210,49	-46,23005	2,372	1,554	152,74	<b>3,732</b>	212,13	1,12590	<b>-0,118</b>	214,87
-40	1,23960	1,340	209,78	-41,33961	2,579	1,689	152,88	<b>2,789</b>	229,81	1,22851	<b>-0,076</b>	231,70
-35	1,32811	1,342	209,02	-36,44030	2,768	1,813	153,04	<b>2,049</b>	245,75	1,32189	<b>-0,040</b>	246,75
-30	1,40744	1,345	208,19	-31,53217	2,940	1,925	153,16	<b>1,462</b>	259,81	1,40566	<b>-0,011</b>	260,10
-25	1,47639	1,348	207,32	-26,61380	3,090	2,024	153,31	<b>1,000</b>	271,89	1,47829	<b>0,011</b>	271,58
-20	1,53435	1,351	206,42	-21,68437	3,219	2,107	153,54	<b>0,642</b>	281,91	1,53882	<b>0,025</b>	281,15
-15	1,58127	1,355	205,47	-16,74373	3,325	2,177	153,67	<b>0,370</b>	289,78	1,58698	<b>0,031</b>	288,87
-10	1,61587	1,357	204,50	-11,79020	3,406	2,229	153,85	<b>0,179</b>	295,44	1,62130	<b>0,029</b>	294,52
-5	1,63929	1,361	203,50	-6,82494	3,464	2,267	154,09	<b>0,054</b>	298,86	1,64282	<b>0,019</b>	298,32
<b>0</b>	<b>1,64960</b>	1,364	202,49	-1,84540	3,495	2,286	154,20	<b>0</b>	300	<b>1,64960</b>	<b>0</b>	300
5	1,64789	1,368	201,47	3,14733	3,501	2,290	154,49	<b>0,009</b>	298,86	1,64282	<b>-0,027</b>	299,71
10	1,63280	1,371	200,46	8,15522	3,478	2,274	154,54	<b>0,089</b>	295,44	1,62130	<b>-0,061</b>	297,28
15	1,60605	1,374	199,45	13,17641	3,430	2,242	154,86	<b>0,236</b>	289,78	1,58698	<b>-0,103</b>	292,92
20	1,56623	1,378	198,46	18,21298	3,353	2,191	155,00	<b>0,464</b>	281,91	1,53882	<b>-0,152</b>	286,40
25	1,51445	1,381	197,49	23,26384	3,251	2,124	155,13	<b>0,780</b>	271,89	1,47829	<b>-0,208</b>	277,88
30	1,45054	1,384	196,56	28,32950	3,121	2,038	155,33	<b>1,203</b>	259,81	1,40566	<b>-0,270</b>	267,29
35	1,37497	1,387	195,68	33,40966	2,965	1,936	155,54	<b>1,756</b>	245,75	1,32189	<b>-0,338</b>	254,65
40	1,28886	1,390	194,83	38,50313	2,786	1,818	155,69	<b>2,471</b>	229,81	1,22851	<b>-0,411</b>	240,10
45	1,19207	1,392	194,04	43,61036	2,582	1,684	155,83	<b>3,403</b>	212,13	1,12590	<b>-0,488</b>	223,53
50	1,08572	1,395	193,32	48,73008	2,356	1,537	156,00	<b>4,629</b>	192,84	1,01561	<b>-0,568</b>	205,10

**R = 500 m**

$\alpha$	$\theta$	$t$	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$H_{maks}$	$R_{topp}$	$\Delta y_{ukorr}$	$x$	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkorr}$	$x_{innsk}$
-50	1,84243	2,322	195,36	-52,05614	3,899	4,260	256,75	<b>15,214</b>	321,39	1,78259	<b>-0,818</b>	330,92
-45	2,03324	2,329	194,34	-47,28076	4,314	4,710	257,20	<b>11,595</b>	353,55	1,98693	<b>-0,574</b>	360,78
-40	2,20952	2,336	193,22	-42,49348	4,703	5,140	257,56	<b>8,757</b>	383,02	2,17805	<b>-0,360</b>	387,77
-35	2,37146	2,344	191,99	-37,69332	5,065	5,531	257,98	<b>6,498</b>	409,58	2,35480	<b>-0,178</b>	412,07
-30	2,51647	2,352	190,68	-32,87789	5,394	5,888	258,37	<b>4,700</b>	433,01	2,51338	<b>-0,031</b>	433,45
-25	2,64455	2,361	189,29	-28,04702	5,692	6,211	258,82	<b>3,265</b>	453,15	2,65265	<b>0,078</b>	452,03
-20	2,75291	2,370	187,83	-23,19696	5,950	6,489	259,32	<b>2,145</b>	469,85	2,76877	<b>0,147</b>	467,54
-15	2,84281	2,380	186,29	-18,32903	6,172	6,729	259,91	<b>1,275</b>	482,96	2,86221	<b>0,175</b>	480,27
-10	2,91125	2,390	184,70	-13,43889	6,350	6,920	260,46	<b>0,644</b>	492,40	2,92935	<b>0,160</b>	489,88
-5	2,95866	2,401	183,07	-8,52653	6,485	7,063	260,98	<b>0,222</b>	498,10	2,97031	<b>0,102</b>	496,48
<b>0</b>	<b>2,98400</b>	2,411	181,41	-3,58986	6,574	7,154	261,60	<b>0</b>	500	<b>2,98400</b>	<b>0</b>	500
5	2,98687	2,422	179,72	1,37252	6,614	7,193	262,12	<b>-0,025</b>	498,10	2,97031	<b>-0,145</b>	500,40
10	2,96682	2,433	178,03	6,36214	6,605	7,176	262,74	<b>0,151</b>	492,40	2,92935	<b>-0,330</b>	497,63
15	2,92411	2,445	176,33	11,37970	6,544	7,105	263,41	<b>0,538</b>	482,96	2,86221	<b>-0,556</b>	491,68
20	2,85745	2,455	174,67	16,42817	6,429	6,972	264,01	<b>1,168</b>	469,85	2,76877	<b>-0,817</b>	482,32
25	2,76930	2,466	173,02	21,50514	6,264	6,788	264,67	<b>2,055</b>	453,15	2,65265	<b>-1,114</b>	469,87
30	2,65760	2,476	171,43	26,61488	6,043	6,540	265,20	<b>3,270</b>	433,01	2,51338	<b>-1,438</b>	453,92
35	2,52482	2,487	169,89	31,75484	5,770	6,239	265,74	<b>4,871</b>	409,58	2,35480	<b>-1,790</b>	434,67
40	2,37042	2,496	168,44	36,92705	5,443	5,879	266,28	<b>6,976</b>	383,02	2,17805	<b>-2,162</b>	411,93
45	2,19697	2,506	167,05	42,12857	5,068	5,469	266,82	<b>9,733</b>	353,55	1,98693	<b>-2,554</b>	385,87
50	2,00397	2,514	165,79	47,36118	4,643	5,004	267,33	<b>13,408</b>	321,39	1,78259	<b>-2,955</b>	356,24



## Vedlegg F3 40 mm AGL (side 2)

Tabell F3.1 forts.

R = 800 m

$\alpha$	$\theta$	t	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$H_{maks}$	$R_{topp}$	$\Delta y_{ukorr}$	x	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkorr}$	$x_{innsk}$
-50	3,24421	3,949	175,64	-53,79517	7,039	12,333	415,62	<b>46,086</b>	514,23	3,08700	<b>-3,475</b>	<b>535,57</b>
-45	3,58822	3,968	174,14	-49,23501	7,823	13,704	416,50	<b>35,728</b>	565,69	3,47055	<b>-2,358</b>	<b>581,08</b>
-40	3,90969	3,989	172,48	-44,66036	8,570	15,006	417,54	<b>27,454</b>	612,84	3,83553	<b>-1,368</b>	<b>622,15</b>
-35	4,20757	4,013	170,67	-40,07071	9,278	16,239	418,71	<b>20,770</b>	655,32	4,17708	<b>-0,524</b>	<b>659,01</b>
-30	4,47897	4,038	168,71	-35,46285	9,942	17,391	419,85	<b>15,349</b>	692,82	4,48848	<b>0,154</b>	<b>691,69</b>
-25	4,72152	4,065	166,60	-30,83394	10,555	18,450	421,16	<b>10,959</b>	725,05	4,76367	<b>0,652</b>	<b>720,12</b>
-20	4,93430	4,094	164,36	-26,18278	11,117	19,416	422,65	<b>7,416</b>	751,75	4,99841	<b>0,954</b>	<b>744,54</b>
-15	5,11268	4,125	162,01	-21,50249	11,615	20,261	424,11	<b>4,635</b>	772,74	5,18516	<b>1,046</b>	<b>764,63</b>
-10	5,25692	4,157	159,55	-16,79265	12,050	20,989	425,72	<b>2,501</b>	787,85	5,32214	<b>0,921</b>	<b>780,63</b>
-5	5,36532	4,191	156,98	-12,04964	12,415	21,593	427,44	<b>0,957</b>	796,96	5,40646	<b>0,573</b>	<b>792,52</b>
<b>0</b>	<b>5,43410</b>	4,226	154,33	-7,26594	12,700	22,045	429,20	<b>0</b>	800	<b>5,43410</b>	<b>0</b>	<b>800</b>
5	5,46376	4,262	151,62	-2,44007	12,904	22,350	431,09	<b>-0,410</b>	796,96	5,40646	<b>-0,793</b>	<b>803,21</b>
10	5,45088	4,298	148,86	2,43647	13,014	22,482	432,88	<b>-0,234</b>	787,85	5,32214	<b>-1,795</b>	<b>801,82</b>
15	5,39659	4,336	146,07	7,36532	13,031	22,447	434,83	<b>0,531</b>	772,74	5,18516	<b>-2,993</b>	<b>795,93</b>
20	5,30001	4,374	143,25	12,35198	12,948	22,235	436,85	<b>1,947</b>	751,75	4,99841	<b>-4,370</b>	<b>785,37</b>
25	5,15810	4,411	140,48	17,40682	12,751	21,819	438,73	<b>4,146</b>	725,05	4,76367	<b>-5,896</b>	<b>769,70</b>
30	4,97377	4,449	137,72	22,52975	12,444	21,214	440,76	<b>7,226</b>	692,82	4,48848	<b>-7,553</b>	<b>749,01</b>
35	4,74593	4,485	135,04	27,72867	12,017	20,404	442,66	<b>11,418</b>	655,32	4,17708	<b>-9,310</b>	<b>722,95</b>
40	4,47551	4,520	132,45	33,00785	11,468	19,390	444,57	<b>17,031</b>	612,84	3,83553	<b>-11,137</b>	<b>691,27</b>
45	4,16471	4,555	129,97	38,36897	10,796	18,177	446,40	<b>24,528</b>	565,69	3,47055	<b>-13,012</b>	<b>653,79</b>
50	3,81364	4,586	127,65	43,81802	9,996	16,757	448,11	<b>34,684</b>	514,23	3,08700	<b>-14,896</b>	<b>610,02</b>

R = 1000 m

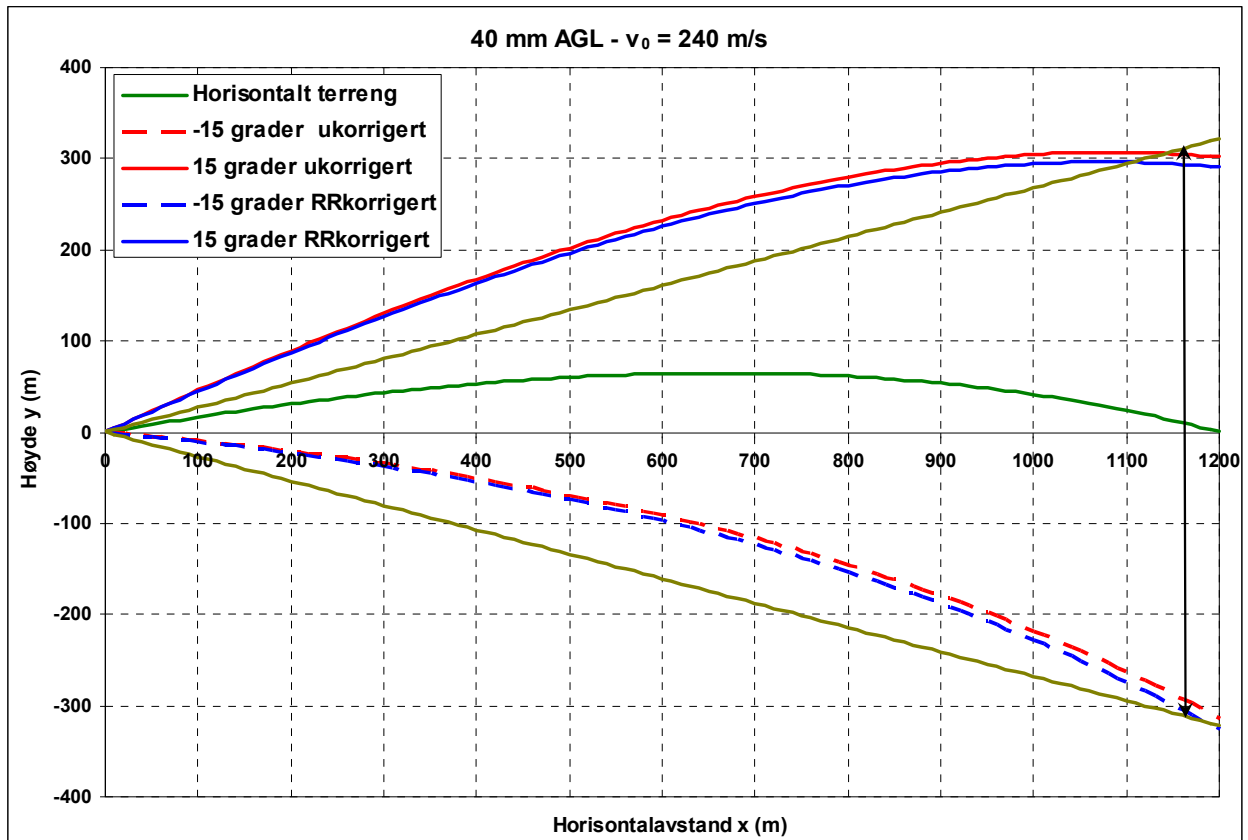
$\alpha$	$\theta$	t	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$H_{maks}$	$R_{topp}$	$\Delta y_{ukorr}$	x	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkorr}$	$x_{innsk}$
-50	4,32132	5,134	164,78	-55,17588	9,497	20,864	522,59	<b>81,357</b>	642,79	4,07539	<b>-6,869</b>	<b>672,81</b>
-45	4,78756	5,167	163,03	-50,79888	10,586	23,251	524,05	<b>63,927</b>	707,11	4,60978	<b>-4,492</b>	<b>727,75</b>
-40	5,22740	5,203	161,08	-46,41192	11,639	25,554	525,65	<b>49,795</b>	766,04	5,12493	<b>-2,379</b>	<b>777,38</b>
-35	5,63924	5,244	158,93	-42,01493	12,654	27,771	527,46	<b>38,212</b>	819,15	5,61266	<b>-0,575</b>	<b>822,03</b>
-30	6,01737	5,288	156,60	-37,60194	13,619	29,866	529,39	<b>28,706</b>	866,03	6,06039	<b>0,876</b>	<b>861,58</b>
-25	6,36120	5,336	154,09	-33,17359	14,535	31,843	531,54	<b>20,875</b>	906,31	6,46071	<b>1,927</b>	<b>896,41</b>
-20	6,66685	5,387	151,39	-28,72555	15,392	33,680	533,98	<b>14,468</b>	939,69	6,80337	<b>2,538</b>	<b>926,51</b>
-15	6,93090	5,443	148,53	-24,25341	16,184	35,353	536,53	<b>9,299</b>	965,93	7,07933	<b>2,673</b>	<b>951,88</b>
-10	7,15139	5,501	145,51	-19,75430	16,906	36,853	539,29	<b>5,216</b>	984,81	7,28246	<b>2,304</b>	<b>972,64</b>
-5	7,32487	5,564	142,33	-15,22225	17,547	38,154	542,14	<b>2,134</b>	996,19	7,40666	<b>1,414</b>	<b>988,70</b>
<b>0</b>	<b>7,44835</b>	5,629	139,03	-10,65090	18,099	39,231	545,30	<b>0</b>	1000	<b>7,44835</b>	<b>0</b>	<b>1000</b>
5	7,51943	5,697	135,60	-6,03366	18,553	40,065	548,58	<b>-1,214</b>	996,19	7,40666	<b>-1,925</b>	<b>1006,45</b>
10	7,53524	5,768	132,07	-1,36167	18,897	40,627	551,94	<b>-1,491</b>	984,81	7,28246	<b>-4,335</b>	<b>1007,88</b>
15	7,49352	5,841	128,46	3,37446	19,119	40,892	555,51	<b>-0,785</b>	965,93	7,07933	<b>-7,184</b>	<b>1004,10</b>
20	7,39290	5,916	124,84	8,18484	19,208	40,841	559,19	<b>0,983</b>	939,69	6,80337	<b>-10,420</b>	<b>994,94</b>
25	7,23035	5,992	121,19	13,08526	19,145	40,435	563,04	<b>3,981</b>	906,31	6,46071	<b>-13,969</b>	<b>979,98</b>
30	7,00509	6,067	117,51	18,08777	18,917	39,656	566,76	<b>8,422</b>	866,03	6,06039	<b>-17,760</b>	<b>958,91</b>
35	6,71765	6,144	113,84	23,20369	18,514	38,494	570,69	<b>14,611</b>	819,15	5,61266	<b>-21,724</b>	<b>931,43</b>
40	6,36441	6,218	110,24	28,45755	17,907	36,894	574,40	<b>23,105</b>	766,04	5,12493	<b>-25,760</b>	<b>896,73</b>
45	5,95013	6,290	106,74	33,85474	17,095	34,885	578,23	<b>34,571</b>	707,11	4,60978	<b>-29,829</b>	<b>854,65</b>
50	5,47431	6,360	103,38	39,41587	16,058	32,441	581,92	<b>50,223</b>	642,79	4,07539	<b>-33,851</b>	<b>804,35</b>

## Vedlegg F3 40 mm AGL (side 3)

Tabell F3.1 forts.

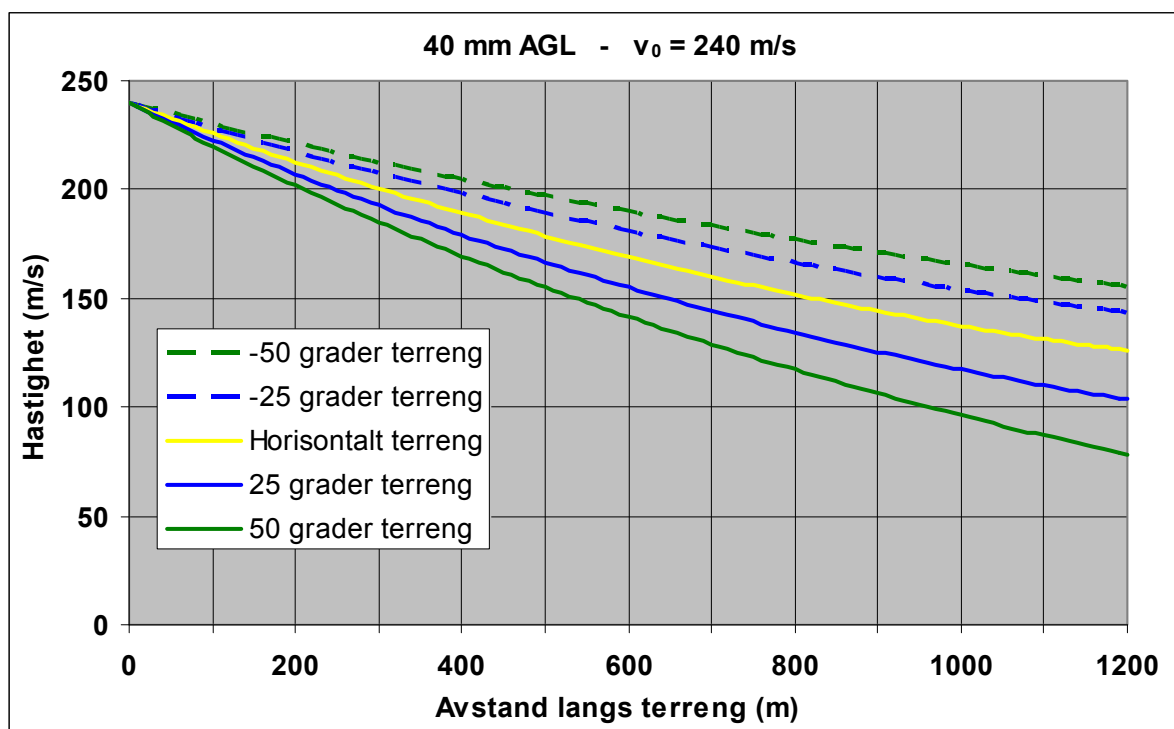
R =1200 m

$\alpha$	$\theta$	t	$v_f$	$\gamma$	$\kappa$	$H_{maks}$	$R_{topp}$	$\Delta y_{ukorr}$	x	$\theta_{RR}$	$\Delta y_{RRkorr}$	$x_{innsk}$
-50	5,52201	6,399	155,55	-56,72555	12,248	32,431	629,69	85,858	771,35	5,17254	-7,634	809,49
-45	6,13103	6,451	153,59	-52,56778	13,699	36,274	631,80	75,371	848,53	5,89086	-5,208	873,22
-40	6,71146	6,509	151,41	-48,41070	15,122	40,040	634,25	64,590	919,25	6,59289	-2,553	930,83
-35	7,25818	6,574	149,00	-44,25166	16,510	43,697	636,80	53,894	982,98	7,26296	0,102	982,57
-30	7,76851	6,645	146,36	-40,09106	17,860	47,237	639,80	43,567	1039,23	7,88688	2,513	1028,78
-25	8,24019	6,724	143,48	-35,92999	19,170	50,655	643,04	33,822	1087,57	8,45067	4,436	1069,78
-20	8,66701	6,809	140,39	-31,76343	20,430	53,904	646,66	24,901	1127,63	8,93637	5,636	1105,62
-15	9,04742	6,902	137,07	-27,59293	21,640	56,983	650,62	16,924	1159,11	9,33217	5,914	1136,53
-10	9,37689	7,002	133,53	-23,41516	22,792	59,858	654,96	10,037	1181,77	9,62503	5,111	1162,60
-5	9,64981	7,109	129,79	-19,22407	23,874	62,478	659,56	4,384	1195,43	9,80365	3,140	1183,69
0	9,86461	7,224	125,89	-15,01905	24,884	64,835	664,70	0	1200	9,86461	0	1200
5	10,01481	7,346	121,84	-10,78708	25,802	66,863	670,08	-2,999	1195,43	9,80365	-4,217	1211,24
10	10,09827	7,475	117,56	-6,52636	26,625	68,539	675,97	-4,606	1181,77	9,62503	-9,325	1217,43
15	10,10778	7,611	113,08	-2,22257	27,330	69,776	682,10	-4,725	1159,11	9,33217	-15,054	1218,13
20	10,04094	7,753	108,43	2,13258	27,908	70,538	688,66	-3,375	1127,63	8,93637	-21,076	1213,18
25	9,89468	7,903	103,61	6,55235	28,342	70,777	695,69	-0,566	1087,57	8,45067	-27,037	1202,27
30	9,66158	8,057	98,69	11,06735	28,594	70,380	702,85	3,760	1039,23	7,88688	-32,546	1184,59
35	9,34197	8,216	93,67	15,69452	28,647	69,327	710,45	9,510	982,98	7,26296	-37,287	1159,87
40	8,93024	8,379	88,60	20,47665	28,454	67,513	718,23	16,693	919,25	6,59289	-40,948	1127,12
45	8,42194	8,541	83,55	25,46788	27,954	64,839	726,12	25,276	848,53	5,89086	-43,277	1085,18
50	7,81855	8,703	78,55	30,71556	27,103	61,276	733,90	35,070	771,35	5,17254	-44,144	1033,18

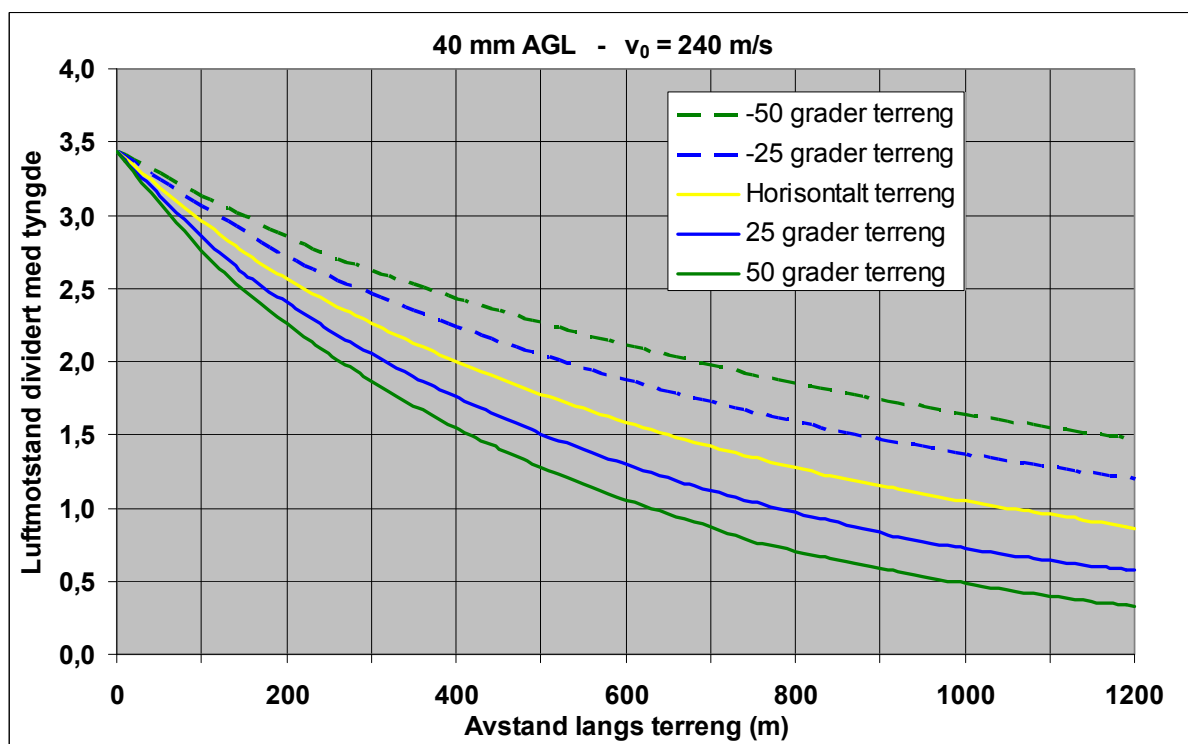


**Figur F3.1** Diagrammet viser prosjektilbanen for AGL med ukorrigert oppsats (rødfargete), dvs. med samme oppsats som i horisontalt terreng på samme hold = 1200 m, og tilsvarende baner som er korrigeret etter Rifleman's Rule (RR, farget blå). I 15° oppoverbakke er banen omtrent horisontal mot slutten. På grunn av den relativt lave hastigheten der, krummer banen ekstra mye og fører til at ukorrigert bane her går litt for lavt og RR-korrigert enda lavere.

## Vedlegg F3 40 mm AGL (side 4)

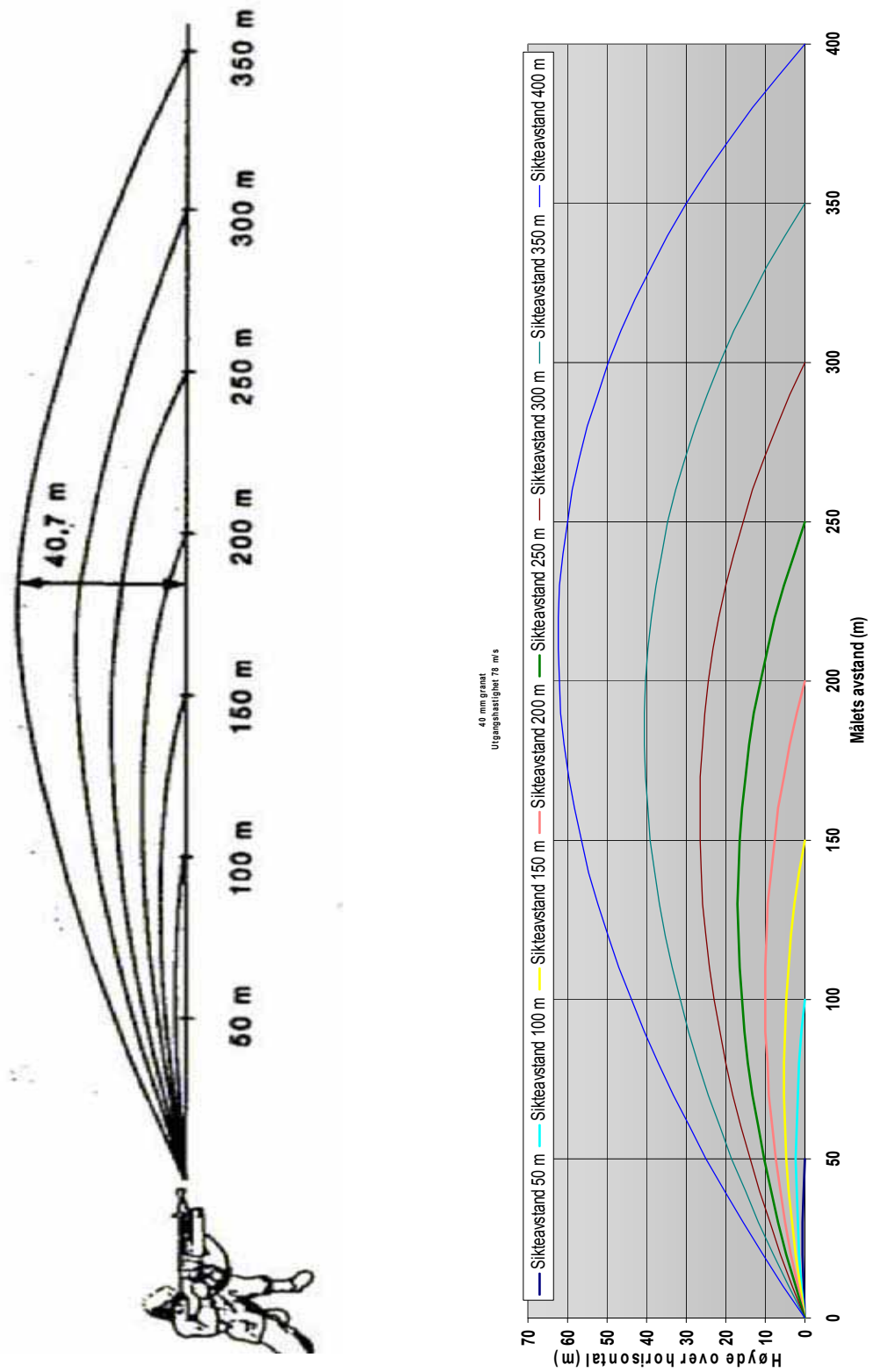


Figur F3.2 Diagrammet viser prosjektilhastighet som funksjon av strekning langs terrenget for de 5 angitte terrengevinklene. Det fremgår at hastigheten avtar mindre jo mer terrenget heller nedover, og mer desto brattere terrenget er oppover.



Figur F3.3 Diagrammet viser forholdet mellom luftmotstanden og tyngden som funksjon av avstand langs terrenget. Siden prosjektilhastigheten mot slutten av banen blir ganske lav, blir luftmotstanden i oppoverbakke mindre enn tyngden av prosjektilet.

## VEDLEGG F4 40 mm GUR – tillegg



Figur F4.1 Granatbaner for forskjellige skyteavstander. (Figuren til venstre er fra [56]).

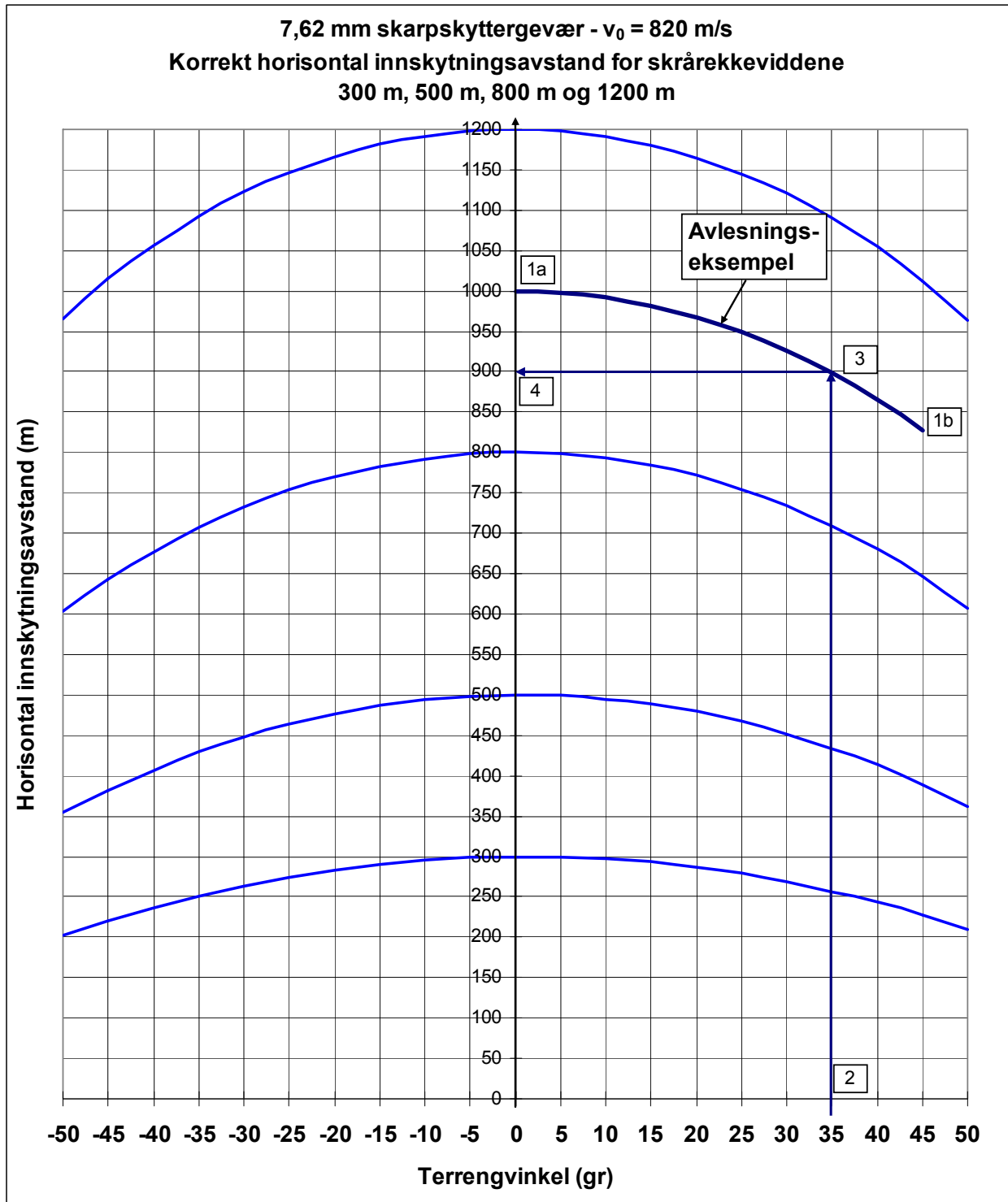
## VEDLEGG F5 Alternativ til RR – tillegg

**Tabell F5.1** 7,62 mm skarpskyttergevær. Tilsvarende tabell som tabell 5.1, men her på 50 % lengre skyteavstand. På denne avstanden forverres bom i høyde dramatisk ved bruk av Rifleman's Rule (kolonne 5), mens den "nye" korreksjonsregelen gir svært liten bom (kolonne 9). Legg også merke til hvor kraftig RR reduserer oppsatsen i forhold til korrekt vinkel (kolonne 4), mens avviket med "ny" korreksjonsregel er svært lite (kolonne 8).

### Skyteavstand 1200 m

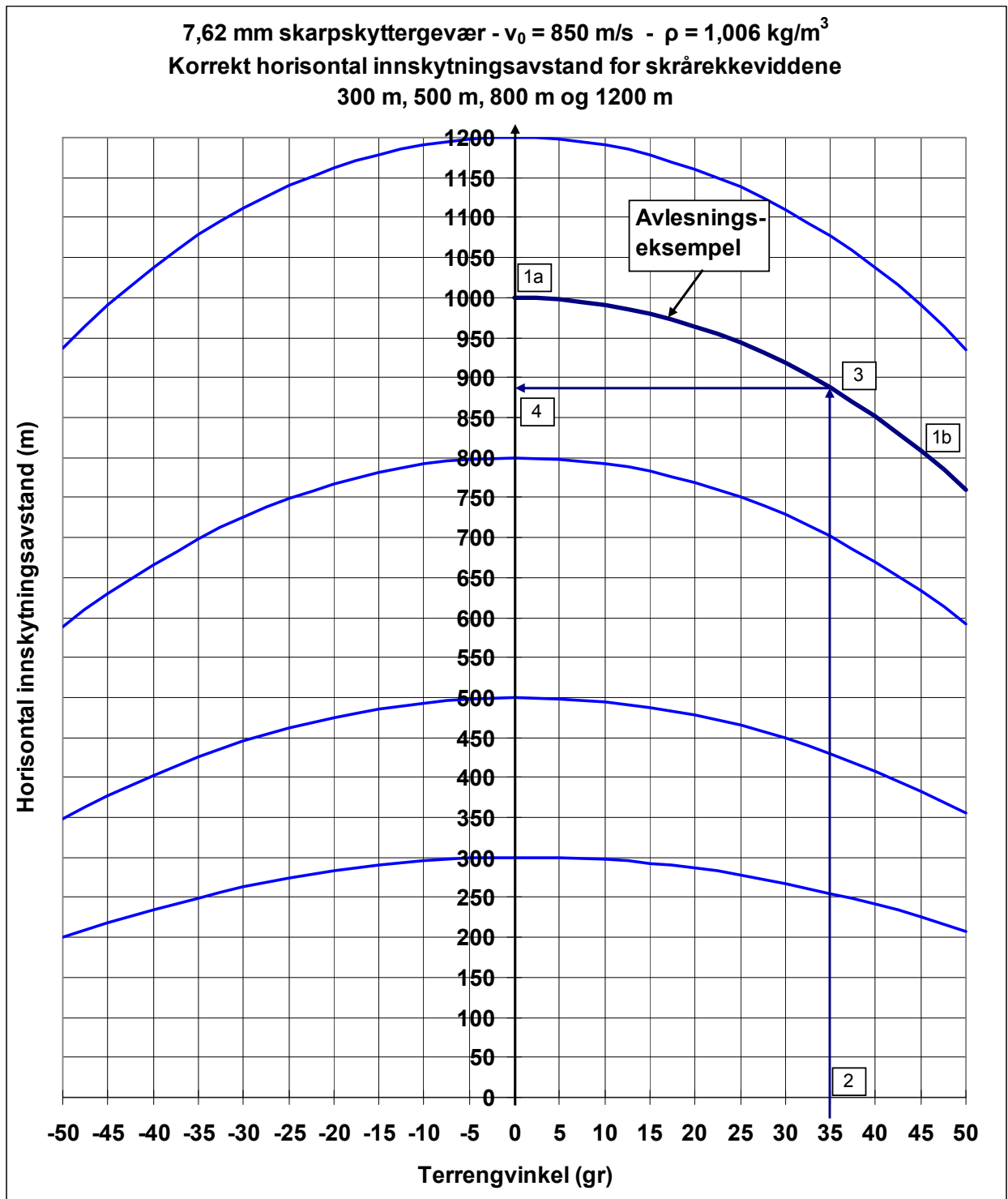
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\alpha$	$\theta_{\text{Riktig}}$	$\theta_{\text{RR}}$	Vinkel- avvik %	$\Delta y$ $RR_{\text{korr}}$	Gj.sn. $\theta^-$ og $\theta^+$	$\theta = \theta_0 \cdot \cos \alpha$	Vinkel- avvik %	$\Delta y$ Ny	
-50	0,7913	0,5318	-32,79	-8,672	0,7899	0,7896	-0,22	-0,057	
-45	0,8706	0,6257	-28,12	-7,418	0,8689	0,8687	-0,22	-0,059	
-40	0,9433	0,7223	-23,42	-6,162	0,9415	0,9411	-0,23	-0,061	
-35	1,0084	0,8188	-18,80	-4,932	1,0066	1,0063	-0,21	-0,055	
-30	1,0658	0,9122	-14,41	-3,768	1,0640	1,0639	-0,18	-0,047	
-25	1,1152	0,9994	-10,39	-2,709	1,1136	1,1134	-0,17	-0,043	
-20	1,1558	1,0764	-6,87	-1,786	1,1544	1,1544	-0,12	-0,032	
-15	1,1878	1,1405	-3,98	-1,031	1,1866	1,1866	-0,10	-0,025	
-10	1,2107	1,1886	-1,82	-0,470	1,2099	1,2098	-0,07	-0,019	
-5	1,2241	1,2183	-0,48	-0,123	1,2237	1,2238	-0,03	-0,007	
0	1,2285	1,2285	0,00	0,000	1,2285	1,2285	0,00	0,000	
5	1,2233	1,2183	-0,41	-0,106	1,2237	1,2238	0,04	0,010	
10	1,2091	1,1886	-1,69	-0,434	1,2099	1,2098	0,06	0,014	
15	1,1855	1,1405	-3,80	-0,970	1,1866	1,1866	0,09	0,023	
20	1,1530	1,0764	-6,64	-1,692	1,1544	1,1544	0,12	0,030	
25	1,1120	0,9994	-10,13	-2,573	1,1136	1,1134	0,13	0,032	
30	1,0622	0,9122	-14,13	-3,579	1,0640	1,0639	0,15	0,039	
35	1,0048	0,8188	-18,51	-4,678	1,0066	1,0063	0,15	0,039	
40	0,9397	0,7223	-23,13	-5,831	0,9415	0,9411	0,15	0,038	
45	0,8672	0,6257	-27,85	-7,001	0,8689	0,8687	0,16	0,041	
50	0,7884	0,5318	-32,54	-8,163	0,7899	0,7896	0,15	0,038	

## VEDLEGG F6 En korreksjonsmodell til feltbruk – tillegg



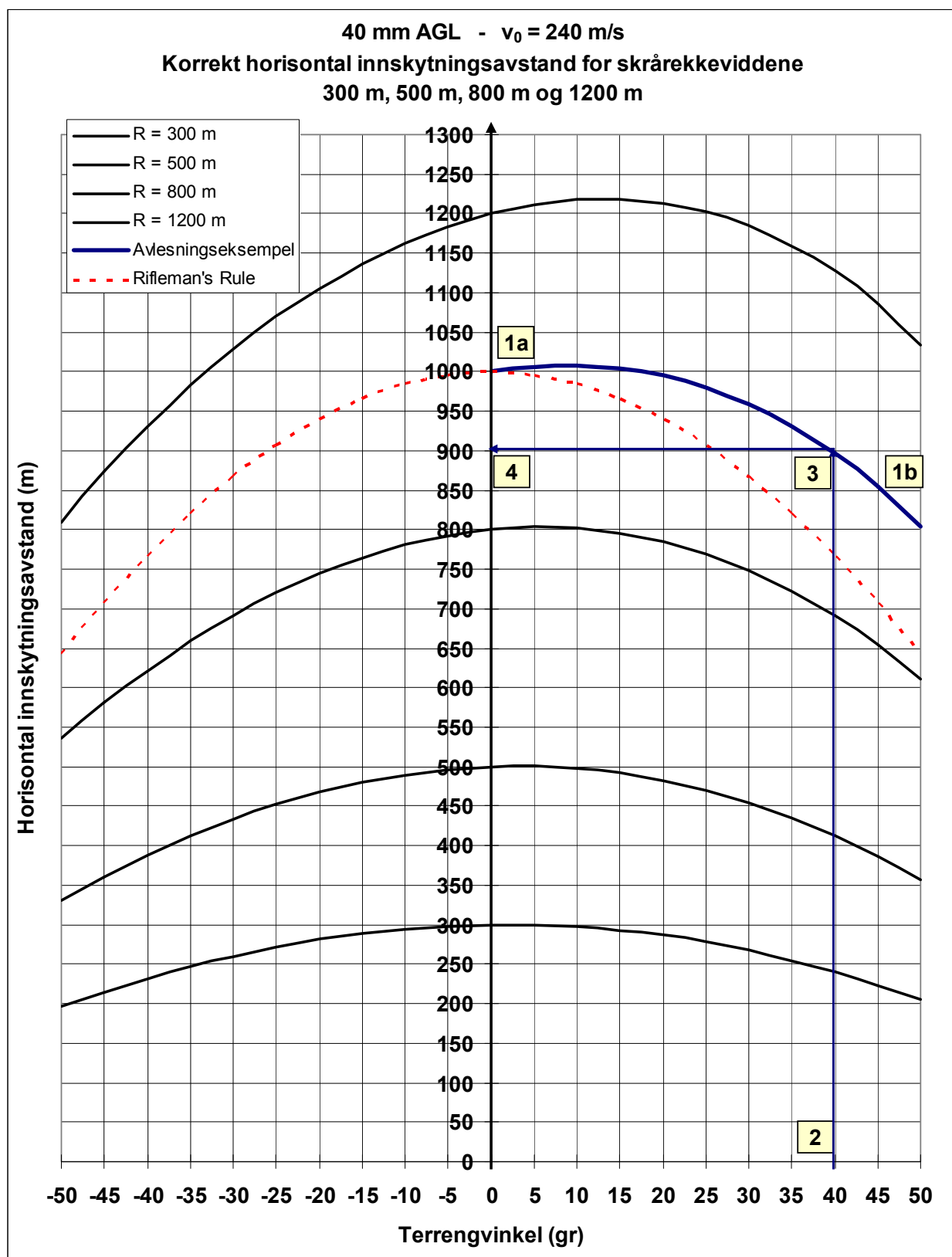
**Figur F6.1** Dersom man sammenlikner denne figuren med figur 6.1 side 95, kan en se at samme ”overlegg” som for  $v_0 = 850$  m/s også kan benyttes dersom utgangshastigheten er  $v_0 = 820$  m/s. Dette innebærer at en ikke trenger å bytte ut overlegget selv ved relativt store endringer i utgangshastighet, vel og merke så lenge våpenet er innskutt med (evt. siktet justert til) den gjeldende  $v_0$ .

## Vedlegg F6 side 2



**Figur F6.2** Dersom man sammenlikner denne figuren med figur 6.1 side 95, kan en se at samme ”overlegg” som for  $v_0 = 850 \text{ m/s}$  også kan benyttes selv om lufttettheten endres en god del, i dette eksemplet en reduksjon på 18 % i forhold til referanseverdien ( $1,225 \text{ kg/m}^3$ ). Den riktige horisontalavstanden (jf diagrammet) skal i stedet for 900 m, som overlegget i figur 6.1 gir, være 888 m, hvilket er en marginal forskjell.

## Vedlegg F6 side 3



**Figur F6.3** Eksempel på avlesning for å finne riktig horisontalavstand å stille inn siktet på. Her er skrårekkevidden 1000 m og terrengvinkelen 40 grader. Avlesningen gir horisontalavstand 900 m som grunnlag for siktejustering. Den røde stiplede streken viser hva Rifleman's Rule anviser (helt feilaktig).



## VEDLEGG G Hvilke vinkler gir samme rekkevidde?

Vi tar utgangspunkt i likning (3.30) for skrårekkevidden  $R_s$  gitt ved:

$$R_s = \frac{2v_0^2}{g \cos \alpha} \cdot \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan^2 \beta} \quad (\text{G.1}) = (3.30)$$

og skal vise at denne er like stor for de to elevasjonsvinkler:

$$\begin{aligned} \beta^+ &= 45^\circ + \alpha/2 + \psi \\ \beta^- &= 45^\circ + \alpha/2 - \psi \end{aligned} \quad (\text{G.2}) = (3.31)$$

For å vise at denne påstanden er gyldig er det nok å vise at:

$$\frac{\tan \beta^+ - \tan \alpha}{1 + \tan^2 \beta^+} = \frac{\tan \beta^- - \tan \alpha}{1 + \tan^2 \beta^-} \quad (\text{G.3})$$

Nedenfor benytter vi følgende trigonometriske relasjoner:

$$\tan \beta = \sin \beta / \cos \beta$$

$$\cos^2 \beta = 1 / (1 + \tan^2 \beta)$$

$$\sin 2\beta = 2 \sin \beta \cos \beta$$

$$\cos^2 \beta = (\cos 2\beta + 1) / 2$$

Uttrykket på hver side av likhetstegnet i (G.3) kan (ved å la  $\beta$  representere både  $\beta^+$  og  $\beta^-$ ) omformes til:

$$\frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan^2 \beta} = \cos^2 \beta \left( \frac{\sin \beta}{\cos \beta} - \tan \alpha \right) = \sin \beta \cos \beta - \tan \alpha \cos^2 \beta \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan^2 \beta} = 0,5 [\sin 2\beta - \tan \alpha (\cos 2\beta + 1)] \quad (\text{G.4})$$

Videre benyttes følgende trigonometriske relasjoner:

$$\sin(u + 90^\circ) = \cos u$$

$$\cos(u + 90^\circ) = -\sin u$$

$$\sin(u \pm v) = \sin u \cdot \cos v \pm \cos u \cdot \sin v$$

$$\cos(u \pm v) = \cos u \cdot \cos v \mp \sin u \cdot \sin v$$

Vi bruker relasjonen (G.4) og setter hvert av uttrykkene i (G.2) inn i (G.3) og får:

$$\begin{aligned} &0,5 [\sin 2(45^\circ + \alpha/2 + \psi) - \tan \alpha (\cos 2(45^\circ + \alpha/2 + \psi) + 1)] \\ &= 0,5 [\sin 2(45^\circ + \alpha/2 - \psi) - \tan \alpha (\cos 2(45^\circ + \alpha/2 - \psi) + 1)] \quad \Rightarrow \\ &\sin(90^\circ + \alpha + 2\psi) - \tan \alpha (\cos(90^\circ + \alpha + 2\psi) + 1) \\ &= \sin(90^\circ + \alpha - 2\psi) - \tan \alpha (\cos(90^\circ + \alpha - 2\psi) + 1) \quad \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cos(\alpha + 2\psi) - \tan\alpha(-\sin(\alpha + 2\psi) + 1) \\
= & \cos(\alpha - 2\psi) - \tan\alpha(-\sin(\alpha - 2\psi) + 1) \quad \Rightarrow \\
& \cos\alpha \cdot \cos 2\psi - \sin\alpha \sin 2\psi + \tan\alpha(\sin\alpha \cos 2\psi + \sin 2\psi \cos\alpha - 1) \\
= & \cos\alpha \cdot \cos 2\psi + \sin\alpha \sin 2\psi + \tan\alpha(\sin\alpha \cos 2\psi - \sin 2\psi \cos\alpha - 1) \Rightarrow \\
& \text{(stryker like ledd p\u00e5 hver side av likhetstegnet)} \\
& -2\sin\alpha \cdot \sin 2\psi = -2\tan\alpha \cdot \sin 2\psi \cdot \cos\alpha \quad \Rightarrow \text{(siden } \tan\alpha = \sin\alpha/\cos\alpha) \\
& \underline{1 = 1}
\end{aligned}$$

Dette viser at med de to uttrykkene i (G.2), er venstre og h\u00f8yre side i (G.3) identiske. P\u00e5standen er derved bevist.

## VEDLEGG H Maksimal rekkevidde

### H.1 Hvilken elevasjonsvinkel gir maksimal rekkevidde?

I avsnitt 3.4.1 ble det utledet følgende uttrykk for skråavstanden  $R_S$  langs terrenglinjen som funksjon av terrengvinkelen  $\alpha$  og elevasjonsvinkelen  $\beta$ :

$$R_S = \frac{2v_0^2}{g \cos \alpha} \cdot \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan^2 \beta} \quad (\text{H.1}) = (3.30)$$

Vi skal finne hvilken elevasjonsvinkel som gir maksimal rekkevidde  $R_S(\text{maks})$  for en gitt helningsvinkel  $\alpha$ . Vi deriverer derfor (H.1) med hensyn på  $\beta$  og får ved å bruke at  $1/\cos^2 \beta = 1 + \tan^2 \beta$  og at  $d(\tan \beta)/d\beta = 1/\cos^2 \beta$ :

$$\frac{dR_S}{d\beta} = \frac{2v_0^2}{g \cos \alpha} \cdot \frac{\frac{1}{\cos^2 \beta} \cdot (1 + \tan^2 \beta) - (\tan \beta - \tan \alpha) \cdot 2 \tan \beta \cdot \frac{1}{\cos^2 \beta}}{(1 + \tan^2 \beta)^2} \Rightarrow$$

$$\frac{dR_S}{d\beta} = \frac{2v_0^2}{g \cos \alpha} \cdot \left[ 1 - \frac{2 \tan \beta (\tan \beta - \tan \alpha)}{1 + \tan^2 \beta} \right] \quad (\text{H.2})$$

Den søkte  $\beta$ -verdi finnes ved å sette den deriverte lik null. Dette gir etter forenkling følgende likning:

$$\tan^2 \beta - 2 \tan \alpha \tan \beta - 1 = 0 \quad (\text{H.3})$$

Likningen gir følgende løsninger:

$$\tan \beta = \frac{\sin \alpha \pm 1}{\cos \alpha} \quad (\text{H.4})$$

Her er relasjonene  $\sqrt{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$  og  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$  benyttet. Kun plusstegnet i (H.4) kan brukes. Det er fordi elevasjonsvinkelen  $\beta$  må være større enn terrengvinkelen  $\alpha$ . (Dette er opplagt i oppoverbakke. Jf. her figur 3.7. I nedoverbakke er  $\alpha < 0$  og da kan også  $\beta$  i noen tilfeller være det, men aldri mer negativ enn  $\alpha$ . Se figur 3.8).

Maksimal rekkevidde oppnås altså med elevasjonsvinkel  $\beta$  gitt ved:

$$\tan \beta = \frac{\sin \alpha + 1}{\cos \alpha} \quad \text{og} \quad \beta = \tan^{-1} \left( \frac{\sin \alpha + 1}{\cos \alpha} \right) \quad (\text{H.5}) = (3.37)$$

Det gjenstår å vise at denne verdien for  $\beta$  representerer en *maksimalverdi* (og ikke en minimalverdi).

For øvrig kan en argumentere for at uttrykket (H.5) *må* representere en *maksimalverdi* for rekkevidden, siden det *må* finnes en slik for alle elevasjonsvinkler, mens minimumsverdien naturligvis er for  $x = 0$ . For rent matematisk å vise at (H.5) gir en *maksimalverdi* for  $x$ , finner vi hva fortegnet til den 2. deriverte av  $R_S$  er for denne  $\beta$ -verdien. Vi deriverer (H.2) og får:

$$\frac{d^2 R_S}{d\beta^2} = - \frac{4v_0^2}{g \cos \alpha} \cdot \frac{\left[ \left( \frac{\tan \beta}{\cos^2 \beta} + \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{\cos^2 \beta} \right) \cdot (1 + \tan^2 \beta) - (\tan \beta - \tan \alpha) \cdot \tan \beta \cdot 2 \tan \beta \cdot \frac{1}{\cos^2 \beta} \right]}{(1 + \tan^2 \beta)^2}$$

$$\frac{d^2 R_S}{d\beta^2} = - \frac{4v_0^2}{g \cos \alpha \cos^2 \beta (1 + \tan^2 \beta)^2} \cdot \left[ (2 \tan \beta - \tan \alpha) \cdot (1 + \tan^2 \beta) - 2(\tan \beta - \tan \alpha) \cdot \tan^2 \beta \right]$$

$$\frac{d^2 R_s}{d\beta^2} = -\frac{4v_0^2}{g \cos \alpha \cos^2 \beta (1 + \tan^2 \beta)^2} \cdot [2 \tan \beta + 2 \tan^3 \beta - \tan \alpha - \tan \alpha \tan^2 \beta - 2 \tan^3 \beta + 2 \tan \alpha \tan^2 \beta]$$

$$\frac{d^2 R_s}{d\beta^2} = -\frac{4v_0^2}{g \cos \alpha (1 + \tan^2 \beta)} \cdot [\tan \alpha \cdot \tan^2 \beta + 2 \tan \beta - \tan \alpha] \quad (\text{H.6})$$

Ved å sette uttrykket for  $\tan \beta$  fra (H.5) inn i (H.6) får vi etter forenkling at klammeparentesen kan skrives som  $2(\sin \alpha + 1)/\cos^3 \alpha$ . Produktet av dette uttrykket og faktoren foran klammeparentesen i (H.6) er  $< 0$  for den innsatte  $\beta$ -verdien. Den 2. deriverte er med andre ord negativ for ekstremalverdien for  $R_s$  og denne er derfor en *maksimalverdi*.

I foregående vedlegg ble det vist at følgende elevasjonsvinkler gir samme rekkevidde:

$$\beta^+ = 45^\circ + \alpha/2 + \psi$$

$$\beta^- = 45^\circ + \alpha/2 - \psi$$

(H.7) = (G.2) = (3.31)

Basert på resonnetet i avsnitt 3.3.5 angående omhyllingskurven er det rimelig opplagt at den elevasjonsvinkel  $\beta$  som gir maksimal rekkevidde er den som gir  $\beta^+ = \beta^-$  i (H.7). Med andre ord kan vi slå fast at den elevasjonsvinkelen som gir maksimal rekkevidde for en gitt utgangshastighet  $v_0$  og helningsvinkel  $\alpha$ , er gitt ved:

$$\beta = 45^\circ + \frac{\alpha}{2} \quad (\text{H.8}) = (3.37)$$

## H.2 Maksimalrekkevidden

For å finne et uttrykk for maksimalrekkevidden  $R_{S\text{maks}}$  setter vi det uttrykket for  $\tan \beta$  i likning (H.5) som gir maksimal rekkevidde inn i likning (H.1) og får:

$$R_s = \frac{2v_0^2}{g \cos \alpha} \cdot \frac{\frac{\sin \alpha + 1}{\cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{1 + \frac{(\sin \alpha + 1)^2}{\cos^2 \alpha}} = \frac{2v_0^2}{g \cos \alpha} \cdot \frac{\sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha - \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha + 1} \Rightarrow (\text{Jf. likning (3.20)})$$

$$R_{S\text{maks}} = \frac{v_0^2}{g(\sin \alpha + 1)} = \frac{R_{H\text{maks}}}{\sin \alpha + 1} \quad (\text{H.9}) = (3.38)$$

## H.3 En alternativ utledning

Nedenfor vises en alternativ utledning av maksimalrekkevidden uten derivasjon. Vi starter med det generelle uttrykket for skråavstanden:

$$R_s = \frac{2v_0^2}{g \cos \alpha} \cdot \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan^2 \beta} \quad (\text{H.1}) = (3.30)$$

Omforming av dette gir:

$$R_s = \frac{2v_0^2}{g \cos \alpha} \cdot \cos^2 \beta \cdot \left( \frac{\sin \beta}{\cos \beta} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right) \Rightarrow$$

$$R_s = \frac{2v_0^2}{g \cos^2 \alpha} \cdot \cos \beta \cdot (\cos \alpha \sin \beta - \cos \beta \sin \alpha) \Rightarrow$$

$$R_s = \frac{2v_0^2}{g \cos^2 \alpha} \cdot \cos \beta \cdot \sin(\beta - \alpha) \Rightarrow$$

$$R_s = \frac{v_0^2}{g \cos^2 \alpha} \cdot [\sin(2\beta - \alpha) - \sin \alpha] \quad (\text{H.10})$$

I den siste overgangen er det benyttet den trigonometriske formelen:

$$\sin u - \sin v = 2 \sin \frac{u-v}{2} \cos \frac{u+v}{2}$$

Likning (H.10) viser at **maksimal rekkevidde** får vi når  $\sin(2\beta - \alpha)$  er størst, dvs. når  $2\beta - \alpha = 90^\circ \Rightarrow$

$$\beta = 45^\circ + \alpha/2$$

Settes denne verdien inn i (H.10) får vi at

$$R_{\text{Smaks}} = \frac{v_0^2}{g \cos^2 \alpha} \cdot \left[ \sin\left(2 \cdot \left(45^\circ + \frac{\alpha}{2}\right) - \alpha\right) - \sin \alpha \right] \Rightarrow R_{\text{Smaks}} = \frac{v_0^2}{g \cos^2 \alpha} \cdot [\sin(90^\circ) - \sin \alpha] \Rightarrow$$

$$R_{\text{Smaks}} = \frac{v_0^2}{g(1 - \sin^2 \alpha)} \cdot [1 - \sin \alpha] \Rightarrow R_{\text{Smaks}} = \frac{v_0^2}{g(1 + \sin \alpha)(1 - \sin \alpha)} \cdot [1 - \sin \alpha] \Rightarrow \quad (\text{jf.}$$

likning (3.20))

$$R_{\text{Smaks}} = \frac{v_0^2}{g(\sin \alpha + 1)} = \frac{R_{\text{Hmaks}}}{\sin \alpha + 1} \quad (\text{H.9}) = (3.38)$$

### Tillegg:

Det er ovenfor vist at vi ved maksimal rekkevidde har at:

$$\beta = 45^\circ + \frac{\alpha}{2} \quad \text{dvs. (siden } \beta = \alpha + \theta) \text{ at: } \theta = 45^\circ - \frac{\alpha}{2} \quad (\text{H.11})$$

Vi benytter følgende trigonometriske relasjon:

$$\tan(u \pm v) = \frac{\tan u \pm \tan v}{1 \mp \tan u \tan v}$$

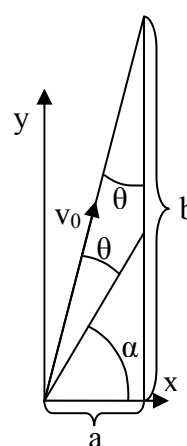
og får ved å bruke (H.11) og at  $\tan 45^\circ = 1$ :

$$\tan \beta = \frac{1 + \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan \frac{\alpha}{2}} \quad \text{og} \quad \tan \theta = \frac{1 - \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan \frac{\alpha}{2}} \quad (\text{H.12})$$

Sammenlikner vi de to uttrykkene i (H.12), ser vi at vi ved maksimal rekkevidde har at:

$$\tan \beta = \frac{1}{\tan \theta} = \cot \theta \quad (\text{H.13})$$

Denne sammenhengen er illustrert grafisk i figur H.1. Ved maksimal rekkevidde gjelder at  $\tan \beta = b/a = \cot \theta$ .

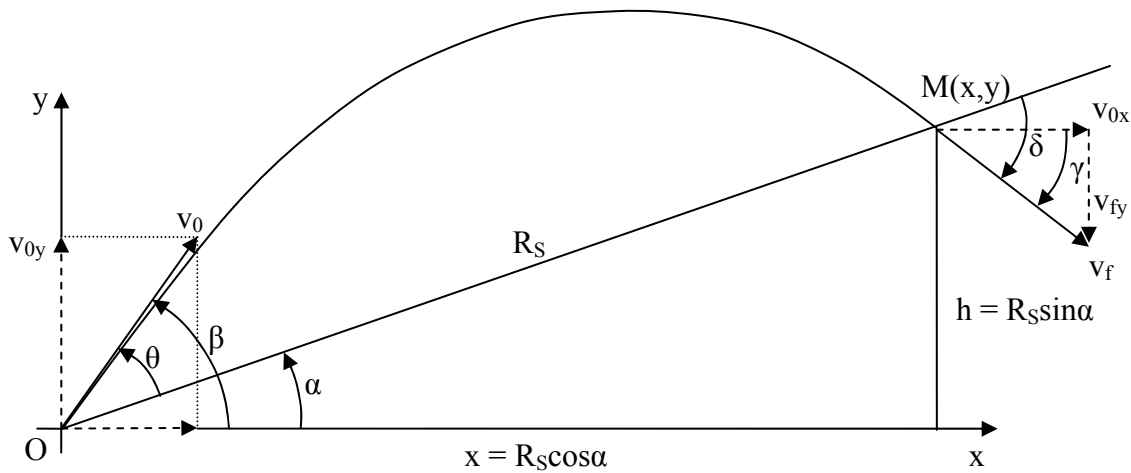


$\beta = \alpha + \theta$   
 $v_0$ -vektor ligger midt mellom terrengretningen og vertikalletningen. (Jf. avsnitt 3.4.3 side 29 øverst).

**Figur H.1**

## VEDLEGG I Nedslagsretning

### I.1 Nedslagsvinkel i forhold til horisontalplanet



**Figur I.1** Symboler angående utledning av nedslagsvinkel.

Vi ønsker å finne et uttrykk for fallvinkelen  $\gamma$  i forhold til horisontalplanet. Fra avsnitt 3.4.5 har vi følgende uttrykk:

$$\tan \gamma = \frac{v_{fy}}{v_{fx}} = \frac{v_{fy}}{v_{0x}} = \frac{v_{fy}}{v_0 \cos \beta} \quad (3.51) = (I.1)$$

der  $v_{fy}$  er slutfartens vertikalkomponent og  $v_{fx}$  er horisontalkomponenten, som er konstant = utgangshastighetens horisontalkomponent når det ikke er luftmotstand. (Jf avsnitt 3.2.1).

Videre i avsnitt 3.4.5 har vi at vertikalkomponenten av terminalhastigheten er gitt ved:

$$v_{fy} = v_0 \sin \beta - \frac{gR_s \cos \alpha}{v_0 \cos \beta} \quad (3.54) = (I.2)$$

Settes uttrykk (I.2) inn i (I.1), får vi:

$$\tan \gamma = \frac{v_0 \sin \beta - \frac{gR_s \cos \alpha}{v_0 \cos \beta}}{v_0 \cos \beta} \quad (I.3)$$

som etter omforming gir:

$$\tan \gamma = \tan \beta - \frac{gR_s \cos \alpha}{v_0^2 \cos^2 \beta} \quad (I.4)$$

Innsetting av uttrykket  $R_s = \frac{2v_0^2}{g \cos \alpha} \cdot \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan^2 \beta}$  fra likning (3.30) inn i (I.4) gir:

$$\tan \gamma = \tan \beta - \frac{2(\tan \beta - \tan \alpha)}{(1 + \tan^2 \beta) \cos^2 \beta} \quad (I.5) \Rightarrow \text{ siden } (1 + \tan^2 \beta) = 1/\cos^2 \beta$$

$$\tan \gamma = 2 \tan \alpha - \tan \beta \quad (I.6) \Rightarrow$$

Fallvinkelen  $\gamma$  i forhold til horisontalplanet:

$$\gamma = \arctan(2 \tan \alpha - \tan \beta) \quad (I.7) = (3.55)$$

## I.2 Nedslagsretningen ved maksimal rekkevidde

I vedlegg H ble det vist at elevasjonsvinkelen  $\beta$  ved maksimal rekkevidde er gitt ved:

$$\tan \beta_{R_{\text{Smaks}}} = \frac{\sin \alpha + 1}{\cos \alpha} \quad (\text{I.8}) = (\text{H.5})$$

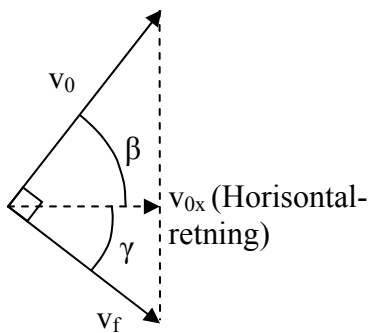
Settes dette uttrykket inn i likning (I.6), får vi:

$$\begin{aligned} \tan \gamma &= 2 \tan \alpha - \frac{\sin \alpha + 1}{\cos \alpha} \quad \Rightarrow \\ \tan \gamma &= \frac{\sin \alpha - 1}{\cos \alpha} \quad (\text{I.9}) \end{aligned}$$

Dersom vi multipliserer likningene (I.8) og (I.9) med hverandre, benytter 3. kvadratsetning og de trigonometriske relasjonene  $\tan \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$  og  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ , får vi ved maksimal rekkevidde at:

$$\tan \gamma \cdot \tan \beta = -1 \quad (\text{I.10})$$

Siden både  $\beta$  og  $\gamma$  er målt i forhold til horisontalplanet (x-aksen), innebærer likning (I.10) at nedslagsretningen gitt ved  $\gamma$  ved maksimal rekkevidde er vinkelrett på utskytningsretningen gitt ved  $\beta$ . (Se figur I.2)



$$\beta + |\gamma| = 90^\circ \quad (\text{I.11})$$

**Figur I.2** Fallretningen ved maksimal rekkevidde er vinkelrett på utgangsretningen.

## VEDLEGG J McCoy's likning

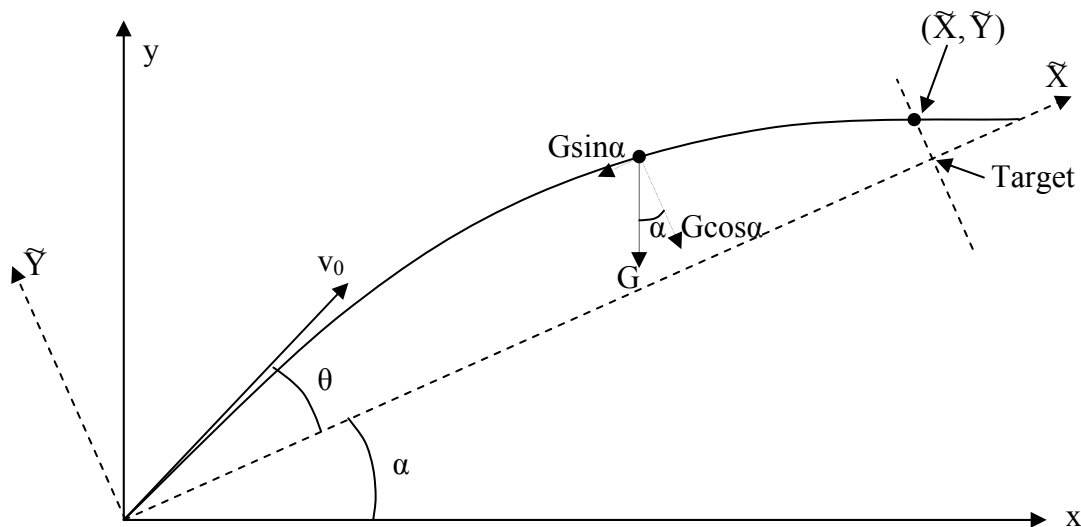
Nedenfor utledes likning (3.55) i McCoy [7] side 50. Hensikten med å gjøre dette er å tydeliggjøre grunnlaget for nevnte likning og McCoy's konklusjon basert på denne nemlig:

"This inequality defines another restriction on  $\phi_0$  the projectile cannot reach an uphill target if the superelevation angle exceeds a maximum value, given by<sup>41</sup>":

$$\phi_{0_{\text{MAX}}} = \tan^{-1}\left[\frac{1}{4} \csc A\right] \quad (3.55)$$

Som nevnt i avsnittene 3.6.3 og 3.6.4, kan McCoy's konklusjon oppfattes å være for kategorisk eller feil, dersom en ikke samtidig med denne understreker de spesielle forutsetninger likningen bygger på.

McCoy benytter et koordinatsystem der x-aksen legges i sikteretningen (langs terrenget) og y-aksen vinkelrett på denne. Dette er illustrert i figur J.1 nedenfor, som er tilsvarende figur 3.3 side 47 i McCoy.



**Figur J.1** Koordinatsystem for vakuumbanen ved skyting i oppoverterreng.

I figur 3.3 i McCoy er "Target" markert (i samsvar med naturlig oppfatning) på siktelinjen (dvs. på bakken). Prosjekttilbanen i samme figur er tegnet slik at den treffer der. For å klargjøre grunnlaget for McCoy's utledning er banen i figur J.1 i stedet tegnet slik at den treffer i en viss høyde  $\tilde{Y}$  over sentrum av "Target" på en "fiktiv" målskive (stiplet) som står vinkelrett på terrenglinjen markert med stiplet pil.

Bruk av Newtons 2. lov med tyngdens komponenter henholdsvis langs  $\tilde{X}$ -aksen og  $\tilde{Y}$ -aksen gir følgende likninger for prosjekttilbevegelsen referert til det dreide (stiplete) koordinatsystemet i figur J.1:

$$\tilde{X} = v_0 t \cos \theta - \frac{1}{2} g t^2 \sin \alpha \quad (\text{J.1}) = (3.40) \text{ i } [7]$$

$$\tilde{Y} = v_0 t \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2 \cos \alpha \quad (\text{J.2}) = (3.41) \text{ i } [7]$$

<sup>41</sup>  $\phi_0$  er oppsatsvinkelen som vi kaller  $\theta$ .  $A$  er terrengvinkelen som vi kaller  $\alpha$ .  $\csc A = \frac{1}{\sin A}$  pr definisjon. (3.55) er likningsnummeret i McCoy [7].



Likning (J.1) løses med hensyn på tiden  $t$  ved hjelp av formelen for 2.gradslikning. Dette gir:

$$t = \frac{v_0 \cos \theta}{g \sin \alpha} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{2g\tilde{X} \sin \alpha}{v_0^2 \cos \theta}} \right) \quad (\text{J.3}) = (3.50) \text{ i [7]}$$

McCoy skriver at ”*The root corresponding to the negative sign before the radical in equation (3.50) is the correct solution*”. Han begrunner ikke dette nærmere. Her er et forslag til begrunnelse: Plusstegnet må utelukkes fordi dette vil gi en urealistisk variant som innebærer at tiden  $t$  blir større desto mindre  $\tilde{X}$  er (dvs. nærmere utskytningsstedet) og ikke  $= 0$  når  $\tilde{X} = 0$  (hvilket minustegnet gir).

Ved å multiplisere uttrykket i J.3 med  $\frac{1 + \sqrt{1 - \frac{2g\tilde{X} \sin \alpha}{v_0^2 \cos \theta}}}{1 + \sqrt{1 - \frac{2g\tilde{X} \sin \alpha}{v_0^2 \cos \theta}}}$  og deretter bruke ”3. kvadratsetning” får vi etter enkle forkortinger:

$$t = \frac{2\tilde{X}}{v_0 \cos \theta (1 + \sqrt{1 - \frac{2g\tilde{X} \sin \alpha}{v_0^2 \cos^2 \theta}})} \quad (\text{J.4}) = (3.51) \text{ i [7]}$$

Deretter innfører McCoy forutsetningen om at  $\tilde{X}$  skal være like stor som rekkevidden i horisontalt terreng med samme oppsatsvinkel, nemlig:

$$\tilde{X} = R_H = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta \quad (\text{J.5}) \text{ (Jf. likning 3.19)}$$

Denne betingelsen innebærer altså ikke krav om treff i selve målet (på siktelinjen), men kun treff i et ”fiktivt” målplan vinkelrett på siktelinjen og at skråavstanden til treffpunktet projisert på terrenglinjen er like stor som rekkevidden i horisontalt terreng. (Den stiplede linjen i figur J.1 vinkelrett på siktelinjen gjennom punktet merket ”Target” er målskiven sett fra siden).

Setter man uttrykk (J.5) for  $\tilde{X}$  inn i likning (J.4), får man etter litt forenkling:

$$t = \frac{4v_0 \sin \theta}{g(1 + \sqrt{1 - 4 \tan \theta \sin \alpha})} \quad (\text{J.6}) \text{ (Jf. likningene 3.52 og 3.53 i [7])}$$

Setter man deretter formel (J.6) inn i likning (J.2) for  $\tilde{Y}$ , som representerer ”treffhøyden” i målskiven målt vinkelrett på terrenget, får en (etter en del triviell regning) følgende:

$$\tilde{Y} = \frac{4v_0^2 \sin^2 \theta}{g(1 + \sqrt{1 - 4 \tan \theta \sin \alpha})} \left( 1 - \frac{2 \cos \alpha}{1 + \sqrt{1 - 4 \tan \theta \sin \alpha}} \right) \quad (\text{J.7}) \text{ (Jf. likning 3.54 i [7])}$$

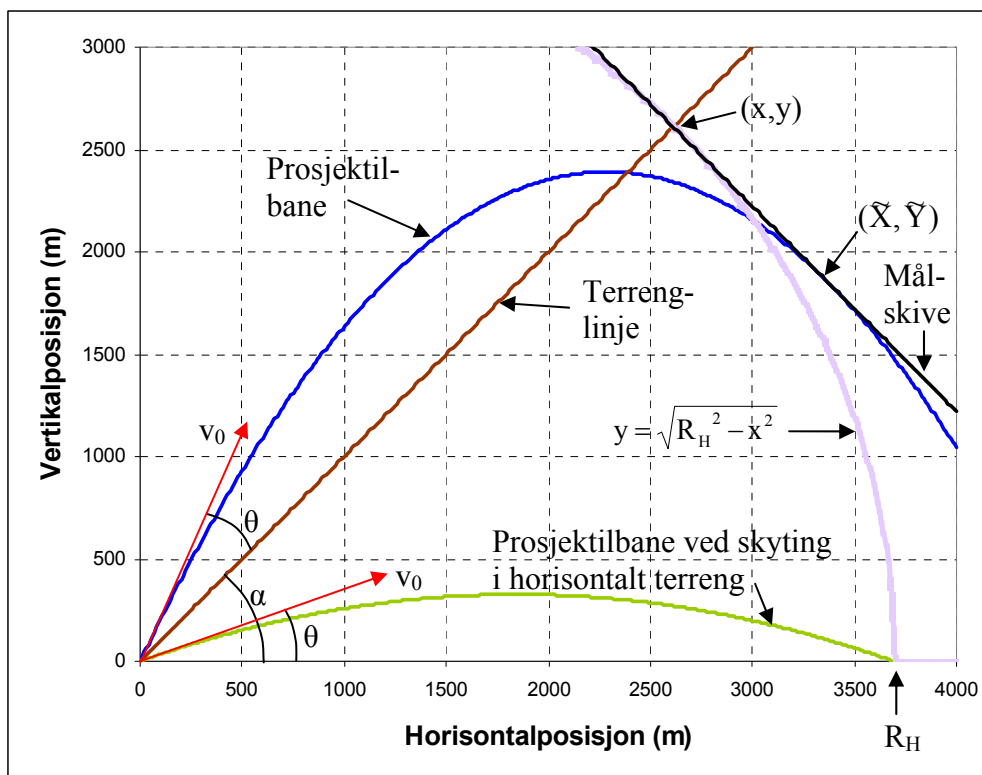
Som McCoy påpeker, er terrengvinkelen  $\alpha$  negativ i nedoverhellende terreng. I alle slike tilfeller er uttrykket under kvadratrottegnet positivt. I oppoverbakke kan derimot uttrykket bli negativt. For å få reelle verdier for  $\tilde{Y}$ , må følgende betingelse oppfylles:

$$\tan \theta \leq \frac{1}{4 \sin \alpha} \quad \Leftrightarrow \quad \theta \leq \tan^{-1} \frac{1}{4 \sin \alpha} \quad (\text{J.8}) = (3.55) \text{ i [7]}$$

Grensetilfellet er fremstilt grafisk i figur 3.23, tilsvarende som figur 3.6 i McCoy [7]. Med utgangspunkt i denne likningen kommer McCoy med utsagnet som er gjengitt innledningsvis i dette vedlegget, og som isolert sett kan virke for kategorisk. (Jf. avsnittene 3.6.3 og 3.6.4).

Som forsøk på å gi en ”pedagogisk” forklaring på hva McCoys likning betyr (den røde kurven i figur 3.23), er figur J.2 nedenfor vist. Den viser et eksempel<sup>42</sup> med 40 mm AGL skutt i vakuum med utgangshastighet 240 m/s. Figuren fremkommer som et Excel-diagram basert på følgende prosedyre:

1. Angi utgangshastighet.
2. Angi terrengvinkel  $\alpha$ . Terrenmlinjen  $y = x \tan \alpha$  tegnes.
3. Beregn tilhørende maksimale oppsatsvinkel  $\theta$  ved hjelp av (J.8).
4. Beregn rekkevidden,  $R_H$ , horisontalt med denne oppsatsvinkelen, v.h.a. likning (J.5).
5. Tegn en sirkel med radius  $R_H$  (likningen  $y = \sqrt{R_H^2 - x^2}$ )
6. Finn likningen for ”målskiven” vinkelrett på terrenmlinjen og som går gjennom punktet  $(x, y) = (R_H \cos \alpha, R_H \sin \alpha)$ , der sirkelen i p. 5 skjærer terrenmlinjen. Det kan relativt enkelt vises at denne linjen er gitt ved  $y = -\frac{1}{\tan \alpha} x + \frac{R_H}{\sin \alpha}$ .
7. Prosjekttilbanen tegnes basert på likning (3.6) med  $\beta = \alpha + \theta$ .

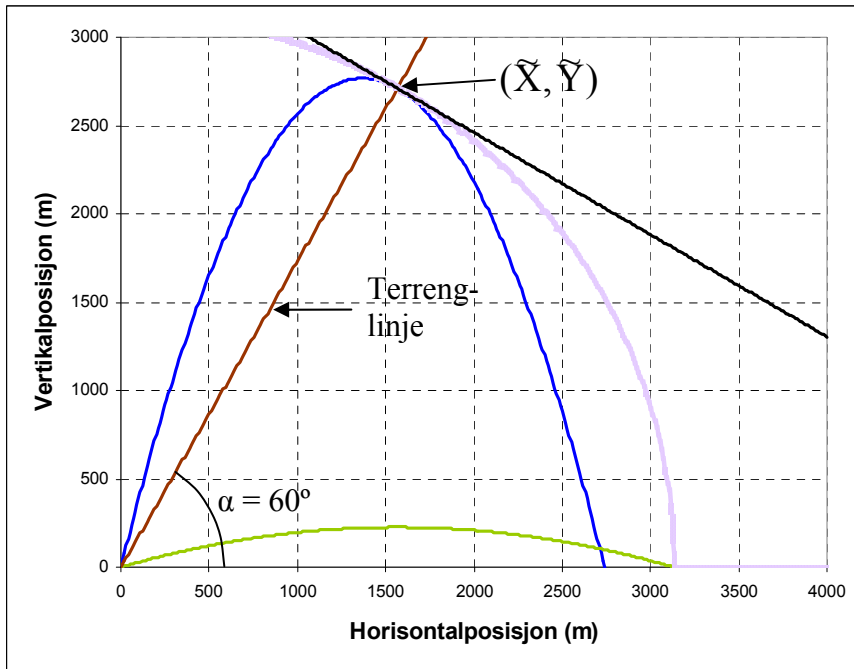


**Figur J.2** Prosjekttilbanen ved høyeste oppsatsvinkel  $\theta$  som kan gi ”treff” (punkt  $(\tilde{X}, \tilde{Y})$ ) i en målskive vinkelrett på terrenget, vil akkurat så vidt tangere denne.

Som vist i avsnitt 3.6.4, vil prosjekttilbanen ved en terrengvinkel  $\alpha = 60^\circ$  og tilhørende maksimale oppsatsvinkel  $\theta = 16,10^\circ$  som kan gi treff i ”McCoy-målskiven”, treffe denne midt i målet på selve siktelinjen (terrenmlinjen), og kun da<sup>43</sup>. Dette er illustrert i figur J.3. Ved lavere terrengvinkler enn  $60^\circ$  berører prosjekttilbanen ved maksimal ”McCoy-opsats” den fiktive målskiven i et punkt under terrenget, og ved høyere terrengvinkler treffes denne på oversiden. (Jf. figurene J.2 – J.4).

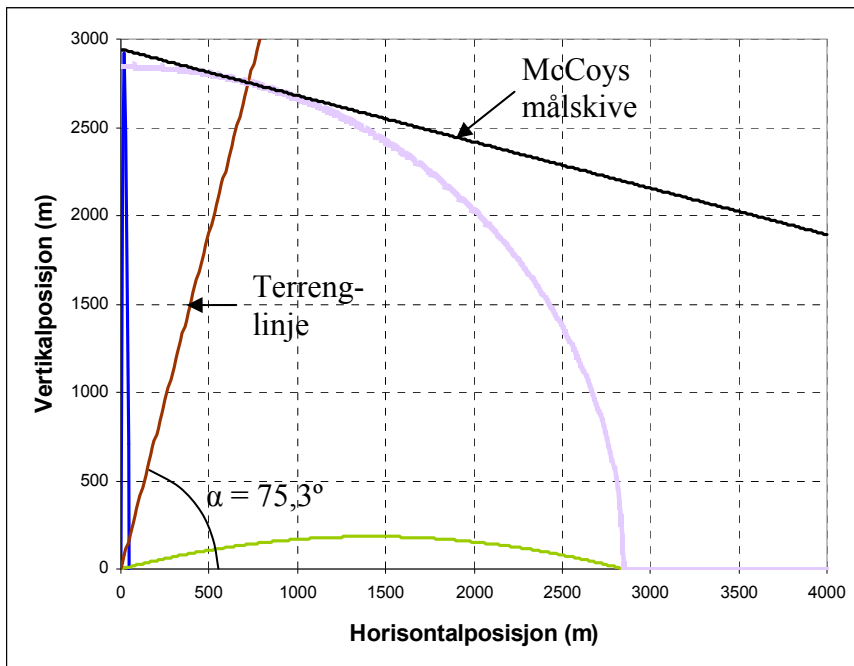
<sup>42</sup> Tilsvarende det tilsendt fra forsker Øyvind Grandum i forbindelse med hans bidrag til tolkningen av McCoys utsagn nevnt innledningsvis. (Det er lagt på noen flere ”streker” i figuren). I eksemplet er valgt  $\alpha = 45^\circ$ .

<sup>43</sup> Dette kan alternativt til fremgangsmåten i avsnitt 3.6.4 vises ved å sette  $\tilde{Y} = 0$  i likning (J.7) og finne kombinasjoner av  $\alpha, \theta$  som gir verdien av brøken i parentesene i (J.7) = 1. Likningen som da dukker opp, er identisk med likning (3.65) representert ved den blå kurven i figurene 3.23 og 3.24.



**Figur J.3** Ved terrengvinkel  $60^\circ$ , og kun da, treffer prosjektilbanen ved høyeste oppsatsvinkel  $\theta$  (som da er  $16,10^\circ$ ) målskiven i selve målet på terrenglinjen (siktelinjen) i punkt  $(\bar{X}, \bar{Y})$ .

Som vist i avsnitt 3.6.4, er prosjektilbanen ved den *maksimalt* tillatte terrengvinkel der ”McCoy-kurven” kan ”godtas”, helt loddrett. Ved brattere terrengvinkel enn  $\alpha = 75,52^\circ$  og tilhørende ”McCoy-opsatts”  $\theta = 14,48^\circ$  vil prosjektilet i stedet lande i nedoverbakke. I figur J.4 er illustrert et tilfelle der terrengvinkelen er svært nær den maksimalt tillatte (når McCoy’s spesielle betingelser benyttes).



**Figur J.4** Prosjektilbanen ved en terrengvinkel som er nær den maksimalt tillatte for ”McCoy-kurvens” gyldighetsområde, er nesten helt loddrett. I figuren er  $\alpha = 75,3^\circ$ . Legg også merke til at prosjektilet berører (så vidt når opp til) ”McCoy-målskiven”.

**VEDLEGG K E-post fra FFI**

Side 1 av 1

⚠ Du svarte 08.05.2009 12:51.

Vedlegg kan inneholde virus som kan skade maskinen. Det kan hende at vedlegg ikke vises på riktig måte.

**Holtane, Halvard**

**Fra:** Øyvind.Grandum@ffi.no [Øyvind.Grandum@ffi.no]      **Sendt:** to 07.05.2009 16:38  
**Til:** Holtane, Halvard  
**Kopi:**  
**Emne:** SV: Tabell  
**Vedlegg:**  Banekrumning-12.7mm.xls(24kB)

Her er mine simuleringer med modifisert massepunkt. Jeg får også at krumningen avtar med terrengvinkelen for  $R=1000-2000$ . For  $R=3-4000$  stiger det og avtar. Det ser ut som det er litt feil i skytetabellen.

-----Opprinnelig melding-----

**Fra:** Holtane, Halvard [<mailto:holtane@mil.no>]  
**Sendt:** 7. mai 2009 14:33  
**Til:** Grandum, Øyvind  
**Emne:** Tabell

Hei  
Her er tabellen jeg lovte å sende deg.  
Mvh Halvard